

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA DA MATÉRIA CONDENSADA

DANIEL DE OLIVEIRA BEZERRA

DEMÚLTIPLEXAÇÃO ESPACIAL DE FEIXES  
COM VÓRTICES INCOERENTES

Maceió

2019

DANIEL DE OLIVEIRA BEZERRA

DEMÚLTIPLEXAÇÃO ESPACIAL DE FEIXES COM  
VÓRTICES INCOERENTES

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, como parte dos créditos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Alcenísio José de Jesus Silva

Maceió

2019

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**  
Bibliotecária: Taciana Sousa dos Santos – CRB-4 – 2062

B574d Bezerra, Daniel de Oliveira.  
Demultiplexação espacial de feixes com vórtices incoerentes / Daniel de Oliveira Bezerra. – 2019.  
37 f. il. : figs. color.

Orientador: Alcenísio José de Jesus Silva.  
Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Alagoas.  
Instituto de Física. Programa de Pós-Graduação em Física. Maceió, 2020.

Bibliografia: f. 34-37.

1. Feixes gaussianos. 2. Cargas topológicas. 3. Coerência (Ótica) . I.  
Título.

CDU: 535

**PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE  
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**


***“Demultiplexação Espacial de Feixes com Vórtices Incoerentes”***

**por**

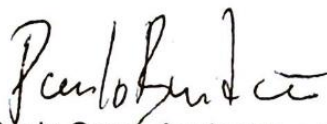
**Daniel de Oliveira Bezerra**

A Banca Examinadora composta pelos professores Alcenísio José de Jesus Silva (orientador e presidente da banca), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, e Willamys Cristiano Soares Silva, do Campus Arapiraca da Universidade Federal de Alagoas, consideram o candidato aprovado com grau “**A**”.

Maceió, 16 de agosto de 2019



Prof. Dr. Alcenísio José de Jesus Silva



Prof. Dr. Paulo Cesar Aguiar Brandão Filho



Prof. Dr. Willamys Cristiano Soares Silva

”A fé não move montanhas. Na verdade coloca montanhas onde não há nenhuma.”

Friedrich Nietzsche

# AGRADECIMENTOS

- Primeiramente aos meus pais;
- Ao professor Alcenísio pelo apoio e toda ajuda fornecida;
- Aos meus amigos do GON, em especial ao João Paulo, e o Gilson;
- Aos meus amigos da física em geral, em especial o Vinícius Teske, pelos ensinamentos e experiências vividas.
- À CAPES pelo apoio financeiro.

# RESUMO

Neste trabalho estudamos o resultado da separação de feixes Laguerre-Gauss possuindo carga topológica, utilizando o método transformação espiral, para feixes coerentes e parcialmente coerentes. Observamos numericamente e experimentalmente que, a utilização desta fase espiral proporciona uma separação robusta e boa visibilidade para a determinação da carga topológica.

**Palavras-chave:** Carga topológica. Feixe. Separação. Coerência.

# ABSTRACT

In this dissertation we studied the result of Laguerre-Gauss beam sorter having topological loading using the transformation spiral method for coherent and partially coherent bundles. We observe numerically and experimentally that the use of this spiral provides a robust sorter and good visibility for the determination of the topological charge.

**Keywords:** Topological charge. Beams. Sorter. Coherence



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Feixes Laguerre-Gauss</b>	<b>3</b>
2.1	Introdução . . . . .	3
2.2	Equação Paraxial de Helmholtz . . . . .	3
2.3	Ondas paraxiais . . . . .	4
2.4	Feixes Laguerre-Gauss . . . . .	5
2.5	Hologramas . . . . .	7
2.6	conclusão . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Separação e classificação de feixes coerentes com cargas topológicas</b>	<b>10</b>
3.1	Introdução . . . . .	10
3.2	Modelo teórico . . . . .	12
3.3	Resultados numéricos . . . . .	15
3.4	Setup experimental e Metodologia . . . . .	16
3.5	Resultados experimentais . . . . .	18
3.6	Conclusão . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Separação e classificação de feixes parcialmente coerente com cargas topológicas</b>	<b>20</b>
4.1	Introdução . . . . .	20
4.2	luz incoerente . . . . .	20
4.3	Coerência . . . . .	22
4.3.1	Coerência Temporal . . . . .	22
4.3.2	Coerência Espacial . . . . .	22
4.4	Modelo Teórico . . . . .	23

4.5	Resultados teórico . . . . .	26
4.6	Setup Experimental e Metodologia . . . . .	27
4.7	Resultados experimentais . . . . .	29
4.8	Conclusão . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Conclusão Geral</b>	<b>33</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>34</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Em 1992, Allen e colaboradores, demonstraram que o Momento Angular orbital - (MAO) é uma consequência de feixes com uma distribuição de amplitude que possui uma fase azimutal da forma  $\exp(il\phi)$ , onde  $\phi$  é a coordenada azimutal e o  $l$  é um número inteiro, chamado carga topológica [1]. A presença deste tipo de fase faz com que o feixe apresente uma singularidade na fase, ou seja, a fase é indeterminada, portanto, a intensidade do feixe deve ser nula no centro. Na óptica tais singularidades são conhecidas como vórtices ópticos [2, 3].

Feixes Laguerre-Gauss fazem parte de uma família de feixes que possuem MAO, e o estudo da luz possuindo MAO tem revelado inesperados efeitos o que possibilita uma vasta variedade de aplicação. Por isso, esse tipo de feixe vem sendo amplamente estudado pela comunidade científica em diferentes campos de pesquisa tais como informação quântica [4], comunicação óptica [5], pinças ópticas [6].

Nas primeiras décadas do século XX, muitos trabalhos teóricos foram produzidos estudando as propriedades da luz. Entretanto, somente com o surgimento do laser, nos anos de 1960, houve um impulso nas pesquisas, e por consequência o estudo da alta coerência e outras características que os feixes apresentam ao longo de sua propagação [7, 8].

Outra forma característica da luz também é estudada, como por exemplo quando a luz passa através de uma superfície rugosa, se o tamanho da rugosidade for próxima ao comprimento de onda da luz incidente será produzido o padrão de interferência consistindo em uma infinidade de pontos brilhantes onde a interferência foi muito construtiva e, pontos escuros onde a interferência foi destrutiva. Assim, observamos um granulado de valores de irradiância que tem a aparência de uma desordem caótica que foi chamado de

---

padrão de "speckles" [9].

Podemos notar que, se o plano onde está sendo observado o padrão de speckles for movido, a luz que foi espalhada percorrerá um caminho diferente o que resultará em um novo padrão de interferência, com isso produzindo um novo padrão de speckles.

Nas últimas décadas a quantidade de trabalhos relacionados a formas de classificar MAO tem aumentado tendo-se em vista as várias aplicações como por exemplo, para a computação quântica [10, 11, 12], transporte de informação [13, 14] e codificação de informação em feixes com MAO [15].

Este trabalho faz um estudo da classificação de cargas topológicas - (CT) de feixes Laguerre-Gauss coerentes, analisando a eficiência do método utilizado para a separação de modos. Além disso tem o objetivo de verificar a separação da cargas utilizado os mesmos tipos de feixes, no entanto produzidos por luz parcialmente coerentes usando padrão de "speckle", e obter a CT através do método de autocorrelação.

No capítulo 2 é feito uma abordagem sobre a aproximação paraxial da equação de Helmholtz, onde veremos que os feixes Laguerre-Gauss são soluções desta equação e possuem MAO bem definido, fazemos uma breve discussão sobre ondas paraxiais, em seguida falamos sobre as características dos feixes Laguerre-Gauss e sobre holografia.

O capítulo 3 faremos uma discussão teórica sobre a transformação espiral na separação de MAO e mostraremos os resultados numéricos e experimentais obtidos através desse método utilizando luz coerente.

O capítulo 4 mostraremos a teoria utilizada para separação de MAO utilizando feixes parcialmente coerentes usando a transformação espiral e também mostraremos os resultados numéricos e experimentais obtidos. Finalizando com o capítulo 5 que trás uma conclusão geral do trabalho desenvolvido.

Esta divisão foi feita para facilitar a compreensão do assunto abordado no trabalho e também para uma melhor organização do mesmo. Todos os capítulos aqui tem fundamental importância na compreensão desta dissertação.

# Capítulo 2

## Feixes Laguerre-Gauss

### 2.1 Introdução

Como é bem conhecido pela literatura, a luz transporta energia, e duas componentes de momento, o momento linear e momento angular. Essas componentes são expressas por  $S = \varepsilon_0 \int (\vec{E} \times \vec{A}) dv$  que é independente do sistema de coordenadas e representa o momento angular intrínseco que está associado à polarização da luz e a segunda parte o termo,  $L = \varepsilon_0 \sum_{j=1}^3 \int [E_j (\vec{E} \times \vec{A}) A_j] dv$  que possui uma dependência do sistema de coordenadas e está associado ao momento angular orbital [16], que aparece devido à componente azimutal do momento linear da luz presente em feixes com uma frente de onda helicoidal.[17]

Neste capítulo faremos uma abordagem sobre a aproximação paraxial da equação de Helmholtz, onde veremos que os feixes Laguerre-Gauss são soluções desta equação e possuem MAO bem definido proporcional a  $l$  [7]. E por fim veremos também uma forma de produzir de hologramas utilizando o Modulador espacial de luz (MEL).

### 2.2 Equação Paraxial de Helmholtz

O campo escalar de uma onda monocromática é representado pela função de onda [18]

$$U(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \cos[2\pi vt + \phi(\vec{r})], \quad (2.1)$$

Onde  $a(\vec{r})$  é a amplitude,  $\phi(\vec{r})$  é a fase,  $v$  é a frequência e  $w = 2\pi v$  é a frequência angular.

É conveniente representar a função real  $U(\vec{r}, t)$ , em (2.1) em termos de uma função

complexa  $U(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \exp[i\phi(\vec{r})] \exp(2\pi i \nu t)$ .

De modo que  $u(\vec{r}, t) = \Re[U(\vec{r}, t)]$ , dada por [19].

$$u(\vec{r}, t) = \Re[U(\vec{r}, t)] = \frac{1}{2} [U(\vec{r}, t) + U^*(\vec{r}, t)], \quad (2.2)$$

A equação  $U(\vec{r}, t)$  é conhecida como função de onda complexa e descreve a onda completamente, a função de onda (2.1) é simplesmente a parte real. Assim como a função de onda  $u(\vec{r}, t)$ , a função complexa  $U(\vec{r}, t)$  deve satisfazer a equação de onda

$$\nabla^2 U - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0, \quad (2.3)$$

Reescrevendo  $U(\vec{r}, t)$  na forma

$$U(\vec{r}, t) = U_0(\vec{r}) \exp(2\pi i \nu t), \quad (2.4)$$

O fator independente do tempo em (2.4),  $U_0(\vec{r}) = a(\vec{r}) \exp[i\phi(\vec{r})]$ , é conhecido como a amplitude complexa da onda. A função de onda  $u(\vec{r}, t)$  em (2.2) está associada com a amplitude complexa por

$$u(\vec{r}, t) = \Re[U_0(\vec{r}) \exp(2\pi i \nu t)] = \frac{1}{2} [U_0(\vec{r}) \exp(2\pi i \nu t) + U_0^*(\vec{r}) \exp(-2\pi i \nu t)], \quad (2.5)$$

Em uma dada posição  $\vec{r}$ , a amplitude  $U_0(\vec{r})$  é uma variável complexa cuja magnitude  $U_0(\vec{r}) = a_0(\vec{r})$  é a amplitude da onda cujo argumento é  $\arg(U_0)(\vec{r}) = \phi(\vec{r})$  é a fase. A função complexa  $U(\vec{r}, t)$  para  $t = 0$  é a amplitude complexa  $U_0(\vec{r})$ .

