



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL

INSTITUTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise de dados eletrofisiológicos e de simulação
computacional utilizando a metodologia de
simbolização de Bandt-Pompe**

KETLY DOS SANTOS NASCIMENTO

MACEIÓ-AL, DEZEMBRO DE 2024

Dissertação de Mestrado

Análise de dados eletrofisiológicos e de simulação
computacional utilizando a metodologia de simbolização de
Bandt-Pompe

KETLY DOS SANTOS NASCIMENTO

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-graduação em Física
do Instituto de Física da Universidade
Federal de Alagoas como parte dos
requisitos necessários para a obtenção
do título de Mestre em Física.

Orientadora: Profa. Fernanda Selingardi Matias

Coorienador: Dr. Leonardo Dalla Porta Dornelles

Maceió-AL, Dezembro de 2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Helena Cristina Pimentel do Vale CRB-4/661

- N244a Nascimento, Ketly dos Santos.
Análise de dados eletrofisiológicos e de simulação computacional utilizando a metodologia de simbolização de Bandt-Pompe / Ketly dos Santos Nascimento. – 2024. 64 f. : il.
- .
Orientador: Fernanda Selingardi Matias.
Coorientador: Leonardo Dalla Porta
Dissertação (mestrado em Física) – Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Física. Maceió, 2024.
- Bibliografia: f. 61-64.
1. Dinâmica não linear. 2. Séries temporais. 3. Metodologia de Bandt & Pompe. 4. Teoria da informação. I. Título.

CDU: 53



Universidade Federal de Alagoas
Instituto de Física
Programa de Pós Graduação em Física

BR 104 km 14, Campus A.C. Simões
Cidade Universitária
Tabuleiro dos Martins
57072-970 Maceió - AL, Brasil
FONE : (82) 3214-1423

PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO


***“Análise de dados eletrofisiológicos e de simulação computacional utilizando
a metodologia de simbolização de Bandt-Pompe”***

por

Ketly dos Santos Nascimento

A Banca Examinadora composta pelos professores Fernanda Selingardi Matias, como presidente da banca examinadora e orientadora, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas; Leonardo Dalla Porta Dornelles, do Instituto de Pesquisas Biomédicas August Pi i Sunyer (Espanha), como coorientador, Maria Socorro Seixas Pereira, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas; e Caroline Garcia Forlim, da University Medical Center Hamburg-Eppendorf (Alemanha), consideram a **candidata aprovada com conceito “A”**.


Maceió, 3 de dezembro de 2024.

Documento assinado digitalmente
 **FERNANDA SELINGARDI NATIAS**
Data: 03/12/2024 15:39:14-0300
verifique em <https://validar.itl.gov.br>


Profa. Dra. Fernanda Selingardi Matias

Documento assinado digitalmente
 **LEONARDO DALLA PORTA DORNELLES**
Data: 06/12/2024 11:15:59-0300
verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Leonardo Dalla Porta Dornelles

Documento assinado digitalmente
 **MARIA SOCORRO SEIXAS PEREIRA**
Data: 03/12/2024 15:53:53-0300
verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Profa. Dra. Maria Socorro Seixas Pereira

Documento assinado digitalmente
 **CAROLINE GARCIA FORLIM**
Data: 03/12/2024 17:00:41-0300
verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Profa. Dra. Caroline Garcia Forlim

DEDICATÓRIA

À toda a minha família e amigos, em especial a minha mãe, Iraci.

AGRADECIMENTOS

Quero iniciar agradecendo ao meu marido, Reinaldo. É maravilhoso poder contar com alguém que me apoia e fortalece; tenho muita sorte em tê-lo ao meu lado. Aos meus pais, especialmente à minha querida mãe, Iraci, que sempre me ensinou que a educação é o melhor caminho.

Agradeço aos amigos, Max e Raline. Obrigada por nos auxiliarem e acolherem em Maceió, além de compartilhar suas experiências, que foram de grande valia. Também sou grata aos amigos da sala 01 e 07: Junior, Marconi, Ysak, Maycon e Victor, vocês tornaram minha vivência aqui muito mais leve e divertida.

Também não poderia deixar de agradecer à minha orientadora, Fernanda. Obrigada por sua sensibilidade e paciência. Você é um exemplo de representatividade feminina neste universo acadêmico, tantas vezes dominado por homens.

E por fim, agradeço a Deus por me manter firme ao longo desses dois anos de mestrado. Foi extremamente desafiador todo esse processo, mas alcançar esse objetivo fez tudo valer a pena.

RESUMO

O cérebro é um sistema dinâmico não linear, no qual pequenas variações por meio de estímulos externos podem desencadear respostas muito distintas. Para compreendê-lo melhor, a análise de séries temporais é uma abordagem poderosa que, por meio de ferramentas estatísticas, permite extrair informações relevantes sobre a dinâmica desse sistema. Com isso, é possível identificar padrões associados a diferentes estados cognitivos e comportamentais. Neste trabalho, utilizamos dados de eletrocorticografia (EcoG), disponibilizados gratuitamente em uma rede aberta, provenientes de um paciente humano exposto a duas tarefas visuais distintas. Também analisamos dados de séries temporais obtidas por meio de simulações realizadas com o modelo computacional CROS (Critical Oscillations). Para as análises, empregamos a metodologia simbólica de Bandt & Pompe, baseada na Teoria da Informação Causal e calculamos a Função de Distribuição de Probabilidade (PDF) para diferentes combinações de elementos de uma série temporal. Para isso, consideramos a dimensão, o atraso e a direção da análise. Com a PDF obtida, calculamos os quantificadores da Teoria da Informação: a Entropia de Shannon H e a Complexidade Estatística C . A partir dessas medidas, foi possível distinguir as duas atividades cognitivas: períodos de busca visual, associados a uma tarefa ativa, e intervalos de tela em branco, correspondentes a períodos de espera. Além disso, para as séries obtidas por simulação, observamos como diferentes valores do parâmetro de conectividade excitatória (r_E) influenciam a dinâmica do sistema. Em ambas as aplicações do método de Bandt & Pompe, identificamos quais escalas de tempo foram mais relevantes para

o processamento das informações, que é base as para funções cognitivas do cérebro.

Palavras-chaves: Dinâmica não linear, séries temporais, metodologia de Bandt & Pompe, Teoria da Informação.

ABSTRACT

The brain is a nonlinear dynamic system in which small variations in external stimuli can trigger very different responses. To better understand it, time series analysis is a powerful approach that, through statistical tools, allows us to extract relevant information about the dynamics of this system. This makes it possible to identify patterns associated with different cognitive and behavioral states. In this work, we use electrocorticography (EcoG) data, freely available on an open network, from a human patient exposed to two different visual tasks. We also analyze time series data obtained through simulations performed with the CROS (Critical Oscillations) computational model. For the analyses, we use the symbolic methodology of Bandt & Pompe, based on Causal Information Theory, and calculate the Probability Distribution Function (PDF) for different combinations of elements in a time series. To do this, we consider the dimension, the delay, and the direction of the analysis. With the obtained PDF, we calculate the quantifiers of Information Theory: Shannon Entropy H and Statistical Complexity C . From these measurements, it is possible to distinguish the two cognitive activities: periods of visual search, associated with an active task, and blank screen intervals, corresponding to waiting periods. In addition, for the series obtained by simulation, we observe how different values of the excitatory connectivity parameter (r_E) influence the dynamics of the system. In both applications of the Bandt & Pompe method, we identify which time scales are most relevant for information processing, which is the basis for the cognitive functions of the brain.

Keywords: Nonlinear Dynamics, Time Series Analysis, Bandt & Pompe Method, Information Theory.

Sumário

Capa	1
Folha de rosto	1
Dedicatória	5
Agradecimentos	6
Resumo	7
Abstract	9
1 Introdução	19
2 Sistemas complexos e o cérebro	22
2.0.1 Exemplos de sistemas complexos	22
2.0.2 Física estatística e sistemas neurais	25
2.0.3 Transições de Fase e criticidade cerebral	26
3 Metodologia	28
3.0.1 Teoria da Informação Causal	29
3.0.2 Método de Bandt & Pompe	29
3.0.3 Entropia de Shannon	34
3.0.4 Complexidade (C)	36

3.0.5	Plano Complexidade <i>versus</i> Entropia	38
4	Análise de dados intracranianos de humanos realizando duas tarefas cognitivas diferentes	40
4.0.1	Aquisição dos dados	40
4.0.2	Aplicação da metodologia de Bandt & Pompe	43
4.0.3	Quantificadores da Teoria da Informação	44
5	Análise de séries temporais geradas por um modelo de redes neurais	51
5.0.1	Aquisição dos dados	51
5.0.2	Organização dos dados	53
5.0.3	Aplicação do método Bandt & Pompe nas séries temporais simuladas	56
5.0.4	Quantificadores da teoria da informação	58

Lista de Figuras

- 2.1 (a) Ilustração abstrata de conexões neuronais em 3D, representando a estrutura de rede dos neurônios e suas interações complexas no sistema nervoso, (b) Formigas construindo uma "ponte viva" com seus corpos, demonstrando comportamento colaborativo para transpor um obstáculo. Esta estrutura temporária permite que outras formigas atravessem com segurança, evidenciando a inteligência coletiva das colônias de formigas, (c) "Representação ilustrativa de leucócitos (WBC) e anticorpos interagindo com glóbulos vermelhos (RBC), destacando a resposta imunológica em ação no corpo humano. Fonte: Fonte: Imagens tiradas de: (a) [1], (b) [2], (c) [3] 24
- 3.1 Descrevendo a abordagem da informação simbólica de Bandt & Pompe.(a) Primeiro temos um exemplo de uma série temporal já obtida. (b) Em seguida é feito a ordenação dos elementos da série, por meio dos parâmetros estabelecidos. (c) Atribuição de símbolos a esses padrões. d) Por fim, é criado um histograma normalizado, de acordo com a probabilidade de ocorrência de cada símbolo. Fonte: Retirado de [4] 33

3.2	Curvas para valores máximos e mínimos de complexidade para $D=3,4,5,6$. Fonte: Autora, 2024.	39
4.1	Ilustração do experimento. (a) Dinâmica das duas atividades que consiste em: um período de 2.000 ms observando uma tela em branco e 2.000 ms de busca visual ativa. (b) Registro de atividade de um eletrodo exemplar localizado na região occipital durante as duas tarefas. Fonte: Tirado de [5]	41
4.2	Séries temporais correspondentes a apenas um trial (2000 pontos) do paciente JT que teve 7 eletrodos (canais) implantados. Para cada canal temos uma série para o momento de tela em branco (cor preta) e momento de busca ativa (cor vermelha). Fonte: Autora, 2024. . . .	43
4.3	Variação da entropia H em função do parâmetro de atraso temporal (τ) para os canais 1 a 7. Linhas pretas representam a condição <i>Blank</i> (tela em branco), enquanto linhas vermelhas representam a condição <i>Search</i> (busca visual). Fonte: Autora, 2024.	46
4.4	Variação da complexidade C em função do parâmetro de atraso temporal (τ) para os canais 1 a 7. Linhas pretas correspondem à condição <i>Blank</i> (tela em branco), enquanto linhas vermelhas representam a condição. As condições mostram maior diferença nos canais 2 e 3, onde <i>Search</i> (busca visual ativa) exibe maior complexidade para τ intermediários (10 a 30 ms), indicando maior organização temporal durante a tarefa de busca visual. Fonte: Autora, 2024.	47

