

Mecânica Estatística
Exame de Qualificação
Fevereiro de 2006
DF/UFAL

1) A radiação eletromagnética em um recipiente de volume V e em equilíbrio com as paredes mantidas a temperatura T comporta-se como um gás ideal de fótons cuja energia interna é $U=aVT^4$ e cuja pressão é $P=aT^4/3$.

a) Discuta o significado físico de cada uma das funções termodinâmicas a seguir: i) Energia Interna; ii) Energia Livre de Helmholtz; iii) Energia Livre de Gibbs; iv) Entalpia (1,0 ponto)

b) Determine a energia livre de Gibbs de um gás ideal de fótons. Justifique seu resultado. (0,5 pontos)

c) Faça um gráfico da curva fechada no plano P - V para um ciclo de Carnot que use a radiação de corpo negro. Mostre que em uma transformação adiabática $P^3V^4=cte$. Determine explicitamente a eficiência da máquina de Carnot que usa a radiação de corpo negro como substância em função das temperaturas de trabalho $T_1 < T_2$. (1,0 ponto)

2) Em um modelo de defeitos em um cristal, o mesmo é representado por uma rede consistindo de N sítios considerados normais e N sítios ditos intersticiais. Os sítios da rede são todos distinguíveis. N átomos idênticos são distribuídos na rede sendo que M deles ocupam os sítios normais e $N-M$ os sítios intersticiais. Um átomo que ocupa um sítio normal tem energia $E=0$ enquanto um átomo que ocupa um sítio intersticial tem energia $E=\varepsilon$.

a) Determine $\Omega(U,N)$, ou seja, o número total de estados acessíveis ao sistema com energia total U . (0,5 pontos)

b) Considerando $N \gg M \gg 1$, calcule a energia interna total e a capacidade calorífica como função da temperatura do sistema. (1,0 ponto)

c) Faça um gráfico qualitativo da capacidade calorífica em função da temperatura e justifique fisicamente os comportamentos em baixas e altas temperaturas. (0,5 pontos)

3 - Considere um gás ideal composto de N partículas por unidade de volume em contato com um banho térmico a temperatura T . As partículas que compõem este gás têm massa de repouso nula e portanto obedecem a uma dinâmica clássica ultra-relativística onde a energia cinética é dada por $E = pc$, onde p é o módulo do momento linear e c a velocidade da luz.

a) Determine a equação de estado deste gás. (1 ponto)

b) Determine o calor específico a volume constante. Verifique se o valor encontrado satisfaz o teorema da equipartição e justifique o resultado. (0.5 ponto)

c) Qual o valor mais provável para cada uma das componentes do momento linear de uma partícula? Qual o valor mais provável para a magnitude do momento linear de uma partícula?(1,0 ponto)

4 – Considere a radiação eletromagnética que existe em equilíbrio térmico dentro de um recipiente de volume V cujas paredes são mantidas a temperatura absoluta T . Nesta situação fótons são continuamente absorvidos e emitidos pela parede. Um fóton the frequência ω e vetor de onda \mathbf{k} tem energia $\varepsilon = \hbar\omega$ e momento $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.

a) Mostre que o número médio de fótons por unidade de volume, com uma dada direção polarização e cujo vetor de onda encontra-se entre \mathbf{k} e $\mathbf{k}+d\mathbf{k}$ é dado por

$$f(\kappa)d^3\kappa = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} \frac{d^3\kappa}{(2\pi)^3} \quad (1,0 \text{ ponto})$$

b) Mostre que a energia média por unidade de volume dos fótons com ambas as direções de polarização na faixa de frequências entre ω e $\omega+d\omega$ é dada por

$$\bar{u}(\omega, T)d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} \quad (1,0 \text{ ponto})$$

c) Mostre que a energia total é dada por $U = aVT^4$, onde a é uma constante. (0,5 pontos)

d) Mostre que a pressão exercida pela radiação nas paredes do recipiente é dada por $P = aT^4/3$ (0,5 pontos)