## 2.3 Ondas paraxiais

Para a onda ser dita paraxial o ângulo entre os raios e o eixo de referência do sistema óptico sempre tem que permanece pequeno,  $\ll 1 \text{ rad}$  [20].

Podemos construir uma onda paraxial inicialmente com uma onda plana  $A \exp(-ikz)$  [21]. Considerando-a como uma onda portadora e que modificada ou modulada pelo o envelope complexo  $A$ . Fazendo com que a variação seja pequena em relação a posição,  $\vec{A}(\vec{r})$  uma vez que a amplitude complexa de uma onda modulada torna-se,

$$U(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp(-ikz), \quad (2.6)$$

A variação do envelope  $A(\vec{r})$  e sua derivada em relação a posição  $z$  deve ser pequena ao longo da distância do comprimento de onda  $\lambda$  de modo que a mesma mantenha aproximadamente sua natureza plana.

Realizando a substituição da equação (2.4) na equação (2.3) obtemos a equação diferencial para a amplitude complexa  $U(\vec{r})$

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0. \quad (2.7)$$

A equação acima é conhecida como a equação de Helmholtz, em que  $k = \frac{\omega}{c}$  é o número de onda.

A onda paraxial para ser descrita pela equação (2.6), a mesma tem que satisfazer a equação de Helmholtz, e o envelope complexo  $A(\vec{r})$  deve satisfazer a outra equação diferencial parcial que é obtida quando se substituí a equação (2.6) na equação (2.7).

Assumindo que  $A(\vec{r})$  varia lentamente com relação a  $z$  significa que ao longo de uma distância  $\Delta z = \lambda$ , a mudança  $\Delta A$  é muito menor que  $A$ , ou seja,  $\Delta A \ll A$ .

Uma vez que

$$\Delta A = \frac{\partial A}{\partial z} \Delta z = \frac{\partial A}{\partial z} \lambda, \quad (2.8)$$

assim  $\left(\frac{\partial A}{\partial z}\right) \ll \frac{A}{\lambda} = \frac{Ak}{2\pi}$ . Portanto  $\frac{\partial A}{\partial z} \ll kA$ .

A derivada  $\left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)$  deve variar lentamente ao longo da distância do comprimento de onda  $\lambda$ . Ao passo que  $(\partial^2 A / \partial z^2) \ll k(\partial A / \partial z)$ , que fornece

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll K^2 A. \quad (2.9)$$

Realizando a substituição da equação (2.6) na equação (2.7), e desprezando  $\partial^2 A / \partial z^2$  a comparação com  $k(\partial A / \partial z)$  ou  $k^2 A$ , nos leva a equação diferencial parcial para o envelope complexo  $A(\vec{r})$ .

$$\nabla_T^2 A - 2ki \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \quad (2.10)$$

onde  $\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ , e o operador laplaciano transversal.

A equação (2.10) é conhecida por equação paraxial de Helmholtz, e os feixes Laguerre-Gauss são soluções da mesma.

## 2.4 Feixes Laguerre-Gauss

Há um conjunto de soluções para a equação paraxial de Helmholtz, e a expressão para a amplitude complexa em coordenadas cilíndricas dos feixes Laguerre-Gauss é uma delas,

podendo ser expressa da seguinte forma [21].

$$U_{lp}(\rho, \phi, z) = A_{l,p} \left[ \frac{w_0}{w(z)} \right] \left( \frac{\rho}{w(z)} \right)^l L_p^l \left( \frac{2\rho^2}{w^2(z)} \right) \exp \left( \frac{-\rho^2}{w^2} \right) \times \exp \left[ -ikz - ik \frac{\rho^2}{2R(z)} - il\phi + i(l + 2p + 1) \xi(z) \right], \quad (2.11)$$

A equação (2.11) corresponde a um feixe viajando ao longo da direção  $z$ . Onde  $l$  é o índice azimutal ou carga topológica,  $p \geq 0$  é o índice radial (número de anéis =  $p + 1$ ) e  $L_p^l$  é o polinômio de Laguerre generalizado.  $w(z)$  é a cintura de feixe,  $R(z)$  o raio da frente de onda,  $w_0$  é a cintura do feixe em  $z = 0$  e  $\xi(z)$  é a fase de Gouy. Os componentes  $w(z)$ ,  $R(z)$ ,  $\xi(z)$  e  $w_0$  são dados respectivamente por:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z}{z_R}}, \quad (2.12)$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right], \quad (2.13)$$

$$\xi(z) = \tan^{-1} \left( \frac{z}{z_R} \right), \quad (2.14)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi}}, \quad (2.15)$$

onde  $z_R$  é o comprimento de Rayleigh,

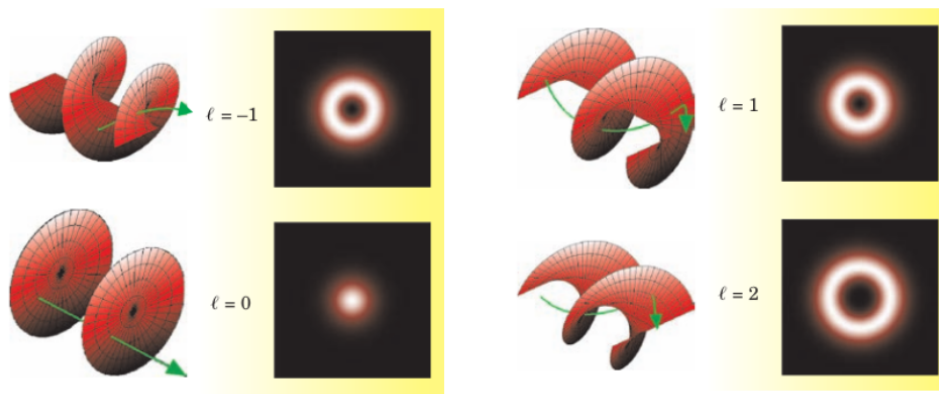
$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (2.16)$$

Para  $l = 0$  o feixe é gaussiano, a onda é plana e a fase é constante, para  $l$  diferente de 0 o feixe assume uma forma helicoidal, onde a quantidade de hélices depende da carga topológica.

Para um modo Laguerre-Gauss com  $p = 0$  e valores de  $l$  diferentes de 0 o perfil de intensidade do feixe tem a forma de uma anel, ou seja, o feixe tem intensidade zero no centro [21], conhecido como vórtex. Este perfil de intensidade aumenta a medida que  $l$  aumenta, como podemos observar nas imagens 2.1.



Figura 2.1: Momento angular orbital



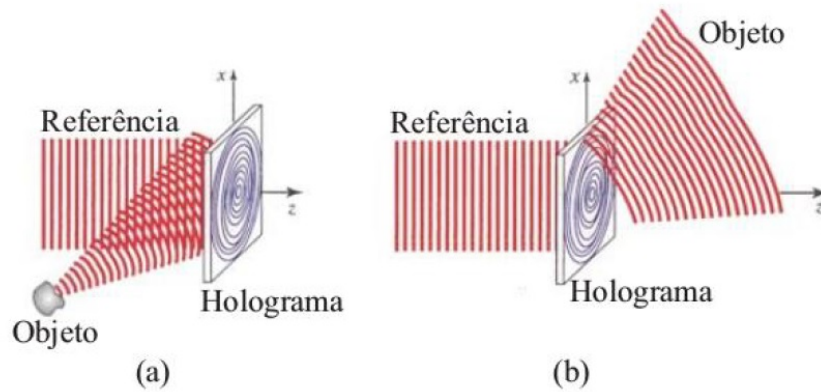
Fonte: [23], 2004

Ainda na figura 2.1 podemos observar que quando  $l$  assume valores negativos ou positivos o sentido do "giro" do feixe é alterado, sendo sentido horário para  $l \geq 1$  e sentido anti-horário para  $l \leq -1$ , esse sentido de propagação do feixe é aspecto muito importante para esse trabalho como será possível observar nos resultados obtidos.

## 2.5 Hologramas

Holografia envolve o registro e a reconstrução de ondas ópticas [21]. O termo holografia surgiu em 1949 com Dennis Gabor quando o mesmo teve a ideia de registrar em uma placa fotográfica não só a amplitude, como também a fase de uma onda óptica incidente. Podemos criar uma holograma fazendo primeiro o registro da amplitude e da fase das frentes de onda, por meio de interferência entre a luz vinda de um objeto  $U_0$  e um feixe de referência  $U_r$ , incidindo sobre um dispositivo de gravação. Em seguida a reconstrução das frentes de onda originais é feita a partir da incidência do mesmo feixe de referência sobre o holograma já formado como é ilustrado na figura 2.2.

Figura 2.2: (a) Gravação do holograma a partir de uma onda de referência no dispositivo de gravação. (b) reconstrução do feixe de interesse

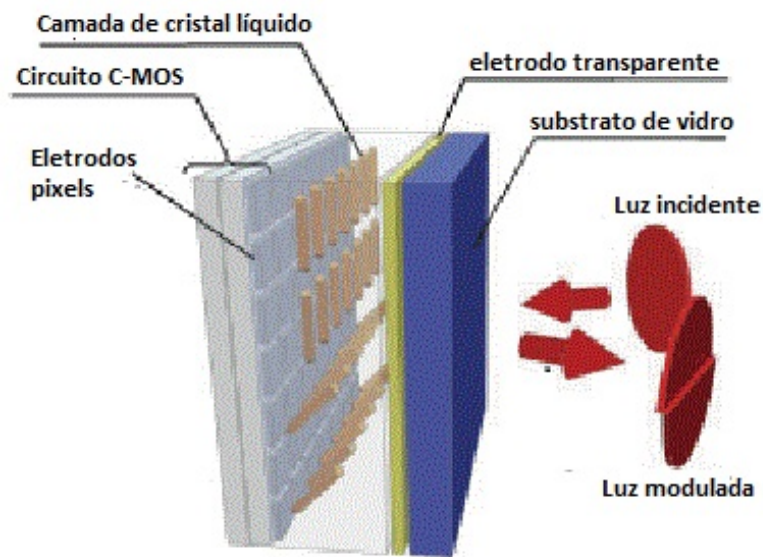


Fonte: [21], 2007

Atualmente o método muito mais simples para se gerar feixes, é fazendo uso de um MEL. Com este dispositivo, pode-se controlar a amplitude e fase, ou até mesmo os estados de polarização da luz [21]. Fazendo uso desse mesmo dispositivo, com a técnica de holografia pode ser utilizado para gerar vários outros tipos de feixes ou aberturas [22].

Um MEL é composto por uma camada de substrato de vidro, após essa camada ele contém eletrodos transparentes, seguido de uma camada de cristais líquidos e em uma fina camada construída de pixels eletrodos, Os pixels de cristal líquido podem ser controlados eletronicamente, sendo assim possível desenhar hologramas que codificam a amplitude e a fase de campos complexos. Por fim, um circuito C-MOS. A figura (2.3) mostra de forma mais clara como um MEL é composto.