- 4.5 Plano de Informação Causal (Complexidade C versus Entropia H) para $\tau = 10$ ms, representando os sete canais analisados. Cada gráfico corresponde a um canal específico, destacando as condições *Blank* (ponto preto) e *Search* (ponto vermelho). A curva azul representa o limite teórico do plano de informação causal. Observa-se que as condições apresentam diferenças nos valores de C e H , indicando variações nas dinâmicas das séries temporais para as condições *Blank* e *Search*. Fonte: Autora, 2024. 48
- 4.6 Distância euclidiana $d_{blank,search}$ entre as condições *Blank* (linha preta) e *Search* (linha vermelha) em função de τ (0 a 50 ms) para diferentes canais cerebrais. Os canais apresentam distinções nas condições cognitivas, dado que em algumas escalas evidenciaram valores significativos das distâncias. Fonte: Autora, 2024. 49
- 4.7 Mapa de calor representando as distâncias euclidianas ($d_{blank,search}$) entre as condições *Blank* (tela em branco) e *Search* (busca visual ativa), calculadas para diferentes canais (eixo vertical) e escalas temporais τ em milissegundos (eixo horizontal). A intensidade das cores reflete os valores das distâncias: tons mais claros (amarelo) indicam maiores diferenças entre as condições, enquanto tons mais escuros (azul) representam menores diferenças. Fonte: Autora, 2024. 50

- 5.1 Dinâmica do modelo CROS com $L = 300$ e $\ell = 7$. (a) Atividade da rede para três regimes diferentes (equilíbrio entre excitação e inibição): baixa (azul), intermediária (amarelo) e alta (verde). Em destaque: zoom no menor nível de atividade. (c) Espectro de potência de $A(t)$ para os três regimes descritos em (a). Em destaque: zoom nas baixas frequências. O espaço de parâmetros sugere uma transição de fase, conforme mostrado nos mapas de calor de (b) o poder das oscilações coletivas e (d) o parâmetro de ordem. Além disso, (e) um desvio padrão maior do parâmetro de ordem é observado perto da região de transição. As setas em (b) e (d) representam os parâmetros descritos em (a). Fonte: Retirado de [6]. 54
- 5.2 Série temporal gerada com parâmetros $r_E = 0.012$ e $r_I = 0.060$, apresentada com diferentes tamanhos de bins. Os bins menores (1 ms, 5 ms, 20 ms) destacam flutuações rápidas da atividade neuronal, enquanto bins maiores (50 ms, 100 ms, 500 ms) agrupam mais eventos, suavizando variações e ampliando a duração observada das avalanches neurais. Essa variação no tamanho do bin influencia diretamente a definição e o registro de avalanches. Fonte: Autora, 2024. 55
- 5.3 Atividade de rede para diferentes valores de conectividade excitatória (r_E), mantendo fixo $d_I = 0.060$. As curvas exibidas apresentam: $r_E=0.06$ (verde), $r_E=0.12$ (roxo) e $r_E=0.20$ (amarelo). Note que a medida que r_E aumenta ocorre uma elevação significativa na densidade da frequência, indicando uma transição para estados de maior atividade neural. Fonte: Autora, 2024. 56

- 5.4 Séries temporais de atividade neuronal configuradas para diferentes valores de r_E com $\text{bin} = 100$ e $r_I = 0.60$. As séries foram simuladas variando r_E de 0.04 a 0.20 em incrementos de 0.01, resultando em diferentes padrões de atividade. Cada gráfico representa a evolução temporal da taxa de disparos ao longo de 10.000 ms. Observa-se um aumento na intensidade da atividade à medida que o valor de r_E cresce. Fonte: Autora, 2024. 57
- 5.5 Entropia H e Complexidade Estatística C calculadas para séries temporais de atividade neural utilizando o método de Bandt & Pompe ($D = 6$) com variação do atraso τ de 1 a 50 ms. As curvas representam 17 diferentes valores de conectividade excitatória (r_E) variando de 0.04 a 0.20, com conectividade inibitória fixada em $r_I = 0.06$. Em (a), observa-se que H atinge rapidamente um pico em aproximadamente 10 ms, seguindo por uma estabilização a partir de então. Já em (b), C apresenta uma queda acentuada para valores de τ até 10 ms seguindo para uma convergência de todas curvas. Fonte: Autora, 2024. 59
- 5.6 Plano de informação causal Complexidade-Entropia para diferentes valores de τ . Cada gráfico mostra a relação entre a complexidade (C) e a entropia de Shannon (H) para valores específicos de τ : (a) $\tau = 1$ ms, (b) $\tau = 5$ ms, (c) $\tau = 10$ ms, (d) $\tau = 15$ ms, (e) $\tau = 20$ ms e (f) $\tau = 25$ ms. Observa-se que, conforme τ aumenta, há uma tendência de convergência das dinâmicas das séries temporais para regiões de alta entropia e baixa complexidade. Fonte: Autora, 2024. 60

5.7	Análise da entropia e complexidade em função da conectividade excitatória (r_E) para diferentes valores de τ : (a) $\tau = 1ms$, (b) $\tau = 5ms$ e (c) $\tau = 10ms$. Cada coluna de figuras corresponde a uma métrica: entropia à esquerda e complexidade à direita. Os pontos coloridos representam os 17 valores de r_E variando de 0.04 a 0.20, com a conectividade inibitória (r_I) mantida constante em 0.06. Fonte: Autora, 2024.	61
-----	--	----

Capítulo 1

Introdução

Entender como o cérebro processa informações é um dos principais questionamentos da neurociência computacional: como ocorrem esses curiosos processos que envolvem a transformação de estímulos externos em percepções, tomadas de decisão, formação de memórias, e, tudo isso, em frações de segundos. Partindo do princípio de que o cérebro é um sistema não linear, pequenas variações nesses estímulos externos podem resultar em respostas muito diferentes. Os neurônios não reagem a essas alterações apenas somando os sinais que recebem; em vez disso, eles têm limiares, dinâmicas internas e interações complexas, o que faz com que pequenas variações de estímulos possam resultar em respostas muito diferentes na atividade cerebral [7, 8].

Para compreender como o sistema nervoso processa as informações, a análise de séries temporais adquiridas de dados eletrofisiológicos, como por exemplo as séries

obtidas por técnicas como a eletrocorticografia (EcoG), é uma ferramenta poderosa. Tal abordagem fornece *insights* sobre a estrutura temporal e dinâmica dos sinais neurais. Durante o experimento de EcoG, que é a técnica utilizada para a extração dos dados experimentais analisados nesta dissertação, eletrodos são implantados diretamente sobre a superfície do cérebro do paciente para captar as flutuações de voltagens geradas pelos impulsos elétricos do cérebro. Esses eletrodos detectam mudanças na atividade elétrica gerada por interações entre neurônios, principalmente no córtex cerebral. Os registros dessas atividades são feitos ao longo do tempo, formando uma série temporal para cada eletrodo [9].

Outras técnicas menos invasivas de registro de atividade elétricas são a eletroencefalografia (EEG) e ressonância magnética funcional (fMRI). Séries temporais provenientes desses métodos também são amplamente utilizadas em neurociência computacional para análise [10]. Não obstante, além de técnicas experimentais, modelos computacionais, como o modelo CROS (Critical Oscillations), têm ganhado espaço como ferramentas de investigação da dinâmica neural. Esses modelos simulam séries temporais que refletem o comportamento dinâmico de redes neurais em diferentes estados dinâmicos. Através do modelo CROS é possível reproduzir padrões específicos dos sinais neurais; oscilações e transições dinâmicas, promovendo uma melhor compreensão do processamento de informações em sistemas neurais complexos [6].

Após a extração dos dados, ferramentas estatísticas podem ser utilizadas para obtenção de informações sobre a atividade neural, bem como a sincronização e a conectividade entre regiões, o que é essencial para o entendimento da dinâmica

não linear do sistema [8]. Nesse trabalho de dissertação, tendo como base a Teoria de Informação Causal, utilizamos o método de Bandt & Pompe que converte séries temporais contínuas em séries simbólicas, para então calcular a entropia de Shannon e a complexidade estatística dos sinais cerebrais [11].

Capítulo 2

Sistemas complexos e o cérebro

No livro *Complexity: A Guided Tour*, de Melanie Mitchell [12], é explicado de uma maneira bastante interessante os comportamentos que fazem com que um sistema seja considerado complexo, visto em muitas escalas e contextos desde a biologia e a física, até às ciências sociais. Em uma escala micro, cada componente desse sistema opera de maneira individual, regido apenas por regras simples, que por meio de aprendizado e adaptação, criam um sofisticado processamento de informação, dando origem a sistemas de grande complexidade na escala macro [12].

2.0.1 Exemplos de sistemas complexos

Colônia de formigas

Um dos exemplos mais intrigantes da natureza é o sistema formado por colônias de insetos. Uma colônia de formigas é composta por centenas de milhares desses

pequenos animais, seres individualmente simples, guiados por um código genético que as condicionam a procurar comida, lutar contra intrusos e responder de maneira trivial aos sinais químicos de outras formigas. No entanto, o trabalho coletivo desses seres em prol da sobrevivência do grupo, resultam em fascinantes estruturas complexas, como as pontes que certas espécies constroem com seus próprios corpos para facilitar a locomoção para outros lugares (ver exemplo na figura: 2.0.1 a). Essas colônias são um excelente exemplo de auto-organização e otimização coletiva, adaptando-se para encontrar o caminho mais curto e, assim, economizando tempo e energia [13, 12].

Sistema imunológico

Ainda dentro da biologia, podemos citar o sistema imunológico, composto por uma rede de células e moléculas que se agrupam para defender o organismo contra invasores (como bactérias e vírus). Sendo altamente descentralizado, esse sistema é composto por diferentes tipos de células, cujas funções se distinguem uma das outras (2.0.1 b). Atuando de forma autônoma no combate desses invasores, por meio estímulos locais, não há um “centro de comando” que ordene essas ações coletivas, apenas interações locais e sinais químicos que fazem com que essas células cooperem para uma resposta integrada e eficiente. Outro aspecto bastante intrigante é a sensibilidade e a capacidade de dar respostas escalonadas, percebendo pequenas alterações no ambiente, como o início de uma infecção, pequenas reações locais produzem respostas amplificadas para lidar com a ameaça. O que inclui a produção em massa de anticorpos ou mesmo a ativação de células específicas no combate contra o invasor [14, 12].

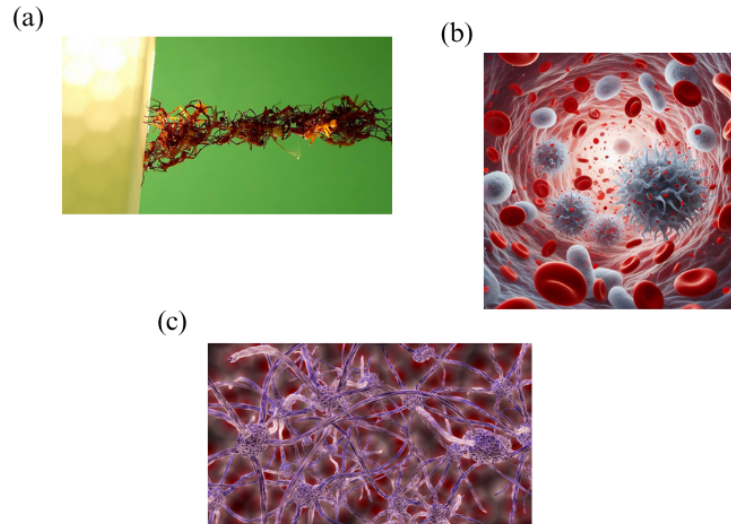


Figura 2.1: (a) Ilustração abstrata de conexões neuronais em 3D, representando a estrutura de rede dos neurônios e suas interações complexas no sistema nervoso, (b) Formigas construindo uma "ponte viva" com seus corpos, demonstrando comportamento colaborativo para transpor um obstáculo. Esta estrutura temporária permite que outras formigas atravessassem com segurança, evidenciando a inteligência coletiva das colônias de formigas, (c) "Representação ilustrativa de leucócitos (WBC) e anticorpos interagindo com glóbulos vermelhos (RBC), destacando a resposta imunológica em ação no corpo humano. Fonte: Imagens tiradas de: (a) [1], (b) [2], (c) [3] .

