Universidade Federal de Alagoas
Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física
Exame de Qualificação de Doutorado - Eletromagnetismo
Professor: Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho
27/07/2021

Nome:____

2021.2

1. **Eletrostática e lei de Coulomb**

   Duas partículas de massas iguais a m e cargas iguais a q são suspensas por fios de comprimento L a partir de um mesmo ponto, permanecendo em equilíbrio de tal forma que os fios formem um ângulo θ entre eles. Assumindo que o ângulo θ é muito pequeno, qual a distância D entre as partículas? Escreva sua resposta em termos de m, q, L, g (aceleração da gravidade) e ε_0 (permissividade do vácuo).

2. **Magnetostática e lei de Ampère**

   Um cilindro condutor muito longo de raio R conduz uma corrente I ao longo de seu eixo z. A densidade de corrente $\mathbf{J}$ no interior do cilindro varia de acordo com a expressão

   $$\mathbf{J}(r, \theta, z) = \hat{z}\frac{J_0}{r}\sin\left(\frac{\pi r}{R}\right), \tag{1}$$

   onde r é a distância radial entre o ponto considerado e o eixo do cilindro (coordenadas cilíndricas) e J_0 uma constante.

   (a) Determine a constante J_0 em termos de I e R. (Dica: Lembre-se de que a corrente I que passa por uma superfície S é dada por $I = \int_S \mathbf{J}\cdot\hat{n}dS$ onde $\hat{n}$ é um vetor unitário perpendicular à superfície S e dS um elemento infinitesimal de área.)

   (b) Calcule o campo magnético $\mathbf{B}$ fora do cilindro condutor ($r > R$) e expresse seu resultado em termos de I e R.

   (c) Calcule o campo magnético $\mathbf{B}$ dentro do cilindro condutor ($r < R$) e expresse seu resultado em termos de I e R.

   (d) Faça um gráfico do módulo do campo magnético, $|\mathbf{B}(r)|$, indicando seu comportamento em $r = 0$ e $r = R$.

3. **Propagação de ondas eletromagnéticas**

   Considere a propagação de ondas eletromagnéticas num meio linear, homogêneo e isotrópico com condutividade elétrica σ, permissividade elétrica ε e permeabilidade magnética μ na ausência de fontes de cargas e corrente livre ($\rho_f = 0$, $\mathbf{J}_f = 0$).

   (a) Escreva as equações de Maxwell (em unidades SI) para os campos $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ no meio, em termos de σ, ε e μ.

   (b) Encontre a equação diferencial que envolve apenas o campo elétrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$.

   (c) Considere uma solução do tipo onda plana $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kx-\omega t)}$ e obtenha a relação entre k e ω (conhecida como relação de dispersão) em termos de σ, ε e μ.

   (d) Com relação ao resultado do item (c), interprete fisicamente a diferença entre os casos $\sigma = 0$ e $\sigma \neq 0$.