Figura 2.3: Esquema de um modulador espacial de luz



Fonte: Hamamatsu. Light Phase Control. disponível em:  
<https://lcos.hamamatsu.com/jp/en/applications/index.html>

## 2.6 conclusão

Vimos que a equação paraxial de Helmholtz é obtida utilizando a aproximação paraxial. Em seguida mostramos uma classe de feixes que possuem MAO que são os feixes LG que são soluções da equação paraxial de Helmholtz em coordenadas cilíndricas. Em seguida vimos que os feixes Laguerre-Gauss com carga topológica diferente de zero possuem vórtices ópticos. Finalizamos mostrando a utilização do MEL na produção de hologramas.

# Capítulo 3

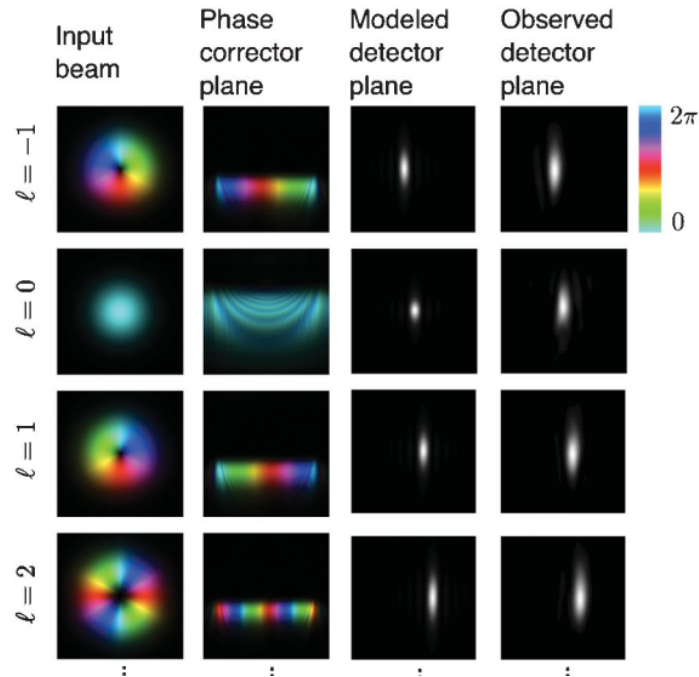
## Separação e classificação de feixes coerentes com cargas topológicas

### 3.1 Introdução

Como dito no capítulo anterior, os feixes Laguerre-Gauss possuem MAO que é um fenômeno físico já amplamente estudado na literatura [23, 24]. Esse fenômeno físico vem sendo estudados por varias pesquisas, como por exemplo, a obtenção e separação dos modos dos feixes com MAO como os trabalhos de Uchilda [25], Berkhout [26] e Sullivan [27]. Alguns métodos de separação de cargas topológicas já foram propostos, a exemplo: *"divisão de modos em espaço livre com transformação óptica difrativa"*, descrita por Ruffato [28].

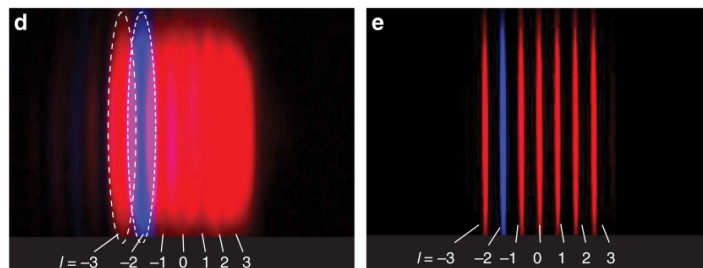
Um outro exemplo de divisão de modos que ficou bem conhecido foi o método do log-polar descrito pelas referências [26, 27] que explicaremos com mais detalhes. Esse método utiliza uma fase de correção que pode variar de 0 a  $2\pi$ , que quebra o feixe e o deixa em um formato reto e, que depois é focalizado evidenciando a CT do feixe. A utilização desse método produz uma separação de modos, no entanto a classificação dos feixes não é bem definida, como pode ser observado na figura 3.1. Pode se notar que é difícil identificar as CT's a medida que se altera a carga, devido ao pequeno deslocamento exibido pelos feixes.

Figura 3.1: Separação de modos utilizando a transformação log-polar



Fonte: [26], 2018

Com base no método log-polar foi sugerido no trabalho de Mirhosseini et. al. 2013 [10] a utilização de uma fase corretora Fan-out, que produz uma boa separação dos modos, no entanto esse método requer a utilização de mais um MEL o que não é o ideal para a classificação de feixes, pois sempre se busca uma forma direta e com alta robustez para esse tipo de tratamento da luz. Por fim é possível observar alguns resultados numéricos utilizando o Fan-out na figura 3.2.

Figura 3.2: Separação de MAO's utilizando uma fase corretora Fan-out. **d** - resultados utilizando apenas o log-polar. **e** - resultados utilizando o log-polar e o Fan-out

Fonte: [10], 2018

Por fim, neste capítulo introduziremos uma transformação espiral [29] para separação

de cargas topológicas. Nesse novo método de transformação a fase pode variar de 0 a  $\infty$ , por isso é teoricamente ilimitada, com essa nova transformação óptica é possível separar MAO com alta resolução e a alta eficiência e de forma direta [29].

## 3.2 Modelo teórico

Para obter a separação dos MAO é necessário obter um tipo de transformação, que neste caso é a transformação espiral. Portanto para as coordenadas da transformação espiral, nós consideramos a propagação paraxial da luz entre um plano  $(x, y)$  onde o feixe vai incidir, e um plano de final  $(u, v)$  que é paralelo a entrada do plano e localizado a uma distância  $d$ . O mapeamento dos pontos  $(x, y)$  para os pontos  $(u, v)$  é dado no contexto de uma raio óptico, pelas equações (3.1) [29]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = k \frac{u - x}{d}, \quad \frac{\partial Q}{\partial y} = k \frac{v - y}{d}. \quad (3.1)$$

Introduzindo as novas coordenadas  $(s, \theta)$  no plano  $(x, y)$  de acordo com as equações

$$x = r(s, \theta) \cos(\theta), \quad y = r(s, \theta) \sin(\theta), \quad (3.2)$$

Onde  $(r, \theta)$  representa as coordenadas polares dos pontos  $(x, y)$ . As novas coordenadas  $(s, \theta)$  podem se consideradas como coordenadas espiral-polar, onde o parâmetro  $s$  indica a particular espiral que o ponto  $(x, y)$  pertencem e o ângulo polar  $\theta$  determina a posição do ponto na espiral.

Considerando o mapeamento de um ponto da espiral  $r(s, \theta)$  em um plano final com o formato de uma linha reta, pode ser expresso como

$$u = u(s, \theta), \quad v = v(s). \quad (3.3)$$

Essas equações implicam que a espiral pode ser classificada pela variável  $s$ , e pode ser mapeada como uma linha horizontal no plano de  $(u, v)$ , com a posição  $u$  ao longo de uma linha geralmente dependendo de  $s$  e  $\theta$ . Uma espiral com um parâmetro  $s$  diferente é portanto mapeada em uma linha paralela horizontal e deslocada em uma direção vertical (paralela ao eixo  $v$ ) de acordo com a função  $v(s)$ .

Se a distribuição de fase  $Q(x, y)$  é uma função continuamente diferenciável, temos que

$Q_{xy} = Q_{yx}$  de acordo com a equação (3.1), também temos que  $u_y = v_x$  e utilizando as duas partes da equação (3.3), teremos

$$u_s s_y + u_\theta \theta_y = v'(s) s_x. \quad (3.4)$$

Que pode ser reescrito em coordenadas polares como

$$[u_s r_\theta - u_\theta r_s + v'(s) r] \cos(\theta) + [v'(s) r_\theta - u_s r] \sin(\theta) = 0, \quad (3.5)$$

Essa é uma condição geral imposta pela espiral de transformação, que leva a um número de soluções  $r(s, \theta)$  que corresponde a tipos diferentes de espiral. Fixando as funções trigonométricas igual a zero na equação (3.5), teremos que

$$u_s = u_\theta \frac{r_s r_\theta}{r^2 + r_\theta^2}, v'(s) = u_\theta \frac{r_s r}{r^2 + r_\theta^2}. \quad (3.6)$$

Para uma determinada forma espiral  $r(s, \theta)$  os termos da equação (3.5) relaciona  $v'(s)$ ,  $u_s$  e  $u_\theta$ , no qual seja produzido a imagem da espiral no plano final  $(u, v)$ .

Para o modo de separação de MAO a exponencial complexa  $\exp(il\theta)$ , deve ser tratada como sendo  $\exp(ilu/\beta)$ , desde que seja assumida uma relação linear entre  $\theta$  e  $u$ , ou seja  $u_\theta = \beta$ , onde  $\beta$  é o parâmetro de espalhamento.

O fato de  $r$  do lado direito da segunda equação em (3.6) deve ser independente de  $\theta$ , no qual leva a solução logaritmo espiral  $r(s, \theta) = s \cdot \exp(a\theta)$ . Integrando a equação (3.6), teremos

$$u(s, \theta) = \frac{a\beta}{1+a^2} \ln\left(\frac{s}{r_\theta}\right) + \beta\theta, v(s) = \frac{\beta}{1+a^2} \ln\left(\frac{s}{r_\theta} u\right) \quad (3.7)$$

onde é escolhido o ponto  $\theta = 0$  de uma espiral com  $s = r_o$ . A transformação pode ser reescrita em coordenadas polares  $(r, \theta)$  como sendo

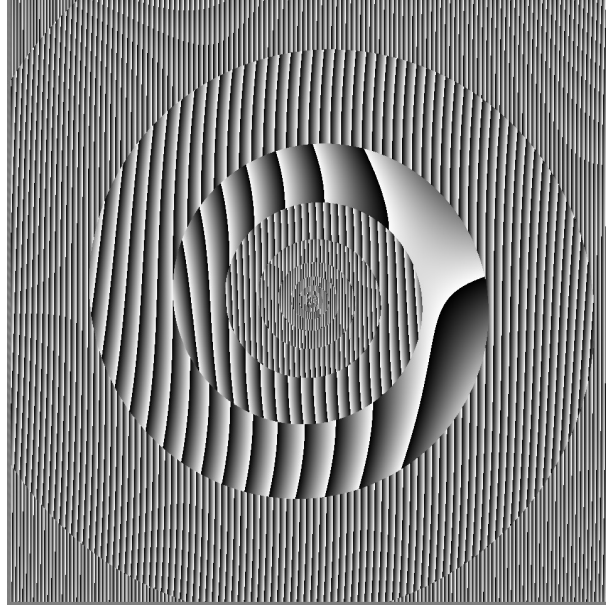
$$u(r, \theta) = \frac{\beta}{1+a^2} \left[ a \ln\left(\frac{r}{r_\theta}\right) + \theta \right], \quad (3.8)$$

$$v(r, \theta) = \frac{\beta}{1+a^2} \left[ \ln\left(\frac{r}{r_\theta}\right) - a\theta \right]. \quad (3.9)$$

Derivando a forma analítica da espiral de transformação equação (3.8) e (3.9), integrando a equação (3.1) obtemos a distribuição de fase  $Q(x, y)$  na equação (3.10) e que simulada resulta na figura 3.3. [29]

$$Q = \frac{k\beta}{d(a^2+1)} \left[ (ax+y) \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + (x-ay)\theta - (ax-y) \right]. \quad (3.10)$$

Figura 3.3: Fase espiral de transformação



Fonte: Autor

Para simular a segunda fase de correção é necessário dois termos. O primeiro termo é o gradiente da fase linear  $l(u - av)/\beta$ , no qual corresponde o gradiente do mapeamento da fase espiral. Isso é útil para a separação do MAO no plano de Fourier. O segundo termo é fase adquirida pela onda durante a propagação do plano  $(x, y)$  e  $(u, v)$  que não é útil para a separação de modo. Para remover este termo é preciso uma fase de correção que produz um feixe colimado que posteriormente será focalizado no plano de Fourier por uma lente.