Cérebro

O cérebro, é considerado um dos sistemas complexos mais extraordinários, principalmente nos aspectos dinâmicos e adaptativos (ver figura 2.0.1 c). Composto por bilhões de neurônios conectados em redes, em que cada um interage com milhões de outros. Não havendo também uma central de comandos que dita e coordenada suas atividades coletivas, o cérebro apresenta comportamentos que emergem por meio de interações locais entre os neurônios. De maneira individual, cada compo-

nente desse sistema processa e emite sinais de forma independente, criando conexões entre eles e formando estruturas complexas de redes. O resultado de tudo isso é o surgimento de comportamentos coordenados e respostas integradas a estímulos [15, 16].

Tanto a estrutura quanto a funcionalidade da rede neural são altamente influenciadas pela conectividade complexa da rede e pela não linearidade das sinapses. Isso implica dizer que, pequenas alterações nas conexões podem resultar em grandes mudanças de comportamento e na capacidade cognitiva [16].

2.0.2 Física estatística e sistemas neurais

A dinâmica não linear do cérebro é explorada dentro da física estatística para descrever a complexidade da atividade neural [15, 16]. Medidas de entropia de Shannon e complexidade, que serão discutidas em detalhes mais adiante, são instrumentos fundamentais na análise de sistemas complexos. Essas ferramentas ajudam a quantificar a variabilidade e a estrutura dos padrões vistos na atividade neural. Tais medidas trazem *insights* de como o cérebro processa informações de maneira eficaz, mantendo um equilíbrio entre ordem e desordem [17].

Equilibrar ordem e desordem permite ao cérebro a adaptação aos novos estímulos sem perder a capacidade e manter uma organização coerente. Esse estado ideal de eficiência pode ser descrito como criticalidade, que é o ponto de transição de fase entre uma condição desordenada e uma regular[18].

2.0.3 Transições de Fase e criticidade cerebral

Quando um neurônio é ativado, ele pode ativar outros neurônios ao redor dele, formando uma cascata de ativações, as chamadas avalanches neuronais. Essa ativação coletiva pode ser em menor ou maior escala, não havendo um tamanho ou um tempo de duração exato. Entretanto, avalanches menores (poucos neurônios ativados) são bem mais recorrentes do que as grandes avalanches (muitos neurônios ativados). Esse tipo de sistema obedece uma distribuição de lei de potência, que quanto maior for o evento, mais raro ele acontece, porém, interações pequenas e grandes ocorrem com a mesma relação de proporção [19].

Em Chialvo (2010) [18], é argumentado que muitos aspectos de organização neural, desde escalas de neurônios individuais até grandes redes corticais podem ter uma melhor compreensão se o cérebro for tratado como um sistema crítico. Os padrões vistos nesse sistema, obedecendo uma distribuição tipo lei de potência, sugerem que o cérebro opera em um ponto próximo de uma transição de fase: um ponto crítico entre ordem (baixa interação) e desordem (alta interação). Uma das principais evidências são as avalanches neurais [18].

Operar em um ponto crítico pode maximizar o processamento de informações, pois ocorre um equilíbrio entre estabilidade e flexibilidade, permitindo que o cérebro amplie, se necessário, pequenos sinais ou mesmo manter a estabilidade diante de perturbações menores. Esse equilíbrio de processamento dá ao cérebro a capacidade de ser sensível o suficiente para detectar e amplificar estímulos pequenos, mas sem deixar que essa sensibilidade o deixe perturbar por ruídos desnecessários [20].

Embora a hipótese de criticalidade sugira que o cérebro tende a atuar no

ponto crítico (zona de maior eficiência), sendo um sistema dinâmico e flexível, ele nem sempre opera exatamente nesse ponto. Por exemplo, em estados de sono ou anestesia, o cérebro pode estar operando em um regime subcrítico, em que há um menor número de neurônios ativos e as interações são majoritariamente locais. Como a atividade neural não consegue se propagar, logo há um comprometimento do cérebro em reagir rapidamente a estímulos, caracterizando um estado subcrítico; sendo também mais estável, porém menos eficiente no processamento de informações. Portanto, temos um sistema de ordem extrema e de flexibilidade limitada [19, 21].

Outro extremo seria o cérebro supercrítico, onde, uma vez que um neurônio dispara, a atividade neural se espalha rapidamente por toda rede, resultando em uma avalanche desenfreada. Um exemplo disso seria uma crise epiléptica, em que uma grande onda de ativação traria uma superexcitação. Todo esse excesso é visto como uma instabilidade, comprometendo o processamento de informações, tornando o sistema menos eficiente, pois uma atividade em larga escala pode saturar a rede. Logo, um sistema supercrítico seria muito desordenado, podendo reagir de forma exagerada a estímulos insignificantes [19, 22].

Capítulo 3

Metodologia

Para estudar o cérebro enquanto sistema complexo, uma abordagem possível é utilizar análise e classificação de séries temporais, através da Teoria Informação Causal [23]. Uma série temporal nada mais é do que uma sequência de medidas ao longo do tempo, podendo ser sinais elétricos capturados por eletroencefalografia, por exemplo. Então, é possível quantificar diversas características da série para identificar os padrões dinâmicos contidos na sequência de dados. Para isso, podemos associar a série temporal a uma Função de Distribuição de Probabilidade (PDF).

Uma PDF descreve a probabilidade de ocorrência de diferentes valores na série temporal. Nessa dissertação a PDF é obtida através do método de Bandt & Pompe, que transforma a série temporal em uma sequência de padrões simbólicos (permutações). Em seguida, essas informações são utilizadas para calcular os quantificadores da Teoria da Informação: Entropia de Shannon H e a Complexidade

Estatística C .

3.0.1 Teoria da Informação Causal

A Teoria da Informação clássica tem como objetivo trazer análises estatísticas de um sistema, por exemplo, otimizando a forma como a informação é codificada, transmitida e compactada, porém sem ter a necessidade em prever o que vai acontecer em seguida ou as causas que motivaram o estado presente [24, 25]. Seu principal foco é a estrutura de probabilidade e correlação, mas não as dinâmicas temporais ou a causalidade. Por outro lado, temos a teoria da informação Causal, que tem como o objetivo uma análise de causa e efeito, investigando casos em que a informação passada de um dado estado pode impactar ou mesmo prever eventos futuros, o que é especialmente útil para sistemas em que há uma dependência temporal, como redes neurais e séries temporais [26, 27]. Em outras palavras, a Teoria Informação Causal é um complemento para Teoria da Informação clássica, ao adicionar o fator temporal e direcional, sendo bastante útil em sistemas onde se tem uma influência ligada a sequência dos eventos.

3.0.2 Método de Bandt & Pompe

O método de Bandt & Pompe é uma abordagem robusta e eficaz que pode ser usada para determinar a entropia de permutação e medir a complexidade das séries temporais, transformando-as em sequências de símbolos com base nas relações de ordem entre os valores consecutivos da série. Essas grandezas são medidas a partir de uma PDF [28].

A vantagem desse método é que ele leva em consideração a casualidade da série, ou seja, há uma preservação da sequência temporal dos dados, havendo sempre uma comparação com os valores vizinhos. Por exemplo: tendo uma série de dados (x_1, x_2, x_3) , a análise sempre irá considerar que x_1 veio primeiro que x_2 . Outra vantagem é que o método se mantém eficaz e robusto mesmo lidando com séries temporais ruidosas, conseguindo manter as características importantes da dinâmica subjacente [28].

Considere uma série temporal de tamanho N : $X(t) = \{x_t; t = 1, 2, \dots, N\}$, onde o número total de pontos N é medido em tempos regulares. Para aplicar o método de Bandt & Pompe, é preciso primeiro definir a dimensão de embedding D e o tempo de atraso τ . Os vetores são construídos a partir de D pontos consecutivos na série temporal e o espaçamento entre eles é definido por τ . Logo, um vetor de embedding $Y^{(t)}$ para um instante t é dado por:

$$Y^{(t)} = (x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(D-1)\tau}) \quad (3.1)$$

onde $Y^{(t)}$ é um vetor de dimensão D [11].

Para fins didáticos vamos usar um exemplo mais palpável, supomos agora uma série temporal $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ com $D = 3$ e $\tau = 1$, os vetores de embedding $Y^{(t)}$ seriam:

$$Y^{(1)} = (x_1, x_2, x_3), \quad Y^{(2)} = (x_2, x_3, x_4), \quad Y^{(3)} = (x_3, x_4, x_5) \quad (3.2)$$

Cada vetor foi organizado de forma crescente e associamos a cada valor uma

posição no vetor ordenado. Nosso objetivo é identificar o padrão de permutação ou padrão ordinal que corresponde à posição relativa dos valores [28, 29]. Para um dado vetor $Y^{(t)} = (x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(D-1)\tau})$, o padrão ordinal associado, que é denotado por $\pi^{(t)}$ e tendo como permutação $\pi = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{D-1})$, cujos índices são $0, 1, \dots, D-1$, satisfazendo assim:

$$x_{t+\pi_0\tau} \leq x_{t+\pi_1\tau} \leq \dots \leq x_{t+\pi_{D-1}\tau} \quad (3.3)$$

Os casos de empates são resolvidos por meio de ordenação específica ou mesmo desconsiderando-os, vai depender do tipo de aplicação.

Vamos usar agora um exemplo ainda mais simples para entendermos todo o processo, desde a criação dos símbolos até a obtenção da PDF. Para um vetor de embedding $Y^{(t)} = (4.2, 2.8, 3.5)$:

Ordenamos os valores de forma crescente: $2.8 < 3.5 < 4.2$.

A sequência original ordenada dos índices de $Y^{(t)}$ é $(3, 1, 2)$.

Assim, o padrão ordinal para esse vetor é $\pi^{(t)} = (3, 1, 2)$ [28].

Para uma dada dimensão de embedding D , há estatisticamente $D!$ (fatorial de D) possíveis padrões ordinais, em que cada um representa uma maneira única de ordenar D pontos. Esses padrões criam o espaço de permutações (S_D) para a série temporal, que é o conjunto de todas as permutações possíveis dos índices $\{1, 2, \dots, D\}$ e o tamanho da série precisa ser suficientemente adequado para estimar as distribuições de probabilidade ($N \gg D!$). Sugere-se também trabalhar com $3 \leq D \leq 6$ [28], tendo em vista que valores muito pequenos podem limitar a

capacidade do método em capturar a estrutura ordinal da série temporal, o que pode comprometer a extração de informações relevantes. No entanto, como o número de padrões cresce rapidamente com o fatorial de D , valores elevados exigem séries temporais muito longas [11, 30].

Para $D = 3$, por exemplo, temos $3! = 6$ possíveis permutações, representando todos os padrões possíveis:

$$\{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\} \quad (3.4)$$

A probabilidade $p(\pi)$ de ocorrência de um padrão específico π é calculada como:

$$p(\pi) = \frac{n(\pi)}{M} \quad (3.5)$$

onde $M = N - (D - 1)\tau$ é o número total de vetores de embedding observados na série.

Os ajustes em relação a τ podem capturar dinâmicas presentes em escalas temporais maiores ou menores. Essa escolha pode revelar padrões que são vistos apenas em escalas específicas, portanto, a investigação de variados valores de τ aumenta a probabilidade de observação de correlação a longo prazo ou padrões oscilatórios. Para cada subsequência é definida uma permutação que descreve a ordem relativa dos valores, chamados de vetores símbolo. A frequência com que cada um desses símbolos aparece é contabilizada em toda a série temporal, resultando em um histograma. Em seguida, normalizamos esses histograma e assim é construída a Função Distribuição de Probabilidade (PDF) [11, 29].