Se  $P(x, y)$  é a distribuição de fase, o gradiente local no ponto  $(u, v)$  deveria ser de tal forma que cancele a inclinação do raio que chega no ponto que corresponde ao ponto  $(x, y)$ , com isso o feixe deixa a fase de correção verticalmente e com zero de inclinação. De acordo com esse argumento devemos ter[30].

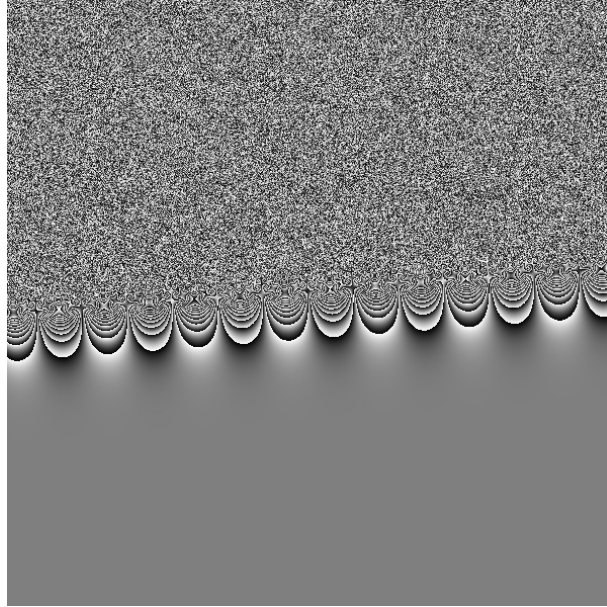
$$P_u = k \frac{x - u}{d}, P_v = k \frac{y - v}{d}, \quad (3.11)$$

tal argumento assume que não é somente um raio que chega em cada ponto  $(u, v)$ , pois o mapeamento da espiral de transformação é feita ponto-a-ponto entre os dois planos. Para obter  $P(u, v)$  da equação (3.11) as coordenadas  $(x, y)$  são substituídas em função das coordenadas  $(u, v)$ , que pode ser obtida resolvendo a equação (3.8) e (3.9) para  $(r, \theta)$  e usando a equação (3.3). Depois disto integrando a equação (3.11) obtemos

$$P = \frac{kr_0}{d} \frac{\beta}{(1 + a^2)} \exp\left(\frac{au - v}{\beta}\right) \times \left[ \sin\left(\frac{u - av}{\beta}\right) + a \cos\left(\frac{u - av}{\beta}\right) \right]. \quad (3.12)$$



Figura 3.4: Fase de correção



Fonte: Autor

A figura 3.4 mostra o holograma da equação (3.12) que foi inserido no segundo MEL2, onde a parte superior tem fase aleatória, a parte inferior tem fase zero e se comporta como um espelho e na interseção temos a região onde o feixe deve incidir, para que haja o efeito de correção descrito acima.

### 3.3 Resultados numéricos

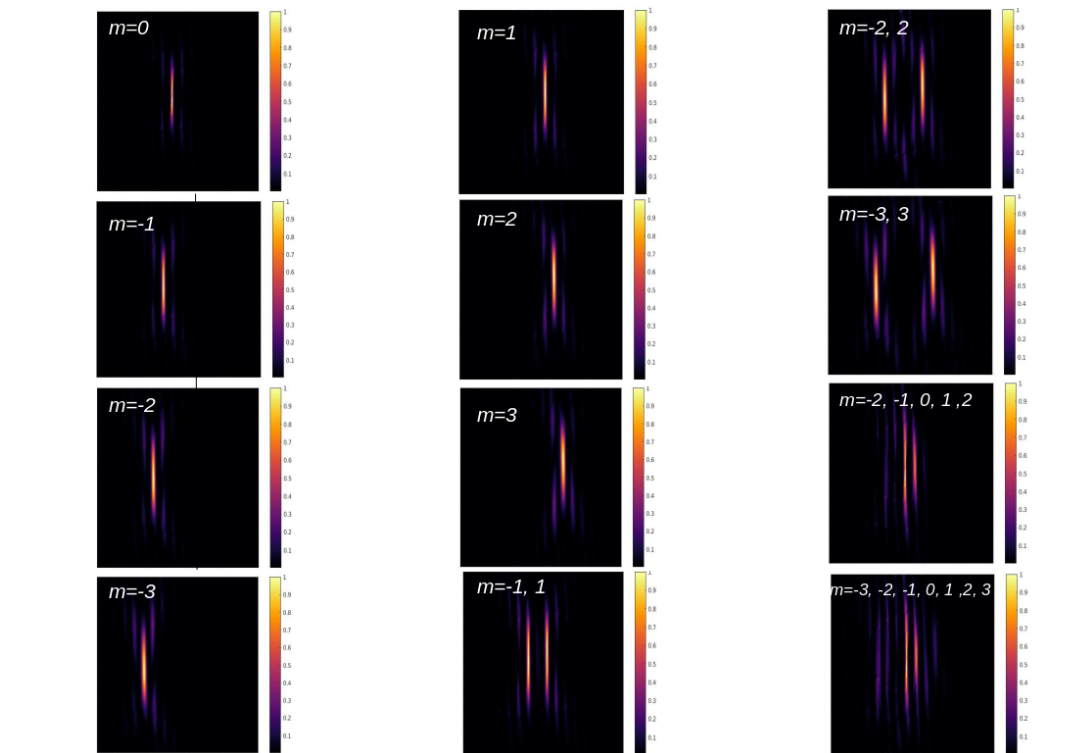
Nesta seção discutiremos os resultados obtidos numericamente a partir da utilização da transformação espiral descrita anteriormente. O intuito é poder compara-los com os resultados experimentais, que serão apresentados na seção 3.5.

Fizemos o plot do perfil do feixe após adquirir a fase de correção e focalizado no plano de Fourier usando o software matlab, é ilustrado na figura 3.5. Usamos os parâmetros iguais aos usados no experimento para que se tenha uma melhor aproximação do resultado numérico com o experimental. Os parâmetros adotados tanto para a transformação espiral quanto para a fase de correção foram:  $d = 300mm$ ,  $a = (\lg(1.6)) / (2\pi) mm$ ,  $\beta = 1.8 / (2\pi) mm$  e  $r_o = 1.1$  e comprimento de onda  $\lambda = 532 \cdot 10^{-6} mm$ .

Na figura 3.5 podemos observa os resultados obtidos para a separação dos modos

Laguerre-Gauss de cargas  $-3$  a  $3$  e superposição de duas, cinco, e sete cargas. onde vemos que para os resultados numéricos a utilização método da transformação espiral produz resultados bem definidos e de fácil classificação dos modos, tanto para os cargas separadas como para as superposições, que apresentam um deslocamento lateral de  $0,05mm$  em relação a carga anterior .

Figura 3.5: Simulação da separação dos MAO's

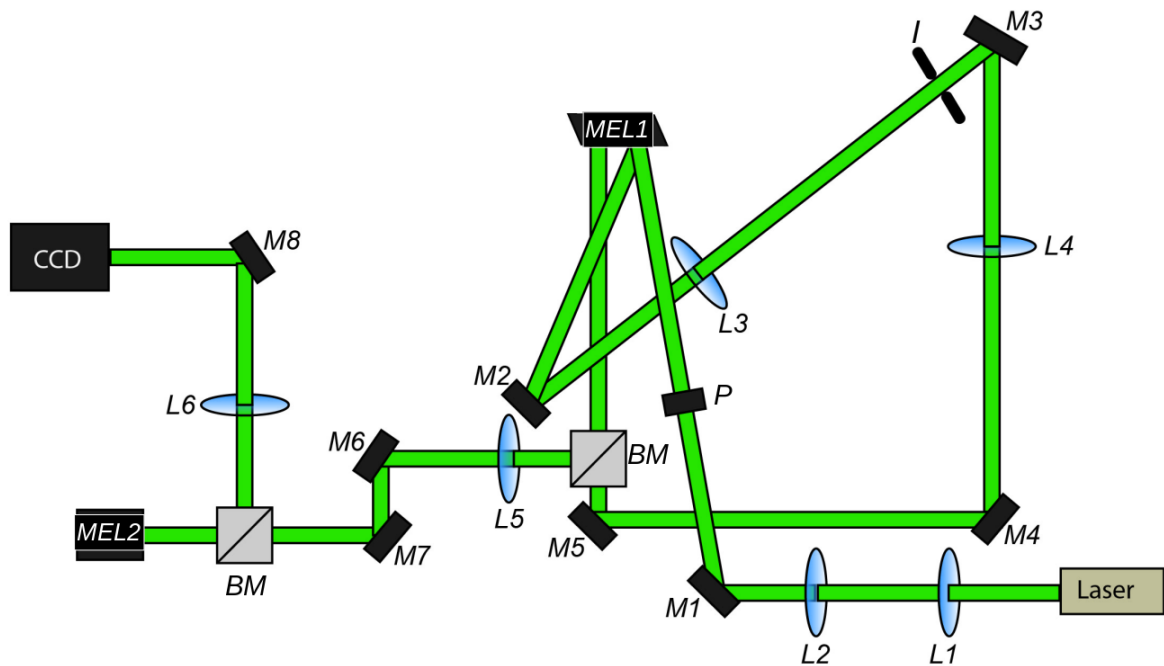


Fonte: Autor

### 3.4 Setup experimental e Metodologia

Nessa seção mostraremos o aparato utilizado para realizar o experimento, e faremos uma breve explicação de cada elemento óptico usado e sua função dentro do setup.