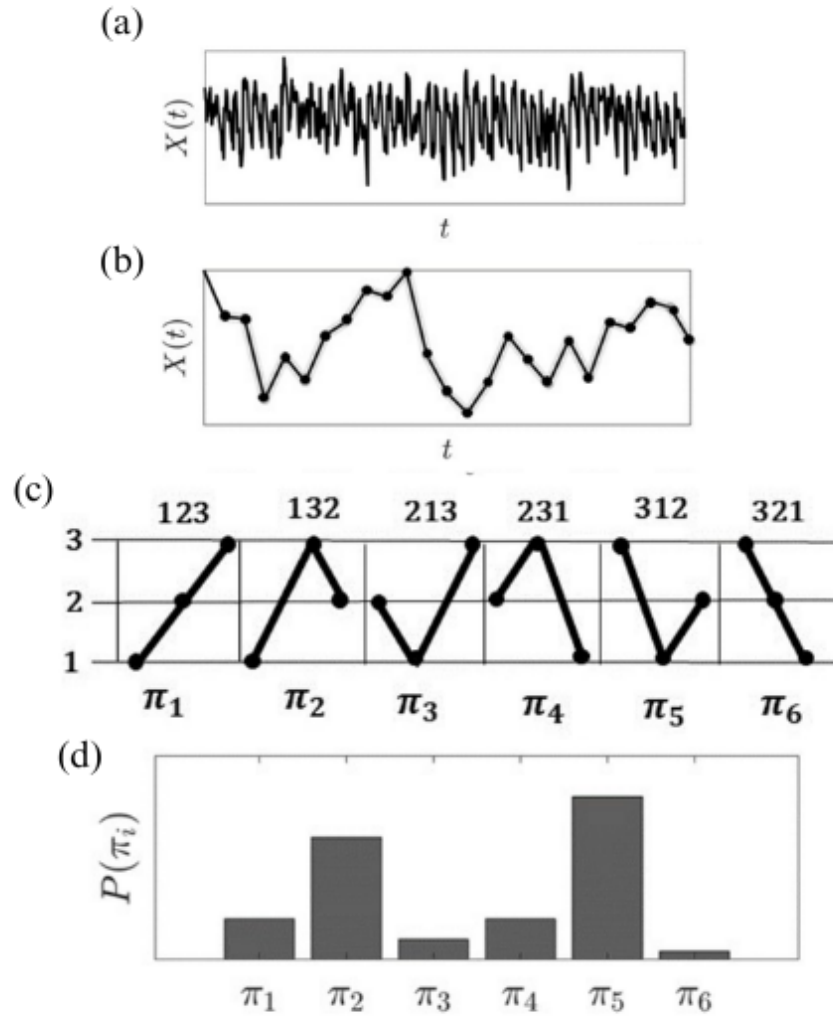


Figura 3.1: Descrevendo a abordagem da informação simbólica de Bandt & Pompe. (a) Primeiro temos um exemplo de uma série temporal já obtida. (b) Em seguida é feito a ordenação dos elementos da série, por meio dos parâmetros estabelecidos. (c) Atribuição de símbolos a esses padrões. (d) Por fim, é criado um histograma normalizado, de acordo com a probabilidade de ocorrência de cada símbolo. Fonte: Retirado de [4]

A figura 3.1 mostra de forma resumida todo processo feito pelo método Bandt & Pompe: Primeiro é obtido a série temporal, em seguida é estabelecido os parâmetros que determinam a ordenação dos elementos vetoriais, para então atribuir

símbolos a esses padrões. Por fim, é criado um histograma normalizado, de acordo com a probabilidade de ocorrência de cada símbolo.

A forma como esses padrões se comportam ao longo do tempo irá depender se o sistema é determinístico ou estocástico. Sistemas determinísticos irão trazer padrões ordinais recorrentes ao longo do tempo. Nesse caso, significa que há uma correlação entre os estados anteriores e os futuros, mesmo em sistemas caóticos. Por outro lado, sistemas estocásticos criam padrões de forma aleatória, não havendo uma correlação forte entre os dados do passado com os do futuro. Esses padrões são distribuídos de forma quase uniforme e com pouca estrutura [28].

3.0.3 Entropia de Shannon

Na termodinâmica, o conceito de entropia, especificamente a chamada entropia de Boltzmann, é fundamental para compreensão de processos físicos e a evolução dos sistemas em direção a desordem máxima (equilíbrio termodinâmico). De maneira análoga, dentro da teoria da informação de Claude Shannon de 1948, temos uma entropia como medida da quantidade de desordem de padrões extraídos de uma dada série temporal. Quanto maior for o número de padrões repetidos, menor será sua entropia (mais previsível). Em uma série caótica ou com muitos padrões diferentes, a tendência é de uma entropia maior (menos previsível) [31, 32, 29].

Uma entropia elevada é um indicativo de que há menos transferência de informação causal entre variáveis, dado que, menos estrutura implica que uma série depende menos de estados passados, ou seja, menos influência ou memória de dados prévios [33]. Em contra partida, uma entropia baixa ou moderada sugere uma certa

frequência de padrões regulares, o que pode indicar a ocorrência de transferência de informação causal de uma série para outra [26, 33]. Logo, para um sistema organizado e bem estruturado (baixa entropia), é possível que haja informações causais sobre eventos passados ou sobre variáveis do sistema que ajudam a prever melhor o que acontecerá em seguida. Essa informação adicional reduz a incerteza, e, portanto, diminui a entropia associada a um estado futuro [27].

De forma simples, vamos pensar em um cenário em que se tem 100% de certeza sobre o resultado do placar de uma partida de futebol, nesse caso temos um sistema totalmente previsível, logo a entropia é zero. Entretanto, caso não se tenha a informação privilegiada de como será o fim do jogo, então há mais incerteza, entropia maior. E assim teremos vários cenários de possibilidades, alguns com maiores probabilidades e outros nem tanto.

Matematicamente falando podemos definir a entropia de Shannon como:

$$S[P] = - \sum_{j=1}^N p_j \ln(p_j) \quad (3.6)$$

Aqui, p_j é a probabilidade do evento j ocorrer, e N é o número total de eventos possíveis.

Para facilitar as análises entre diferentes distribuições de probabilidade, é importante normalizar essa entropia:

$$S_{\text{norm}}[P] = \frac{S[P]}{H_{\text{max}}} \quad (3.7)$$

onde H_{max} é a entropia máxima possível para a distribuição. Com essa normalização os valores de entropia se restringem dentro do intervalo entre 0 e 1. Quando a entropia for máxima, $S_{\text{norm}}[P] = 1$, teremos um alto nível de incerteza, o que implica dizer que o sistema em questão se comporta de forma aleatória e imprevisível, o que não nos fornece nem um tipo de informação em relação as características do sistema. Da mesma forma, a entropia mínima $S_{\text{norm}}[P] = 0$, teremos um sistema totalmente organizado, mas sem informações relevantes que possam ser extraídas [31].

3.0.4 Complexidade (C)

Quando falamos de entropia, logo pensamos nos casos extremos de ordem e desordem. Como exemplo clássico de baixa entropia, temos o cristal, um sistema altamente organizado, mas também bastante previsível, não havendo uma complexidade em sua forma. Outro exemplo de caso extremo é o gás ideal, que contém uma alta entropia por ser um sistema completamente caótico, mas a falta de uma estrutura organizacional faz desse sistema pouco complexo em termos de informações estruturais.

Porém, os casos que se encontram entre esses dois extremos, não tão ordenados e nem tão desorganizados, podem conter padrões ricos e uma organização não trivial que podem ser capturados. Entretanto, quantificar apenas a entropia não nos fornece tais informações, havendo uma necessidade de uma medida "complementar" [34]. Essa lacuna pode ser preenchida ao ser medido a complexidade estatística C , que extrai o grau de estrutura e correlação do sistema [35].

No artigo feito em 1995 por López-Ruiz, Mancini e Calbe, é proposto uma

medida específica de complexidade estatística C . Esse trabalho foi o pioneiro em associar a entropia de Shannon com uma distância de equilíbrio. Essa distância de equilíbrio, mede o quão longe ou perto o sistema em questão está de um dos extremos [35].

Mais tarde, utilizaram como ferramenta a divergência de Jensen-Shannon para obter essa distância em relação a algum ponto de referência. Nesse caso, é tratada como uma medida de desequilíbrio que quantifica a divergência entre a distribuição do sistema atual e a de um sistema com distribuição equiprovável [30].

Do ponto de vista matemático, podemos definir a Complexidade $C[P, P_e]$ como um produto

$$C[P, P_e] = H[P] \cdot Q_J[P, P_e] \quad (3.8)$$

sendo $H[P]$ a entropia normalizada, já vista em 3.6 e a medida de desequilíbrio $Q_J[P, P_e]$ pode ser expressa como:

$$Q_J[P, P_e] = Q_0 \cdot J[P, P_e] \quad (3.9)$$

Onde Q_0 é uma constante de normalização e a divergência de Jensen-Shannon $J[P, P_e]$ é dada por:

$$J[P, P_e] = S\left(\frac{P + P_e}{2}\right) - \frac{S[P]}{2} - \frac{S[P_e]}{2} \quad (3.10)$$

Note que há duas distribuições de probabilidade diferentes, P que é a distribuição da série analisada e P_e é uma medida de referência ou mesmo de comparação, que no caso se trata de uma distribuição uniforme em que todos os padrões têm igual probabilidade de ocorrência (máxima entropia).

Em suma, a complexidade estatística em termos de divergência de Jensen-Shannon é uma abordagem sofisticada que mede o desequilíbrio entre ordem e desordem de um sistema dinâmico. Essa complexidade máxima vista em sistemas intermediários, gera uma estrutura rica em padrões não triviais [36, 30]. Essa medida de complexidade busca captar uma organização intermediária, onde há ordem, mas também variabilidade. No que diz respeito a informação causal, uma série temporal com complexidade moderada pode mostrar um sistema que apresenta padrões estruturais ou causalidade, pois combina ordem e imprevisibilidade.

3.0.5 Plano Complexidade *versus* Entropia

O plano Complexidade *versus* Entropia ou Plano de Informação Causal, apresenta uma maneira intuitiva que nos ajuda a visualizar a dinâmica de séries temporais. Podemos observar como o grau de desordem (entropia) e a estrutura se relacionam em um determinado sistema, identificando comportamentos determinísticos, caóticos e aleatórios [11].

Os valores contidos nesse plano estão restritos a uma área $[0, 1] \times [C_{\min}, C_{\max}]$, o que significa que para cada valor de entropia no intervalo de 0 a 1, tem-se valores máximos e mínimos de complexidade. A quantidade de padrões ordinais possíveis muda de acordo com cada valor de D , podendo expandir as variações medidas de

entropia e complexidade. A figura 3.2 mostra que, para cada valor de D , novos limites de complexidade são estabelecidos [11, 37].

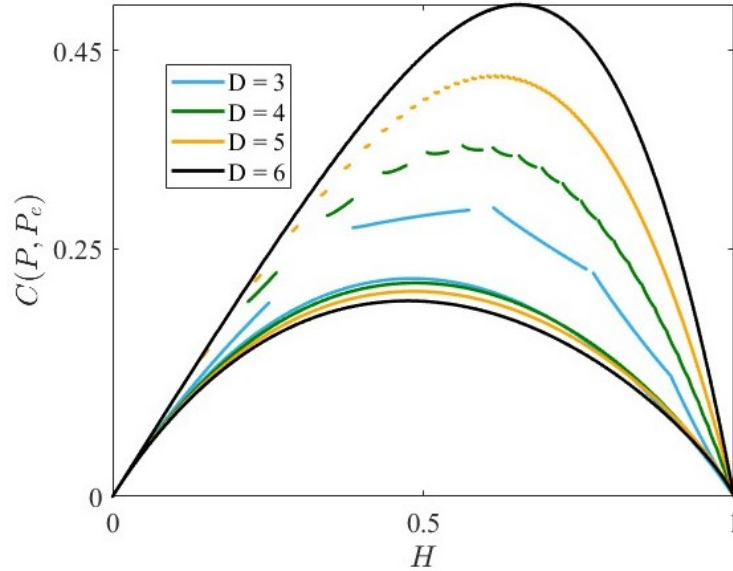


Figura 3.2: Curvas para valores máximos e mínimos de complexidade para $D=3,4,5,6$. Fonte: Autora, 2024.