Figura 3.6: Aparato experimental. L1 a L6: Lentes, M1 a M8:Espelhos, laser, P: Polarizador, BM: Beamsplitter, MEL1 e 2, CCD: câmara, I: Iris



Fonte: Autor

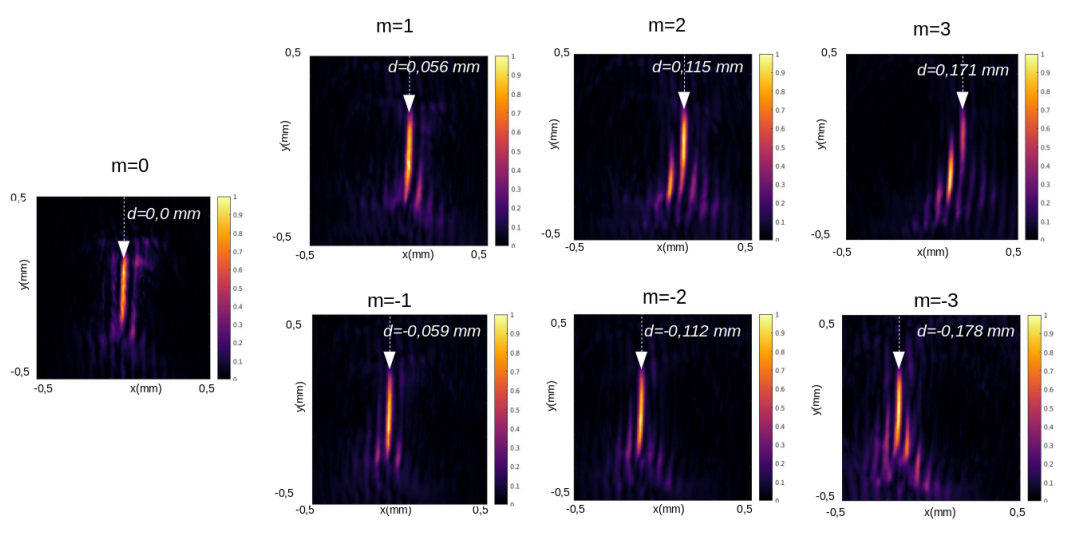
Na figura 3.6 é mostrado o aparato experimental utilizado. Onde a primeira lente L1 de comprimento focal  $f_1 = 31,7mm$  tem a função de expandir o feixe. A segunda, L2 cuja distância focal é de  $f_2 = 75mm$  que colocada confocal com a primeira tem a função de colimar, ou seja, os vetores de onda propagam paralelamente uns aos outros, fazendo com que o feixe fique colimado, em seguida o feixe incide no MEL1 de tamanho  $1920 \times 1080$  pixels que foi dividido em duas partes quadradas de  $960 \times 960$  pixels, na primeira parte foi inserido o holograma de fase que terá a função de formar um feixe com carga topológica. Para isso fizemos uso do método do Arrizón. Após o feixe codificado passar pela lente L3 de comprimento focal  $f_3 = 300mm$ , ocorre uma transformada de Fourier e então colocamos um filtro espacial, após  $300mm$  da lente L3, usado para selecionar o campo desejado, que é espalhado na primeira ordem de difração no plano de Fourier. Uma outra lente L4 de  $f = 300mm$  é usada para expandir e colimar o feixe que irá incidir na segunda parte do MEL1 que tem o holograma da fase espiral. A pois o feixe incidir na segunda parte do MEL1 e adquirir a informação da fase espiral, o mesmo passa pela lente L5 com  $f = 300mm$  que foi colocado a  $300mm$  do MEL2 de tamanho  $600 \times 600$  pixels, onde está codificado a fase de correção, em seguida o feixe é focalizado pela lente L6 de

$f = 200\text{mm}$ , onde será observado a imagem em uma câmera CCD.

### 3.5 Resultados experimentais

Usando a câmera CCD foi possível obter os resultados da figura 3.7, que estão de acordo com os resultados já obtidos numericamente, ainda na figura 3.7 é possível observar a separação ou deslocamento dos feixes com uma única carga topológica. Os feixes tem cargas que variam de -3 a 3. Tomando o feixe de carga 0 como sendo o ponto central, podemos observado que há um aumento no deslocamento  $d$  para direita para cargas positivas e um deslocamento para esquerda para as cargas negativas e a medida que se altera o valor das mesmas o descolamento/separação aumenta.

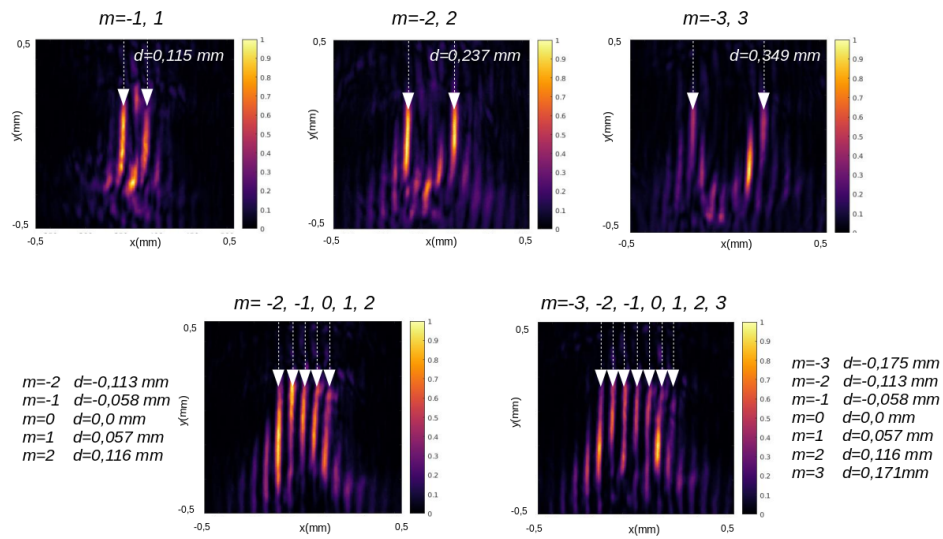
Figura 3.7: Separação experimental dos feixes contendo MAO's



Fonte: Autor

Para a figura 3.8 o deslocamento  $d$  é considerado tomando-se a distancia entre os picos de intensidade de cada feixe. É possível observar comparando a figura 3.7 e 3.8 que tanto para as cargas separadas quanto para as superposições de duas cargas o deslocamento do feixe permanece o mesmo, ou seja, uma determinada carga sempre é deslocada para um ponto específico, inclusive quando se tem a superposição de grandes quantidades de cargas topológicas em um único feixe.

Figura 3.8: Separação experimental dos feixes contendo superposições de MAO's



Fonte: Autor

### 3.6 Conclusão

Neste capítulo, mostramos numericamente e experimentalmente a separação de cargas topológicas, por meio da utilização da transformação espiral e observamos que os resultados experimentais condizem com os numéricos. Utilizando esse método a carga topológica pode ser facilmente determinada pela observação do deslocamento do feixe na direção horizontal, e através desse deslocamento em relação ao ponto central conseguimos identificar o sinal da carga topológica. Observamos também que a distancia de separação das cargas permanecem as mesmas quando se utiliza a superposição de varias cargas.

# Capítulo 4

## Separação e classificação de feixes parcialmente coerente com cargas topológicas

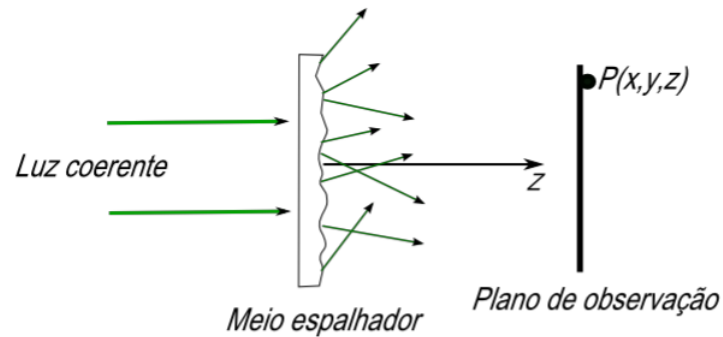
### 4.1 Introdução

Nesta seção realizaremos o mesmo estudo do capítulo anterior utilizando transformação espiral, no entanto utilizaremos neste caso feixes parcialmente coerente na obtenção da separação das CT's, para isso será usado o método da autocorrelação de imagens de um feixe referência e um sinal para a obtenção dos resultados desejados, um dos trabalhos que inspiraram a utilização de feixes incoerentes foi [31]

### 4.2 luz incoerente

Quando a luz coerente é transmitida ou refletida por um meio com rugosidades da ordem de comprimento de onda incidente, ocorre espalhamento aleatório, distorcendo fortemente sua frente de onda, tornando-a parcialmente coerente e gerando uma estrutura granular conhecida como speckle. Trata-se de um fenômeno provocado pela interferência dos raios de luz espalhados, onde a forma de configuração dos speckles tende a variar, mesmo quando pequenas alterações surgem na direção do feixe incidente ou no ponto iluminado [32, 33].

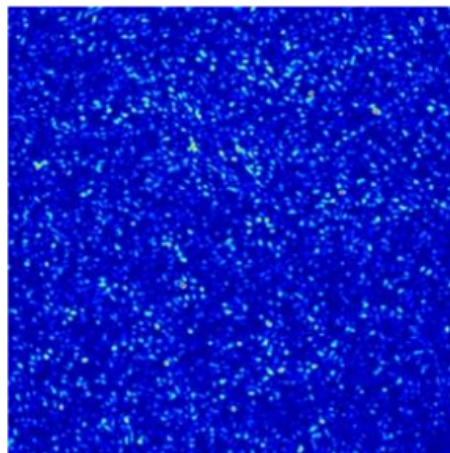
Figura 4.1: Luz atravessando uma superfície rugosa



Fonte: [34],2014

Como é ilustrado na figura 4.1 quando uma luz coerente atravessa uma superfície rugosa esta é espalhada dando origem a uma grande quantidade de ondas parciais que interferem entre si em um determinado ponto. O padrão resultante observado consiste em pontos brilhantes e pontos escuros, os quais são aleatoriamente distribuídos e podem ter tamanhos variados que é o padrão de speckles. A figura 4.2 mostra um padrão de speckle produzido numericamente, simulando uma luz coerente de um laser transmitida através de um meio espalhador.

Figura 4.2: Simulação de um padrão de Speckle



Fonte: [34], 2014

## 4.3 Coerência

A coerência é a propriedade mais importante da radiação laser. Ela se manifesta simultaneamente pela monocromaticidade, revelando a coerência temporal; e pela frente de onda unifásica, de onde decorre a coerência espacial[34].

### 4.3.1 Coerência Temporal

A função de auto correlação de uma função estacionária aleatória complexa  $U(t)$  é dada pela média do produto de  $U^*(t)$  e  $U(t + \tau)$  como uma função do tempo de atraso  $\tau$  [21].

$$G(\tau) = \langle U^*(t) U(t + \tau) \rangle \quad (4.1)$$

A fase de um produto  $U^*(t)U(t + \tau)$  corresponde ao ângulo entre  $U(t)$  e  $U(t + \tau)$  [21]. Se  $U(t)$  e  $U(t + \tau)$  forem correlacionados, o ângulo entre eles varia aleatoriamente entre 0 e  $2\pi$ . Então,  $U^*(t)U(t + \tau)$  possui um ângulo totalmente incerto, de tal maneira que pode assumir qualquer direção, desaparecendo a função de auto correlação  $G(\tau)$  ao fazer sua média. Entretanto, se para um dado  $\tau$ ,  $U(t)$  e  $U(t + \tau)$  são correlacionados, seus fasores manterão alguma relação. As flutuações são, portanto, interligadas de tal modo que  $U^*(t)U(t + \tau)$  tem uma direção preferencial, fazendo com que  $G(\tau)$  não desapareça [34].

Uma medida de coerência que é insensível à intensidade é dada pela função de auto-correlação normalizada,

$$g(\tau) = \frac{G(\tau)}{G(0)} = \frac{\langle U^*(t) U(t + \tau) \rangle}{\langle U^*(t) U(t) \rangle} \quad (4.2)$$

que é chamada de grau complexo de coerência temporal, não podendo assumir valores absolutos que excedam a unidade,  $0 \leq |g(\tau)| \leq 1$

### 4.3.2 Coerência Espacial

Um ponto importante das flutuações tanto no aspecto espacial quanto no temporal da função aleatória  $U(\vec{r}, t)$ , é a função de correlação cruzada de  $U(\vec{r}_1, t)$  e  $U(\vec{r}_2, t)$  em pares de posições  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$ .

$$G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \langle U^*(\vec{r}_1, t) U(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle \quad (4.3)$$



Esta equação 4.3 é conhecida por função de coerência mútua [21] e sua forma normalizada é

$$g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \frac{G(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)}{\sqrt{I(\vec{r}_1)I(\vec{r}_2)}} \quad (4.4)$$

conhecida como grau complexo de coerência. Representa o coeficiente de correlação cruzada das variáveis aleatórias  $U^*(\vec{r}_1, t)$  e  $U(\vec{r}_2, t + \tau)$ . Seu valor absoluto é limitado entre zero e a unidade,  $0 \leq |g(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)| \leq 1$ .

## 4.4 Modelo Teórico

A formulação teórica para o experimento utilizando a luz espacialmente coerente é descrito como sendo um campo de speckle dado do por  $E_1(\vec{r}_1)$  gerado em um disco jateado (RGGD), que incide sobre a primeira metade do MEL1, onde no mesmo está codificado o holograma do campo sinal  $S(\vec{r}_1)$  que corresponde a um feixe Laguerre-Gaus, que será obtido no plano de Forrier da lente  $L_3$ , dado pela seguinte expressão.

$$E_2(\vec{r}_2) = \int E_1(\vec{r}_1) S(\vec{r}_1) \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_1 \vec{r}_2\right) dr_1 \quad (4.5)$$

A segunda metade do SLM2 contem o holograma da fase espiral  $Q(\vec{r}_2)$ , resultando no plano de Fourier da lente  $L_4$  com a seguinte expressão

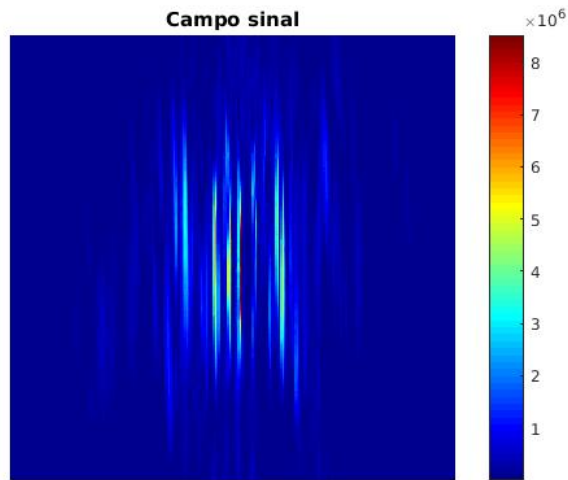
$$E_3(\vec{r}_3) = \int E_2(\vec{r}_2) \exp[iQ(\vec{r}_2)] \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_2 \vec{r}_3\right) dr_2 \quad (4.6)$$

O campo dado pela equação (4.6) incide sobre o MEL2 que contem a fase de correção  $P(\vec{r}_3)$ . Resultando no plano de Fourier da lente  $L_5$  pela forma

$$E_4(\vec{r}_4) = \int E_3(\vec{r}_3) \exp[iP(\vec{r}_3)] \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda f_4} \vec{r}_3 \vec{r}_4\right) dr_3 \quad (4.7)$$

Resultando no padrão ilustrado na figura 4.3, que será observado na CCD,

Figura 4.3: Simulação do padrão de speckle para o feixe sinal



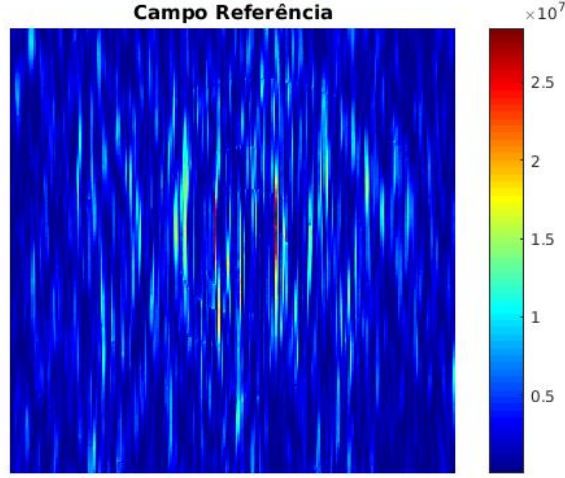
Fonte: Autor

O campo referência  $R(r'_1)$  é o feixe Gaussiano codificado no holograma do MEL1 que propaga através do mesmo componentes ópticos, que resultará em um campo dado pela equação (4.8).

$$E'_4(\vec{r}'_4) = \int E'_3(\vec{r}'_3) \exp[iP(\vec{r}'_3)] \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda f_4} \vec{r}'_3 \cdot \vec{r}'_4\right) dr'_3 \quad (4.8)$$

Resultando em um padrão de speckles como ilustrado na figura 4.4.

Figura 4.4: Simulação do padrão de speckle para o feixe referência



Fonte: Autor

Que nos permite calcular analiticamente a correlação das funções que supomos sem perda de generalidade, para esse campo a transformação de fase é  $Q(\vec{r}_2) = P(\vec{r}_3) = 0$ . Portanto a função de correção é escrita como

$$\begin{aligned}
 \langle E_4^*(\vec{r}) E_4'(\vec{r}_4') \rangle &= \int S^*(r_1) R(\vec{r}_1') \langle E_1^*(\vec{r}_1) E_1'(\vec{r}_1') \rangle \\
 &\quad \times \exp[iQ(\vec{r}_2)] \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_2 \cdot \vec{r}_3'\right) \\
 &\quad \times \exp[iP(\vec{r}_3)] \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda f_4} \vec{r}_3 \cdot \vec{r}_4'\right) \\
 &\quad \times \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_2 \cdot \vec{r}_3'\right) \exp\left(\frac{2\pi i}{\lambda f_4} \vec{r}_3 \cdot \vec{r}_4'\right) \\
 &\quad \times \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2'\right) \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2'\right) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2' d\vec{r}_3'.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Considerando que o campo de speckles é um delta correlacionado  $\langle E_1^*(\vec{r}_1) E_1'(\vec{r}_1') \rangle = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_1')$ . Portanto a integral em  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_1'$  pode ser evoluída resultando em

$$\tilde{S}^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') * \tilde{R}(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') = \int S^*(\vec{r}_1) R(\vec{r}_1') \times \exp\left[\frac{-2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_1 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_2')\right] d\vec{r}_1, \tag{4.10}$$

A equação (4.10) representa a convolução entre a transformada de Fourier sinal  $\tilde{S}^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2')$  e o campo referência  $\tilde{R}(\vec{r}_2 - \vec{r}_2')$ . Desde que o tamanho da cintura do feixe referencia seja maior que o do feixe sinal, podemos fazer a seguinte aproximação  $\tilde{S}^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') \approx \tilde{R}(\vec{r}_2 - \vec{r}_2')$  implicando que  $\tilde{S}^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') * \tilde{R}(\vec{r}_2 - \vec{r}_2') \approx \tilde{S}^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_2')$  note que a integral

em  $\vec{r}_3'$  na equação (4.9) resulta em  $\delta(\vec{r}_2' + \vec{r}_4')$  usando as considerações descritas acima a equação (4.9) pode ser simplificada para

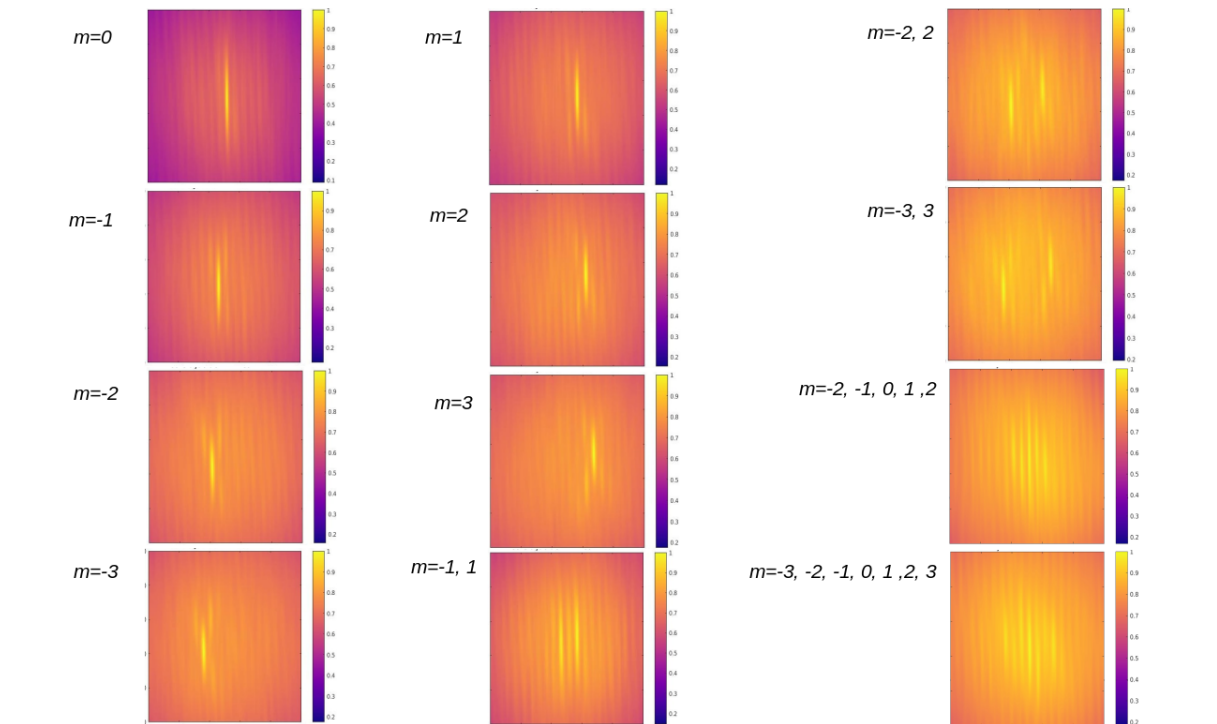
$$\begin{aligned} \langle E_4^*(\vec{r}_4) E_4'(\vec{r}_4') \rangle &= \int \tilde{S}^*(\vec{r}_2 - \vec{r}_4') \exp[iQ(\vec{r}_2) + iP(\vec{r}_3)] \\ &\times \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda f_3} \vec{r}_2 \cdot \vec{r}_3\right) \exp\left(\frac{-2\pi i}{\lambda f_4} \vec{r}_3 \cdot \vec{r}_4\right) d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Usando  $\vec{r}_4 = \vec{r}$  e  $\vec{r}_4' = 0$  encontramos que a função de correlação  $\langle E_4^*(\vec{r}) E_4'(0) \rangle$  que produz resultados semelhantes aos resultados obtidos para um campo coerente que chega no plano final da CCD, esses resultados são possíveis graças a coerência espacial exibida pelos padrões de speckle.

## 4.5 Resultados teórico

Após realizado a autocorrelação das imagens do feixe referência de carga 0 que possui uma cintura  $w = 5w_0$  do feixe sinal, esses feixes sinal possuíam carga topológica que variaram de  $-3$  a  $3$ , e algumas superposições de duas, cinco e sete cargas. Os resultados numéricos tanto para cargas separadas quanto para superposições pode ser observado na figura 4.5.