O plano complexidade *versus* entropia é aplicado em diversos tipos de sistemas, com intuito de caracterizar regimes distintos. Em sistemas neurais, o método pode ser aplicado em dados como de EEG e potencial de campo local (LFP, do inglês *local field potential*), afim de entender a organização dessas redes e a resposta a estímulos [30]. Também podemos mencionar a aplicação em sistemas financeiros, empregando em ações e criptomoedas, onde o plano ajuda a identificar volatilidade, crises, e transições de regimes de mercado [38].

Esses sistemas fazem uso do plano complexidade *versus* entropia ($C \times H$) para uma melhor compreensão de suas dinâmicas, transições entre diferentes formas e comportamento emergente. Logo, essa versatilidade e abrangência nas mais diversas áreas validam a eficiência do método.

Capítulo 4

Análise de dados intracranianos de humanos realizando duas tarefas cognitivas diferentes

4.0.1 Aquisição dos dados

Os dados de eletrocorticografia (EcoG) utilizados para análise foram obtidos de uma base de dados pública [39]. Esses dados correspondem ao registro de EcoG em humanos em diferentes regiões do córtex (frontal, parietal, temporal e occipital), enquanto os mesmos realizavam duas tarefas cognitivas.

O artigo que motivou o nosso trabalho, “*A symbolic information approach applied to human intracranial data to characterize and distinguish different cognitive*

processes” publicado na *Physical Review E*, em que foram utilizados dados de 5 pacientes [5]. Uma das tarefas cognitivas realizadas era a visualização de uma tela com várias caixinhas coloridas. Nessa tarefa, a cada rodada, uma estrela aparecia aleatoriamente em um dos quadrados junto de uma seta indicando sua direção (ver figura 4.1(a)). A tarefa consistia em identificar qual era a cor adjacente a estrela de acordo com o que a seta indicava. Após cada rodada havia também um momento de espera, onde nenhuma tarefa era realizada (tela em branco).

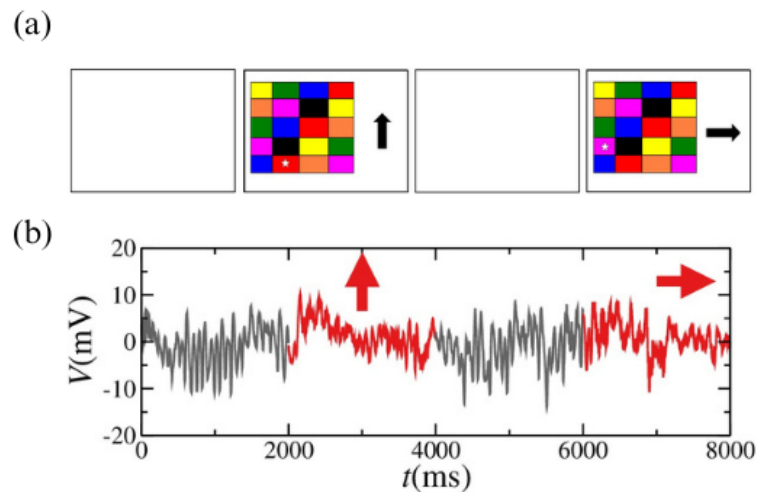


Figura 4.1: Ilustração do experimento. (a) Dinâmica das duas atividades que consiste em: um período de 2.000 ms observando uma tela em branco e 2.000 ms de busca visual ativa. (b) Registro de atividade de um eletrodo exemplar localizado na região occipital durante as duas tarefas. Fonte: Tirado de [5]

Originalmente, os eletrodos foram implantados para identificar quais regiões do cérebro eram responsáveis por crises epiléticas. Esses dados foram publicados pela primeira vez no trabalho intitulado: “*Dynamic modulation of local population activity by rhythm phase in human occipital cortex during a visual search task*”, publicado na *Frontiers in Human Neuroscience* em 2010 [39]. Como nesse estudo

foram realizadas tarefas cognitivas simultaneamente com o registro de EcoG, esses dados proporcionaram uma oportunidade única, especialmente para análise de complexidade e entropia.

Nesses registros, a atividade elétrica do cérebro foi monitorada enquanto os pacientes executavam as tarefas. As variações elétricas eram capturadas a cada milissegundo (1000 Hz), o que significa que em um segundo eram coletados 1000 pontos para cada eletrodo. Os indivíduos fizeram 120 rodadas da tarefa de busca visual ativa e também 120 rodadas apenas olhando a tela em branco. Com esses dados os cientistas podiam comparar as duas situações, verificando se havia diferença na atividade elétrica cerebral entre os tipos de tarefas e quais áreas do cérebro estavam mais engajadas na execução e em que momento do experimento isso acontecia.

O experimento foi feito com cinco pacientes, com um total de 67 eletrodos utilizados. A quantidade variava para cada pessoa, alguns tinham mais ou menos eletrodos implantados. A escolha dependia da necessidade clínica, visto que o objetivo primário era identificar focos epiléticos para um então tratamento da doença. A distribuição de eletrodos por paciente foi a seguinte:

Paciente JM: 8 eletrodos.

Paciente JT: 7 eletrodos.

Paciente RN: 8 eletrodos.

Paciente RR: 20 eletrodos.

Paciente WC: 24 eletrodos.

As tarefas eram separadas por *trials* (rodadas), essa divisão ajudou a compará-

las. Cada *trial* corresponde a um período em que o paciente realiza a atividade específica. A alternância entre as duas atividades era: i) tela em branco (**blank trial**), momento de espera em que o paciente apenas observava a tela por 2000 milissegundos; ii) busca visual ativa (*search trial*), momento em que o paciente realizava a atividade de busca visual por 2000 milissegundos.

4.0.2 Aplicação da metodologia de Bandt & Pompe

As análises realizadas nesse capítulo foram feitas com objetivos didáticos para uma melhor compreensão do método de Bandt & Pompe. Os dados utilizados pertencem ao paciente JT, que teve 7 eletrodos implantados.

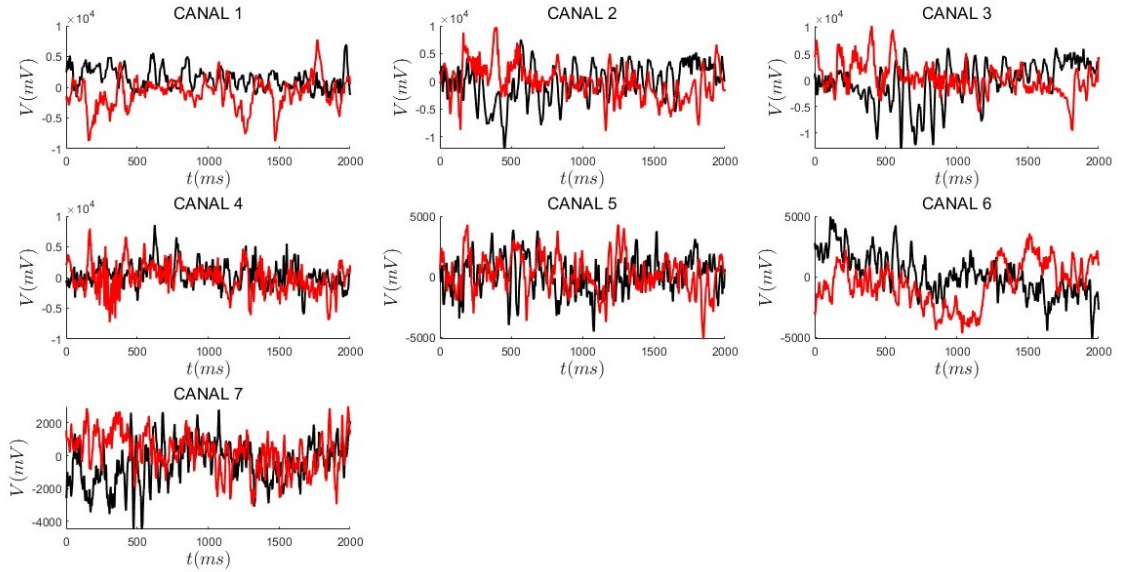


Figura 4.2: Séries temporais correspondentes a apenas um trial (2000 pontos) do paciente JT que teve 7 eletrodos (canais) implantados. Para cada canal temos uma série para o momento de tela em branco (cor preta) e momento de busca ativa (cor vermelha). Fonte: Autora, 2024.

Os dados obtidos foram organizados dentro de um intervalo inteiro de 2000 ms para cada uma das 120 tentativas e em seguida mesclados em uma série tem-

poral única de 240000 pontos por tarefa e para cada eletrodo. Entretanto, nesta dissertação utilizamos uma amostragem diferente do já visto no trabalho de Da Paz et al. (2024), tratamos apenas o primeiro *trial* de cada atividade para os cálculos de entropia e complexidade. Na figura 4.2 é mostrado as 7 séries temporais.

Aplicamos o método de Bandt & Pompe e mostramos que essa abordagem é capaz de distinguir as duas tarefas: período de busca visual, relacionado a execução da tarefa cognitiva e momentos de tela em branco, referente a períodos de espera. Essa distinção se deu por meio de medidas da Teoria da Informação Causal, Entropia de Shannon (H) e a Complexidade Estatística (C). Conseguimos observar que algumas regiões corticais separam melhor os dois tipos de testes e em quais escalas temporais que essa distinção é percebida.

4.0.3 Quantificadores da Teoria da Informação

Para verificar as diferenças entre os sinais elétricos em cada região onde foram colocados os eletrodos, calculamos a entropia e a complexidade. A dimensão de incorporação escolhida foi $D = 6$, o que nos rendeu um total de 720 padrões ordinais.

As medidas foram realizadas para valores de τ variando 1 até 50 ms, o que nos proporcionou uma boa variabilidade nos valores dos índices (figuras 4.3 e 4.4).

Os resultados de H e C , mostram uma dependência não trivial com o tempo de incorporação τ . Isso significa que a dinâmica no processamento de informações é afetada pela amostragem temporal, refletindo na forma como a entropia e a complexidade capturam as propriedades do sistema.

Ao analisarmos os gráficos de entropia H versus τ , é possível notar, nos canais

2, 3, 5 e 6, uma diferenciação razoável entre as condições *Blank* (tela em branco) e *Search* (busca ativa). Em especial, os canais 2 e 3 apresentam uma separação mais evidente em escalas iniciais de τ . Por outro lado, nos canais 4 e 7, a diferenciação é mínima. O canal 1 apresenta uma entropia bastante elevada, mostrando uma certa separação das atividades para valores de $\tau > 20$ ms.

Os gráficos de complexidade C elucidam uma dinâmica complementar, trazendo uma compreensão mais abrangente dos resultados de entropia H . Observa-se que a complexidade apresenta valores elevados para pequenos valores de τ , com uma separação bem evidente entre as duas condições, especialmente nos canais 2 e 3. Isso sugere estruturas mais organizadas ou padrões temporais bem definidos em regiões engajadas nas tarefas. Entretanto, nos canais 4 e 7, é evidente que a complexidade decresce rapidamente com o aumento de τ , estabilizando-se em valores menores para $\tau > 20$ ms.

Em uma análise comparativa, os canais 4 e 7 apresentam valores elevados de H e menores de C , o que é um indicativo de séries mais ruidosas. Esses canais também não demonstraram uma boa distinção entre as duas tarefas, sugerindo pouca participação nas atividades. Já os canais 2 e 3 evidenciaram uma boa diferenciação nas duas medidas, com a condição *Blank* apresentando menor entropia e maior complexidade em ambos. Os canais 5 e 6 também mostraram uma boa separação das atividades, exibindo menor entropia e maior complexidade para a condição *Search*, com destaque para o canal 6.

Após a obtenção dos índices C e H , podemos então usar o plano de informação causal complexidade *versus* entropia, discutido no capítulo 3. A visualização

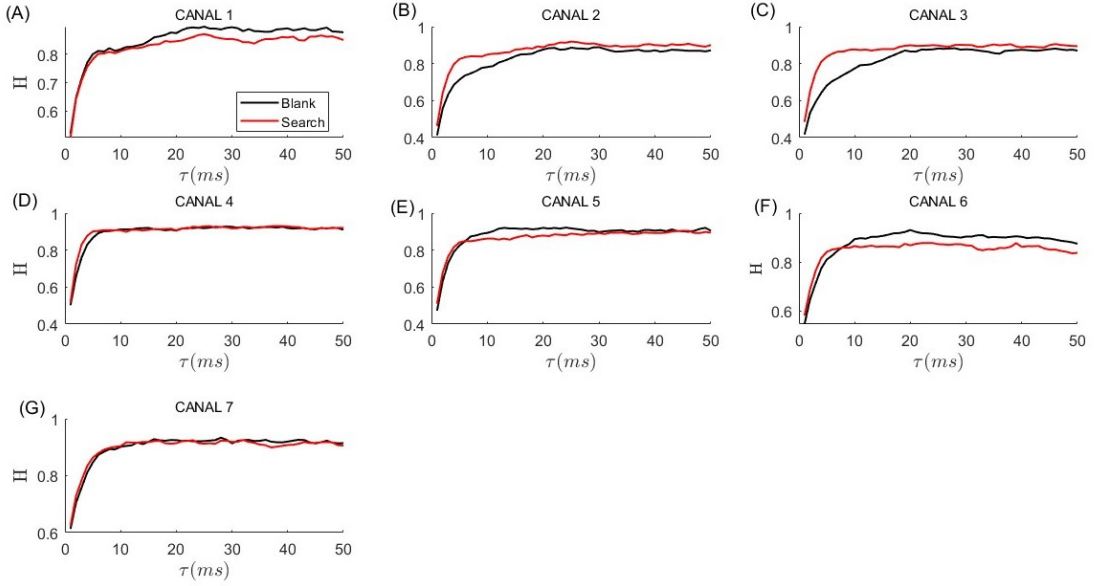


Figura 4.3: Variação da entropia H em função do parâmetro de atraso temporal (τ) para os canais 1 a 7. Linhas pretas representam a condição *Blank* (tela em branco), enquanto linhas vermelhas representam a condição *Search* (busca visual). Fonte: Autora, 2024.

dessas medidas dentro desse plano nos dá informações mais detalhadas das duas atividades, como está exposto na figura 4.5. Considerando que o nosso objetivo é mostrar as diferenças entre essas duas atividades no plano, decidimos estabelecer um valor de τ fixo para uma melhor visibilidade, para isso escolhemos $\tau = 10ms$, que havia se mostrado promissor nas figuras: 4.3 e 4.4. As curvas de máxima e mínima complexidade são para os valores de $D = 6$, parâmetro utilizado em todo o nosso trabalho.

O plano evidência com mais clareza os pontos em que os canais 2 e 3 mostram uma maior distinção das tarefas cognitivas, com os demais canais apresentando uma separação menor, podendo indicar um menor impacto dessas tarefas nessas regiões.

Como métrica para quantificar as diferenças entre as duas condições, tarefa

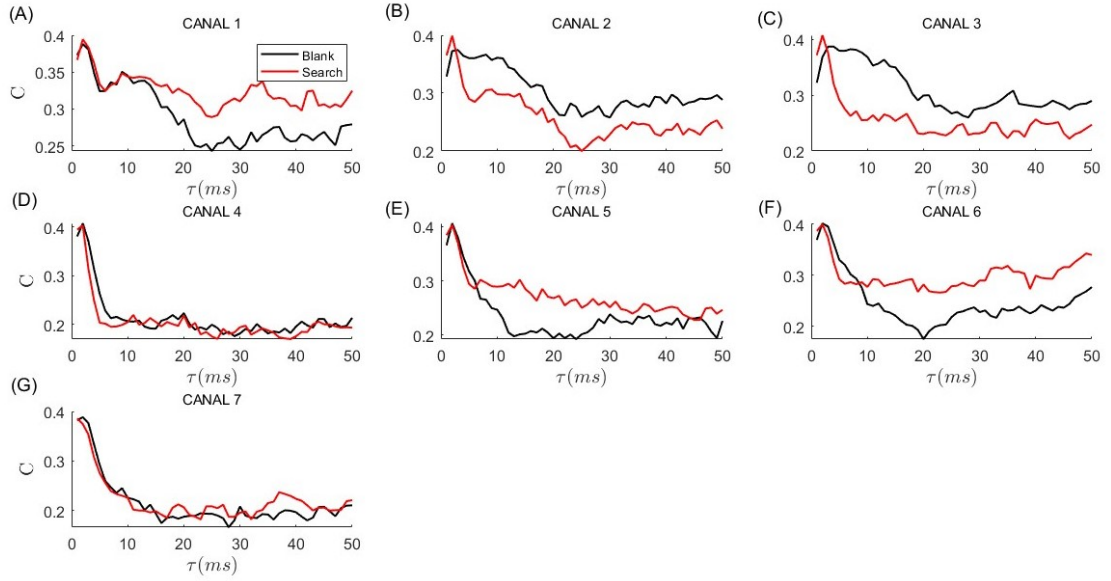


Figura 4.4: Variação da complexidade C em função do parâmetro de atraso temporal (τ) para os canais 1 a 7. Linhas pretas correspondem à condição *Blank* (tela em branco), enquanto linhas vermelhas representam a condição *Search*. As condições mostram maior diferença nos canais 2 e 3, onde *Search* (busca visual ativa) exibe maior complexidade para τ intermediários (10 a 30 ms), indicando maior organização temporal durante a tarefa de busca visual. Fonte: Autora, 2024.

de busca visual e tela em branco, calculamos a distância euclidiana no plano $C \times H$ para cada valor de τ : $d_{blank,search} = \sqrt{(H_{blank} - H_{search})^2 + (C_{blank} - C_{search})^2}$. Com base nas análises anteriores de entropia H e complexidade C , agora temos um panorama mais amplo e integrado, capturando diferenças quantitativas claras entre condições cognitivas específicas.

Na figura 4.6 mostramos os valores das distâncias entre essas duas condições em função de τ para cada um dos 7 canais. O canal 1 apresenta distâncias evidentes para valores de τ acima de 10 ms. O canal 2 evidencia uma distância acentuada em $\tau = 6$ ms. O canal 3 destaca-se com resultados expressivos, exibindo os maiores valores de $d_{blank,search}$ que encontramos nas análises. Em particular, $d_{blank,search}$ atinge seu máximo em $\tau = 7$ ms, seguido de uma redução gradual até as proximidades

de $\tau = 30$ ms. O canal 4 registra um único pico significativo em $\tau = 3$ ms, com uma queda subsequente. O canal 5 apresenta um crescimento em $\tau = 6$ ms e atinge um pico máximo em $\tau = 14$ ms. O canal 6, exibe um valor mínimo em $\tau = 6$ ms, seguido de um crescimento constante até atingir um pico em $\tau = 20$ ms. Após esse ponto, o canal mantém um bom desempenho na distinção entre as duas condições. Por último, o canal 7 é caracterizado por baixos valores de $d_{blank,search}$ ao longo de todas as escalas temporais exploradas.

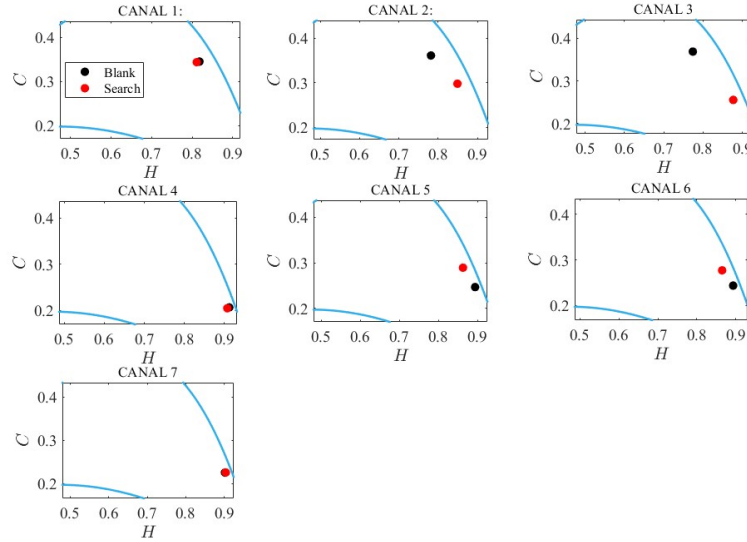


Figura 4.5: Plano de Informação Causal (Complexidade C versus Entropia H) para $\tau = 10$ ms, representando os sete canais analisados. Cada gráfico corresponde a um canal específico, destacando as condições *Blank* (ponto preto) e *Search* (ponto vermelho). A curva azul representa o limite teórico do plano de informação causal. Observa-se que as condições apresentam diferenças nos valores de C e H , indicando variações nas dinâmicas das séries temporais para as condições *Blank* e *Search*. Fonte: Autora, 2024.

Trazendo uma visualização mais abrangente dessas distâncias, a figura 4.7 ilustra um mapa de calor. Nele, é possível observar como $d_{blank,search}$ varia entre os diferentes canais e escalas temporais (τ). Essa análise permite identificar quais canais adjacentes apresentam variações similares. Cada ponto do mapa representa uma

distância calculada, onde a intensidade da cor é proporcional ao valor de $d_{blank,search}$. Cores mais intensas indicam valores maiores de distância euclidiana, enquanto tons mais suaves representam distâncias menores.

As diferenças mais marcantes ocorrem para τ entre 5 e 15 ms, especialmente no canal 3, sugerindo um processamento de informação relevante nessa faixa temporal. Em contrapartida, os canais 4 e 7 apresentam valores consistentemente menores de $d_{blank,search}$ (tons azuis), indicando que essas regiões, em diferentes escalas de τ , não exibem padrões que permitam uma boa distinção entre as duas tarefas.

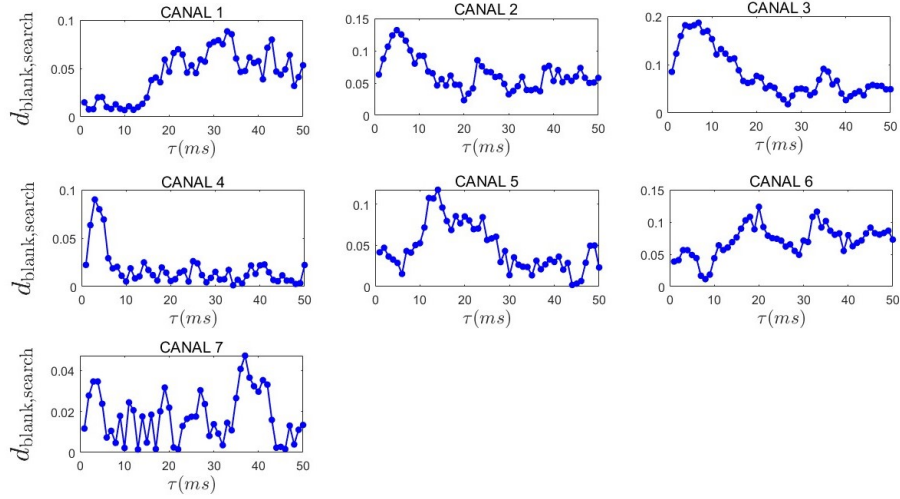


Figura 4.6: Distância euclidiana $d_{blank,search}$ entre as condições *Blank* (linha preta) e *Search* (linha vermelha) em função de τ (0 a 50 ms) para diferentes canais cerebrais. Os canais apresentam distinções nas condições cognitivas, dado que em algumas escalas evidenciaram valores significativos das distâncias. Fonte: Autora, 2024.