Figura 4.5: Simulação do padrão de autocorrelação de speckle com MAO



Fonte: Autor

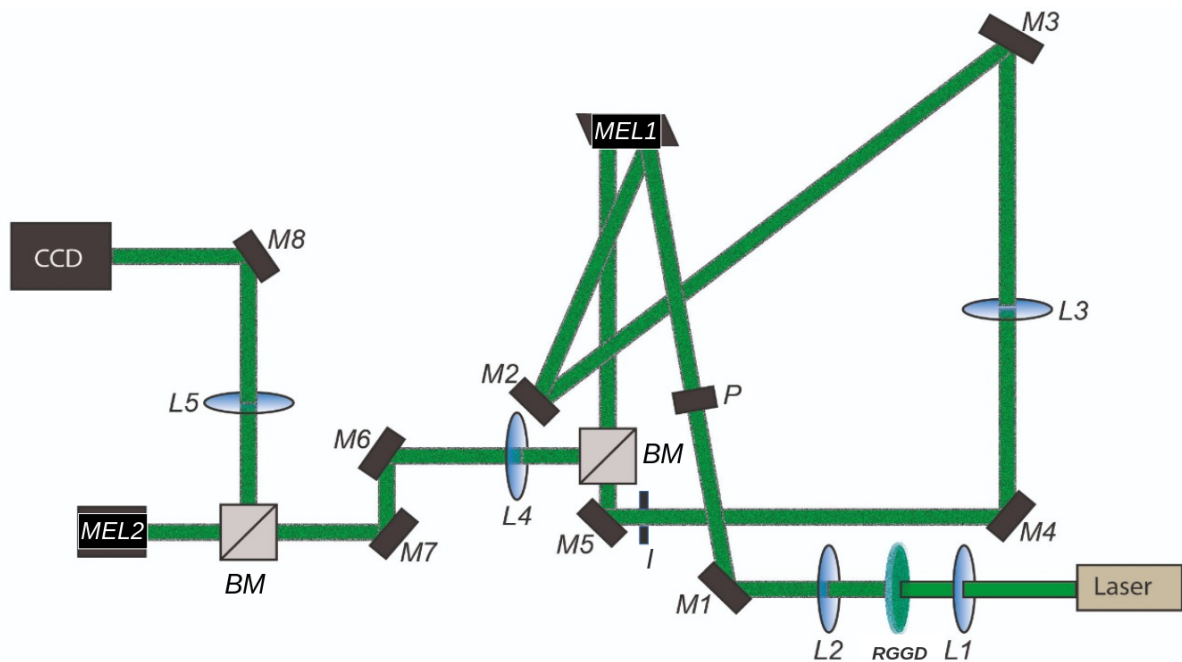
Podemos observar ainda na figura 4.5 que a medida que é alterado as CT's, os feixes positivos e negativos tendem a sofrer um deslocamento tanto na horizontal como na vertical, podemos observar que os feixes positivos tendem a sofrer um deslocamento para cima e os negativos para baixo, inclusive quando se utiliza a superposição de feixes com cargas topológicas opostas, também é possível constatar que a superposição dos feixes com 5 e 7 cargas a separação das cargas não é bem definida.

## 4.6 Setup Experimental e Metodologia

Nessa seção mostraremos o aparato utilizado para realizar o experimento e faremos uma breve explicação de cada elemento óptico usado e sua função dentro do setup.

Na figura 4.6 é mostrado o aparato experimental que foi utilizado e que é muito similar ao Setup utilizado para luz coerente descrito na capítulo anterior.

Figura 4.6: Aparato experimental. L1 a L5: Lentes,GGD: Disco jateado, M1 a M8:Espelhos, laser, P: Polarizador, BM: Beamsplitter, MEL1 e 2,CCD: câmara, I: Iris



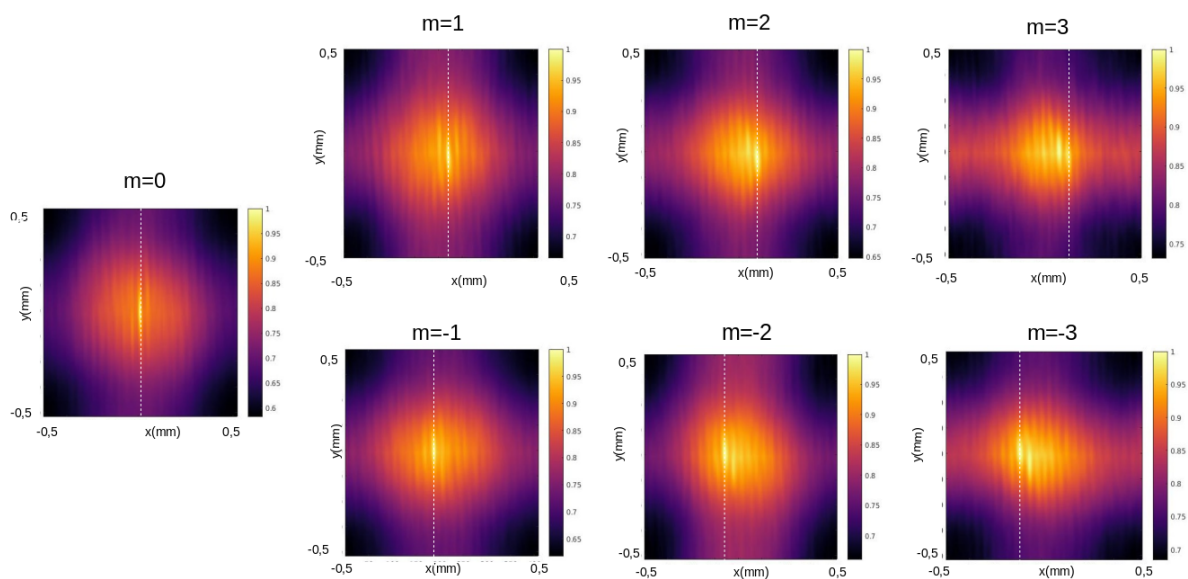
Fonte: Autor

A primeira lente L1 é uma objetiva de comprimento focal  $f_1 = 2,8mm$  tem a função de focalizar o feixe. A segunda, L2 cuja distância focal é de  $f_2 = 150mm$ , foi colocado confocal com a lente L1, e tem a função de colimar o feixe, em seguida o feixe incide no MEL1 tamanho 1920 por 1080 pixels que foi dividido em duas partes quadradas de  $960 \times 960$ , na primeira parte é inserido o holograma de fase que terá a função de formar um feixe com carga topológica. Para isso fizemos uso do método do Arrizón [35]. Após o feixe codificado passar pela lente L3 de comprimento focal  $f_3 = 1000mm$ , ocorre uma transformada de Fourier e então colocamos um filtro espacial, usado para selecionar o campo desejado, que é espalhado na primeira ordem de difração no plano de Fourier, que irá incidir na segunda parte do MEL1 que tem o holograma da fase espiral. A pois o feixe adquirir a informação da fase espiral, o mesmo passa pela lente L4 de  $f = 300mm$  que foi colocada a  $300mm$  do MEL2 de tamanho  $600 \times 600$  pixels, onde está codificado a fase de correção, em seguida o feixe é focalizado pela lente L5 de  $f = 200mm$ , onde será observado as imagens na câmera CCD.

## 4.7 Resultados experimentais

Após realizado a autocorrelação de 200 imagens: 100 do feixe referência que é o de carga topológica 0, e 100 do feixe sinal com as cargas que variam de  $l = -3$  a 3, foram encontrados os seguintes resultados para o deslocamento dos feixes, como é mostrado na figura 4.7, que confirmam a separação das modos Laguerre-Gaus usando feixes parcialmente coerentes vistos anteriormente nos resultados numéricos.

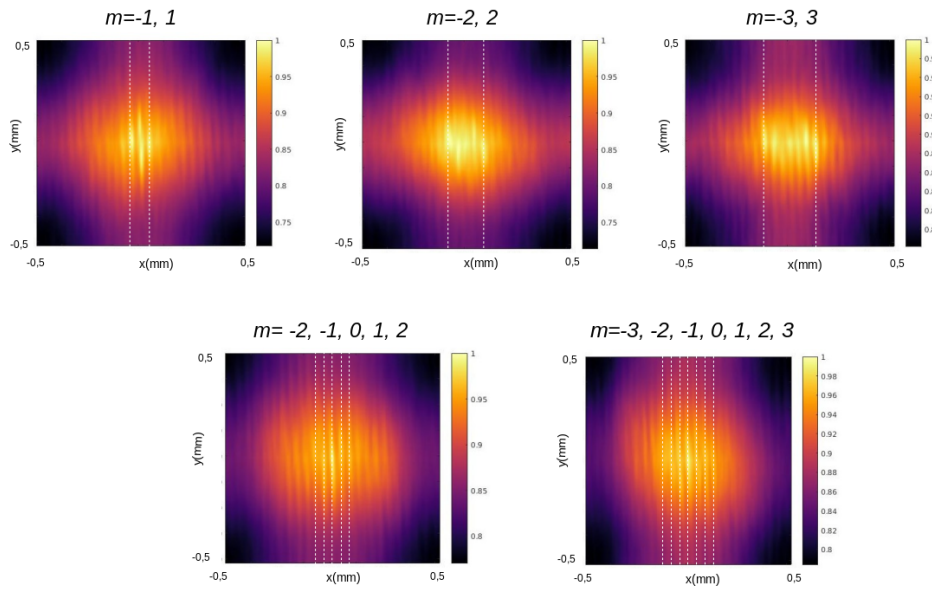
Figura 4.7: Resultados experimentais do padrão de autocorrelação de speckle com MAO



Fonte: Autor

Na figura 4.8 podemos observar os resultados encontrados para a separação das superposições de cargas, onde podemos observar como já se era esperado a separação modos dos feixes com superposição de 5 e 7 cargas não é bem definida.

Figura 4.8: Resultados experimentais do padrão de autocorrelação de speckle com superposição de MAO's

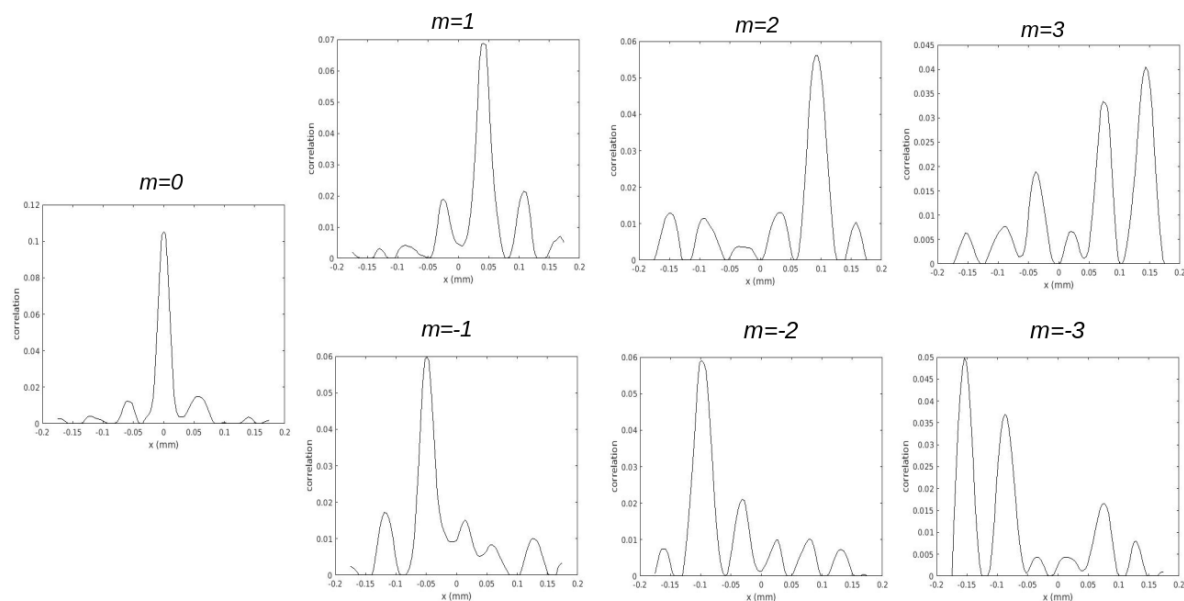


Fonte: Autor

A separação das cargas pode ser analisada melhor através da figura 4.9, onde mostra o deslocamento dos spots de luz. Como foi possível perceber através da simulação e dos experimentos, os feixes sofrem um deslocamento no eixo vertical, e por isso realizamos o plot nos pontos de maior intensidade de cada feixe, por fim retiramos o background que se trata de ruídos, pelo método proposto por A. Cao et. al. [36], e encontramos um incremento de aproximadamente  $0,05 \text{ mm}$  no deslocamento de cada feixe em relação ao feixe anterior.