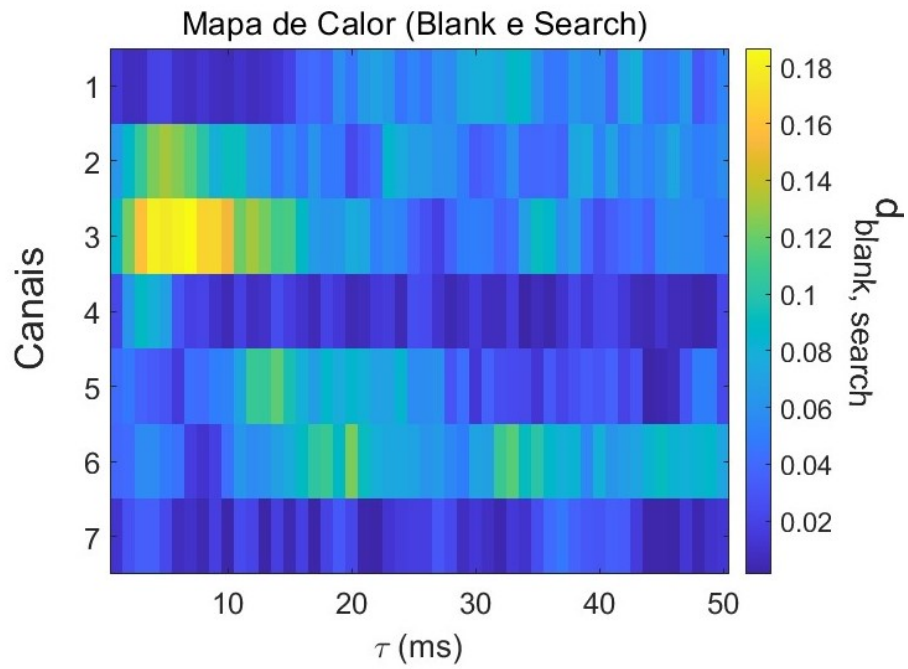


Figura 4.7: Mapa de calor representando as distâncias euclidianas ($d_{blank,search}$) entre as condições *Blank* (tela em branco) e *Search* (busca visual ativa), calculadas para diferentes canais (eixo vertical) e escalas temporais τ em milissegundos (eixo horizontal). A intensidade das cores reflete os valores das distâncias: tons mais claros (amarelo) indicam maiores diferenças entre as condições, enquanto tons mais escuros (azul) representam menores diferenças. Fonte: Autora, 2024.

Capítulo 5

Análise de séries temporais geradas por um modelo de redes neuronais

5.0.1 Aquisição dos dados

Os dados utilizados nesse capítulo foram extraídos do estudo intitulado “*Modeling neuronal avalanches and long-range temporal correlations at the emergence of collective oscillations: Continuously varying exponents mimic M/EEG results*”, realizado por Dalla Porta e Copelli [6]. O modelo CROS (Critical Oscillations) utilizado nesse trabalho, simula computacionalmente uma rede bidimensional de tamanho 300x300 neurônios, onde 75% desses neurônios são excitatórios e 25% inibitórios. Cada neurônio se conecta localmente com uma fração de vizinhos, delimitados por uma área de 7x7. A ideia explorada nesse estudo é de que o cérebro opera em um estado crítico quando há um balanço entre excitação e inibição. Nesse ponto

crítico, flutuações temporais de longo alcance e oscilações emergem [6].

A rede foi configurada variando os níveis de excitação (r_E) e inibição (r_I), influenciando assim a atividade geral coletiva da rede. As simulações também foram comparadas com dados reais de EEG e MEG, que captam atividade elétrica no cérebro, observando avalanches neurais e correlações temporais de longo alcance (ver sobre avalanches neurais no capítulo 2).

Assim, para que as séries temporais fossem obtidas, o parâmetro r_I é fixado em um valor específico durante as simulações, garantindo um certo nível de inibição constante. Os valores de r_E foram ajustados gradualmente, de maneira que, para valores baixos de r_E , a atividade da rede opera em um estado subcrítico, para r_E intermediário a rede apresenta assinaturas de criticalidade (estado crítico), e para altos valores de r_E o comportamento da rede é supercrítico.

No estado subcrítico, o balanceamento é feito para que a conectividade excitatória seja bem mais fraca que a de inibição, apresentando um regime de baixa excitação, logo, o sistema se mostra com pouca atividade, quase que “silencioso”. Quando a rede é configurada para um nível equilibrado entre inibição e excitação, ajustando r_E até um certo ponto, flutuações intermitentes emergem, sem tamanho e duração específicos. Essas características são um indicativo de um sistema crítico. Nesse estado é possível observar avalanches neurais, onde as distribuições de tamanho e duração são feitas conforme uma lei de potência, isto é, sem uma escala típica. Como é mostrado na figura 5.1 c), o espectro de Fourier dessas séries exibe um aumento da potência nas baixas frequências nos regimes críticos, indicando a presença de correlação de longo alcance. Por último, quando a excitação é elevada até atingir

o estado supercrítico, é observado uma atividade contínua e sustentada (em verde na figura 5.1 a). Nesse regime, a rede apresenta picos de atividade constante por longos períodos, resultando em séries temporais oscilatórias

Além disso, podemos observar na figura 5.1 a), como a distribuição de frequência varia entre os três regimes. No estado crítico, é mostrado um aumento de potência nas baixas frequências, apontando a emergência de oscilações coletivas comuns desse regime. De maneira complementar, as figuras 5.1 b) e 5.1 d) destacam a transição de fase entre os estados, revelando como os ajustes em r_E alteram a dinâmica das oscilações coletivas e o padrão de ordem. A maior variabilidade exibida pelo desvio padrão no painel (figura 5.1 e)) ocorre próximo à região de transição, induzindo um comportamento crítico.

5.0.2 Organização dos dados

As séries foram organizadas em janelas ("bins"), que é o intervalo de tempo em que os dados são amostrados. Ao analisar as séries temporais, os bins são usados para dividir o tempo em segmentos discretos de mesma duração (por exemplo, 5ms, 10ms, etc), tendo como objetivo analisar a ocorrência de avalanches neurais, monitorando quando ela começa e termina.

Ao fracionar a série em bins, cada bin contém a informação do número de eventos (disparos de neurônios) que ocorrem naquele intervalo de tempo. Uma avalanche neural é definida como sendo uma sequência de bins não vazios, ou seja, bins que contêm atividade em um certo limiar. A avalanche cessa quando a sequência é interrompida por um bin vazio (sem atividade). Definir o tamanho do bin pode

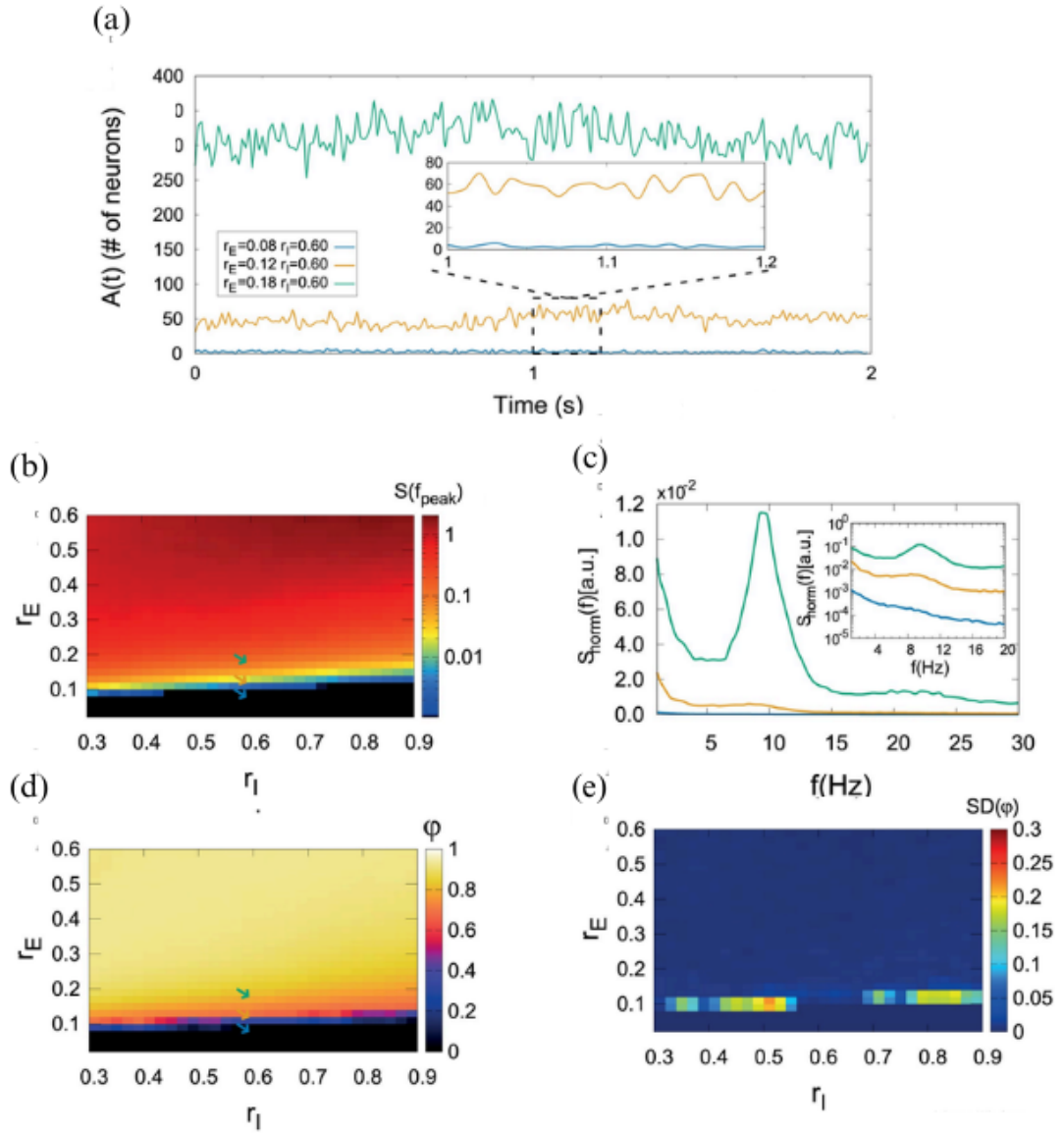


Figura 5.1: Dinâmica do modelo CROS com $L = 300$ e $\ell = 7$. (a) Atividade da rede para três regimes diferentes (equilíbrio entre excitação e inibição): baixa (azul), intermediária (amarelo) e alta (verde). Em destaque: zoom no menor nível de atividade. (c) Espectro de potência de $A(t)$ para os três regimes descritos em (a). Em destaque: zoom nas baixas frequências. O espaço de parâmetros sugere uma transição de fase, conforme mostrado nos mapas de calor de (b) o poder das oscilações coletivas e (d) o parâmetro de ordem. Além disso, (e) um desvio padrão maior do parâmetro de ordem é observado perto da região de transição. As setas em (b) e (d) representam os parâmetros descritos em (a). Fonte: Retirado de [6]).

influenciar o resultado das análises das avalanches: bins muito curtos podem resultar em avalanches também muito curtas, tendo uma probabilidade maior de que a avalanche seja interrompida por um bin vazio; por outro lado, bins maiores podem agrupar mais eventos, registrando avalanches mais longas, já que é menos provável que um bin grande esteja vazio. Ou seja, bins muito pequenos ou muito grandes podem distorcer as distribuições observadas [40]. Na figura 5.2, podemos observar com clareza esse comportamento para uma série com o parâmetro excitatório ajustado para $r_E = 0.12$, nas diferentes configurações de bins.