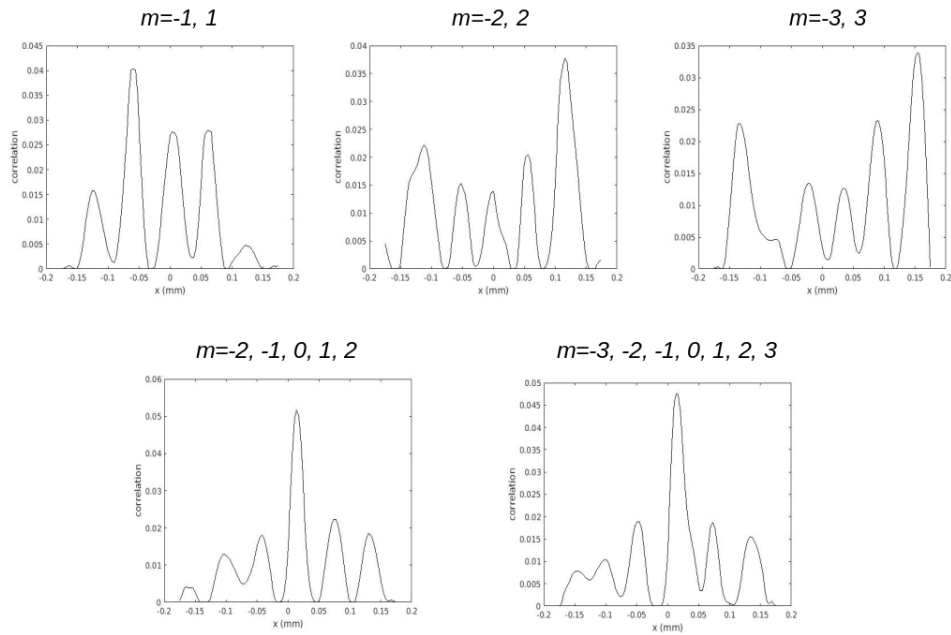
Figura 4.9: Deslocamento para a separação das cargas



Fonte: Autor

A separação das superposições de cargas pode ser observado na figura 4.10, onde vemos que para a combinação de duas cargas temos bons resultados, no entanto observamos nos gráficos que para a superposição de uma grande quantidade de cargas a separação não se mostra ser bem eficiente, como já se era esperado com base na simulação.

Figura 4.10: Deslocamento para a separação das superposições de cargas



Fonte: Autor

## 4.8 Conclusão

Neste capítulo, mostramos que os resultados numéricos e experimentais para a separação de cargas topológicas, por meio da utilização da transformação espiral usando luz parcialmente coerente são aproximados dos resultados com os da luz coerente, e que as cargas topológicas podem ser facilmente determinada pelo deslocamento do feixe na direção horizontal, e através desse deslocamento de aproximadamente  $0,05mm$  para as cargas negativas e um pouco menor para as cargas positivas em relação ao ponto central, conseguimos identificar o feixe e sua carga topológica. No entanto podemos observar que para uma maior quantidade de cargas esse separação não é bem definida.

# Capítulo 5

## Conclusão Geral

Iniciamos, nesta dissertação, revisamos o conceito do momento angular transportado pela luz. Vimos que um feixe com polarização circular transporta momento angular intrínseco na direção de propagação, e que feixes possuindo uma fase azimutal possuem momento angular orbital. Descrevemos uma família de feixes de luz que transportam momento angular orbital, os feixes Laguerre-Gauss, que são soluções da equação de onda na aproximação paraxial em coordenadas cilíndricas.

Após a observação dos resultados obtidos, podemos afirmar que os resultados experimentais condizem com os teóricos mostrados nesta dissertação, e que utilizando a transformação espiral, para luz coerente observamos a separação das cargas topológicas de forma eficiente e direta tanto para cargas separadas quanto para a superposição de uma grande quantidade de cargas.

Demonstramos também que é possível observar a separação dos MAO's para um feixe de luz parcialmente coerente a partir do padrão de "speckle", usando a autocorrelação. Para cargas separadas ou para duas cargas temos bons resultados, mas como já se era esperado para uma grande quantidade de cargas não obtemos a separação de MAO's bem definidos como já era esperando com base nos resultados teóricos. Por fim é possível afirmar que a utilização da transformação espiral produz resultados melhores e de forma direta comparado com outros métodos propostos até então, pois se torna mais fácil classificar os modos Laguerre-Gauss.

# Referências Bibliográficas

- [1] L. Allen, M.W. Beijerbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman *Orbital angular momentum of light and the transformations of laguerre-gauss modes*, Advances in Optics and Photonics, Physical Review A, v.45, 8185–8189, 1992.
- [2] I.Freund, n. Shvastsman, and A.T. Friberg. Phys. Rev. A, 50, 5164, 1994.
- [3] M.S. Soskin, et. al. *Tological charge and angula momentum of light beams carrying optical vortices*,Phys. Rev. A, 56, 4064-4074, 1997.
- [4] G. Molina-terriza, J.P.Torres, and L. torner, *Twisted photons*, Physical Review 3, 305–310, 2007.
- [5] A. E. Willner, et. al. *Optical communications using orbital angular momentum beams*, Advances in Optics and Photonics 7, 66–106 2015.
- [6] S. straup, and S. Kulik, *The quest for higher dimensionalaty*, Natural Photonics 4, Elsevier, v.248, n.1, 585–586, 2010.
- [7] L. Allen, D.G.C Jones *An analises of the granularity of scarttedred optical mases light*, Physics Latters vol.7,321-323. 1963.
- [8] B.M. Oliver *Sparkling spots and random diffraction proceeding of the Ieee*, vol. 51,n1, 1963 ISSN 0018-9219.
- [9] A.A. Jesus-Silva, J.m. Hickmann, E.J.S. Fonseca *Strong correlação betwen incoherent vortices*, n.20, 342. 2012. Optics Express.
- [10] M. Mirhosseini, M. Malik, Z. Shi, R. w. Boyd *Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light*, Nature Communication, 2013.

- [11] J. Wang, et. al. *Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing*, Nature Photonics v.6, 488-496 2012.
- [12] N. Bozinovic, et. al *Terabit-Scale Orbital Angular Momentum Mode Division Multiplexing in Fibers*, Scienc V. 340, 2013.
- [13] A. E. Willner, et. al. *Optical communications using orbital angular momentum beams*, Advances in Optics and Photonics 7, 66–106, 2015.
- [14] G. Gibson, J. Courtial, M. J. Padgett *Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum*, Optics Express, Vol. 12, No. 22, 2004.
- [15] H. Huang, et. al. *100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization, and wavelength*, OPTICS LETTERS Vol. 39, No. 2, 197-200, 2014.
- [16] J.D. Jackson *Classical eletrodynamics*, 3rd ed, Wiley New York, 1999.
- [17] W.C.S. Silva *Representação geométrica de fixes não difratantes possuindo momento angular orbital* . xv,80f(2006), Dissertação de Mestrado em física, Universidade Federal de Alagoas Maceió-Al (2006)
- [18] Durnin, J, *Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory*, JOSA A, Optical Society of America, v.4, n.4, 651-654, 1987.
- [19] D. Jaksch, =Optical lattices ultracold atoms and quantum information processing, Contemporany Physics, v.45, n.5, 367-381, 2004.
- [20] R.Paschotta *Enciclopedia of Laser Physics and Tecnology*, v.1, Wiley, New York, 2008.
- [21] B.E.A Saler, and M.C. Teich *Fundaments of photonics*, 2nd ed, Wiley, New York, 2007.
- [22] Rudin, Walter *Real and complex analysis*, Tata McGraw-Hill Education, 1987.
- [23] M. Padgett, J. Courtial, and L. Allen. *Light's Orbital Angular Momentum*, Physics Today, 35-40, 2004.

- [24] Q. S. Ferreira *Difração de luz com momento angular orbital por uma fenda*, (2011), 95f, Dissertação (Mestrado em Física) Universidade Federal de Alagoas, Maceió-Al (2011).
- [25] J. Uchida, M. Tonomura, Akira. *Generation of electron beams carrying orbital angular momentum*, Nature, 2010/04/01/online.
- [26] G. C. G. Berkhout, M. P. J. Lavery, J. Courtial, M. W. Beijersbergen, and M. J. Padgett. *Efficient Sorting of Orbital Angular Momentum States of Light*, PHYSICAL REVIEW LETTERS, PRL 105, 153601, 2010.
- [27] M. N. O'Sullivan, M. Mirhosseini, M. Malik, and R. W. Boyd. *Near-perfect sorting of orbital angular momentum and angular position states of light*, OPTICS EXPRESS, Vol. 20, No. 22, 2012.
- [28] G. Ruffato, M. Massari, G. Parisi, F. Romanato *Teste of mode-division multiplexing and demultiplexing in free-space with diffractive transformation optcs*, Optics express, v.25, no.7, 7859 2017.
- [29] Yuanhui Wen, et. al. *Spiral Transformation for High-Resolution and Efficient Sorting of Optical Vortex Modes*, PHYSICAL REVIEW LETTERS 120, 193904 (2018).
- [30] Yuanhui Wen, et. al. *Supplemental Material for: Spiral Transformation for High-Resolution and Efficient Sorting of Optical Vortex Modes*, <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.120.193904>.
- [31] Jun Chen, Yao Li. *Discrimination of incoherent vortex states of light*, Optics Letters, Vol. 43, No. 22 / 15 November 2018.
- [32] J.W. Goodman *Some Fundamental properties of Speckle*, Journal of the Optical Society of America, v.66, n.11, 1145-1150, 1976.
- [33] J.C.Dainty *Laser Speckle and related phenomena*, 2nd ed, xv, 342, 1984, Belim; New York: Springer-verlog ISBN 0387131698 (U.S. pbk)
- [34] A. r. Clebson *Auto-reconstrução de um feixe bessel parcialmente coerente*(2014), 88f, Dissertação (Mestrado em Física) Universidade Federal de Alagoas, Maceió-Al (2014).

- 
- [35] V. Arrizon; U. Ruiz; R. Carrada; L. A. Gonzalez, "Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields, J Opt Soc Am A 24 3500-3507, 2007.
- [36] A. Cao, et. al *A robust method for automated background subtraction of tissue fluorescence*, J. Raman Spectrosc, 38, 1199–1205, 2007.