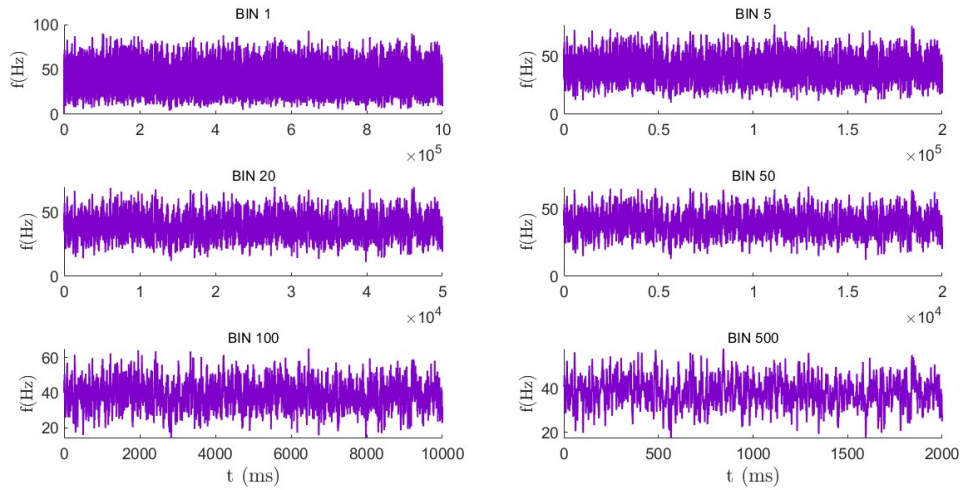


Figura 5.2: Série temporal gerada com parâmetros $r_E = 0.012$ e $r_I = 0.060$, apresentada com diferentes tamanhos de bins. Os bins menores (1 ms, 5 ms, 20 ms) destacam flutuações rápidas da atividade neuronal, enquanto bins maiores (50 ms, 100 ms, 500 ms) agrupam mais eventos, suavizando variações e ampliando a duração observada das avalanches neurais. Essa variação no tamanho do bin influencia diretamente a definição e o registro de avalanches. Fonte: Autora, 2024.

Assim, combinar bins com os parâmetros r_I e r_E é uma tarefa muito importante. Por exemplo, no estado subcrítico tem-se r_E baixo e r_I elevado, em outras palavras, a rede tem uma atividade baixa. Se o bin for muito pequeno é possível que não seja detectado atividade suficiente para definir uma avalanche, o que resulta em

muitos bins vazios. Logo, em uma rede subcrítica é necessário aumentar o tamanho do bin para que se possa detectar pequenas avalanches.

Então, para esse trabalho, o bin que mais se adequou as necessidades dos nossos dados foi $\text{bin}=100$ ms e também fixamos a conectividade inibitória em $d_I = 0.060$. Na figura 5.3 exibe as mudanças do comportamento da atividade, conforme d_E aumenta ocorre uma elevação significativa na densidade da frequência [40].

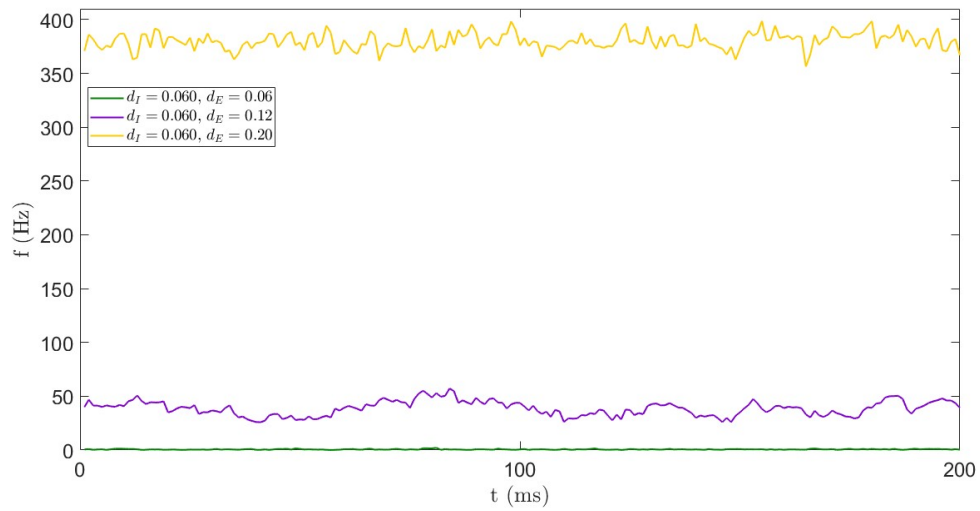


Figura 5.3: Atividade de rede para diferentes valores de conectividade excitatória (r_E), mantendo fixo $d_I = 0.060$. As curvas exibidas apresentam: $r_E=0.06$ (verde), $r_E=0.12$ (roxo) e $r_E=0.20$ (amarelo). Note que a medida que r_E aumenta ocorre uma elevação significativa na densidade da frequência, indicando uma transição para estados de maior atividade neural. Fonte: Autora, 2024.

5.0.3 Aplicação do método Bandt & Pompe nas séries temporais simuladas

Agora vamos aplicar o método de Bandt & Pompe para a análise de séries temporais geradas a partir de simulações neurais obtidas pelo modelo CROS. O objetivo consiste em investigar como diferentes parâmetros de conectividade excita-

tória (r_E) alteram a dinâmica do sistema. Para isso vamos calcular a Entropia de Shannon H e a Complexidade estatística C .

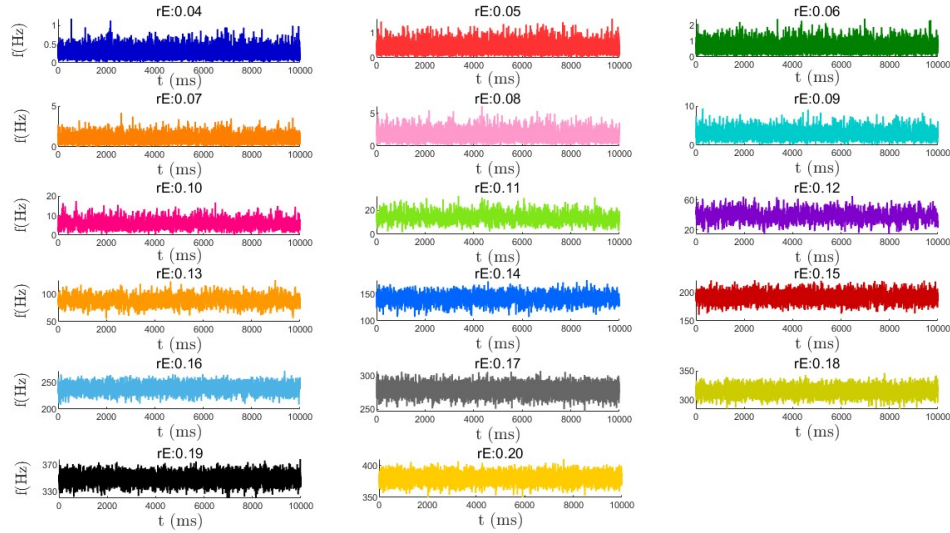


Figura 5.4: Séries temporais de atividade neuronal configuradas para diferentes valores de r_E com $\text{bin} = 100$ e $r_I = 0.60$. As séries foram simuladas variando r_E de 0.04 a 0.20 em incrementos de 0.01, resultando em diferentes padrões de atividade. Cada gráfico representa a evolução temporal da taxa de disparos ao longo de 10.000 ms. Observa-se um aumento na intensidade da atividade à medida que o valor de r_E cresce. Fonte: Autora, 2024.

No total, 17 séries temporais distintas foram analisadas, onde o parâmetro r_E foi variado gradativamente de 0.06 até 0.20, com incrementos de 0.01, mantendo a inibição fixa em $r_I=0.60$. Além disso, utilizamos uma configuração de $\text{bin}=100\text{ms}$, permitindo uma amostragem adequada para a análise da dinâmica temporal das diferentes condições experimentais.

Na figura 5.4, as séries temporais para todos os valores de r_E são mostrados. Conforme r_E vai crescendo, uma mudança na intensidade e no padrão da atividade é notada. Para valores menores de r_E , como por exemplo: 0.04 e 0.05, a taxa de disparos permanece relativamente baixa. Entretanto, para valores superiores a 0.15,

as séries apresentam um comportamento mais intenso, com picos mais frequentes.

5.0.4 Quantificadores da teoria da informação

Após as séries serem extraídas, foram feitas as análises de Entropia de Shannon H e a Complexidade Estatística C , utilizando o método de Bandt & Pompe. De maneira prévia, definimos o *embedding dimension* $D=6$ e o parâmetro de atraso τ foi variado de 1 até 50 ms. Com isso, caracterizamos os regimes de atividade neural em diferentes escalas.

Na figura 5.5 a), a entropia H cresce rapidamente para valores iniciais de τ , atingindo um pico em torno de $\tau=10$ ms. Após alcançar esse ponto, H se estabiliza em valores de $\tau>10$ ms, o que indica uma convergência das dinâmicas para uma região de alta desordem. Já em 5.5 b), a complexidade C apresenta uma queda acentuada até aproximadamente $\tau=10$ ms e também estabiliza em valores de $\tau>10$ ms. Assim, é evidenciado uma maior separação entre os regimes no início, porém essa distinção vai desaparecendo conforme o aumento de τ .

Para uma visualização mais detalhada das grandezas medidas, a figura 5.6 mostra o plano de informação causal (plano $C \times H$). Decidimos separar em 6 gráficos, cada um para um valor específico de τ (1, 5, 10, 15, 20 e 25 ms), evitando sobrecarga de informação devido o elevado número de séries. Dessa forma, evidenciamos essas grandezas (C e H) em um plano, obtendo uma visão mais concisa dos resultados já expostos na figura 5.5. Observa-se que, para $\tau = 1$ ms há uma maior separação das medidas para diferentes valores de r_E . Conforme τ aumenta, esses pontos passam a se agrupar ficando cada vez mais próximos, como havia de se

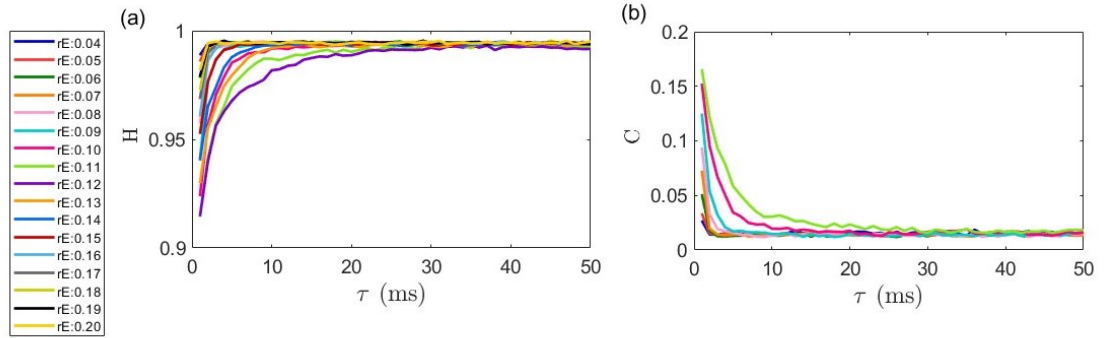


Figura 5.5: Entropia H e Complexidade Estatística C calculadas para séries temporais de atividade neural utilizando o método de Bandt & Pompe ($D = 6$) com variação do atraso τ de 1 a 50 ms. As curvas representam 17 diferentes valores de conectividade excitatória (r_E) variando de 0.04 a 0.20, com conectividade inibitória fixada em $r_I = 0.06$. Em (a), observa-se que H atinge rapidamente um pico em aproximadamente 10 ms, seguindo por uma estabilização a partir de então. Já em (b), C apresenta uma queda acentuada para valores de τ até 10 ms seguindo para uma convergência de todas as curvas. Fonte: Autora, 2024.

esperar, devido a convergência da dinâmica das séries para valores maiores de τ .

Esses padrões nos dizem que, de acordo com o aumento de τ , as séries tendem a perder a distinção entre os diferentes valores de r_E , convergindo para estados de maior entropia e menor complexidade. Isso mostra que em maiores escalas temporais as séries apresentam dinâmicas menos estruturadas.

A figura 5.7 nos mostra com detalhes o comportamento da entropia e a complexidade de acordo com cada incremento de r_E , para diferentes valores de τ . Esses resultados evidenciam o ponto crítico e as transições de fase, fornecendo clareza e detalhe das influências da conectividade excitatória, de acordo com os padrões dados por τ . As figuras 5.7 (a), (c) e (e), mostram a variação da entropia em função de r_E para: $\tau = 1$, $\tau = 5$ e $\tau = 10$, respectivamente. Para esses casos, a entropia inicialmente diminui, conforme o aumento de r_E até atingir seu valor mínimo em

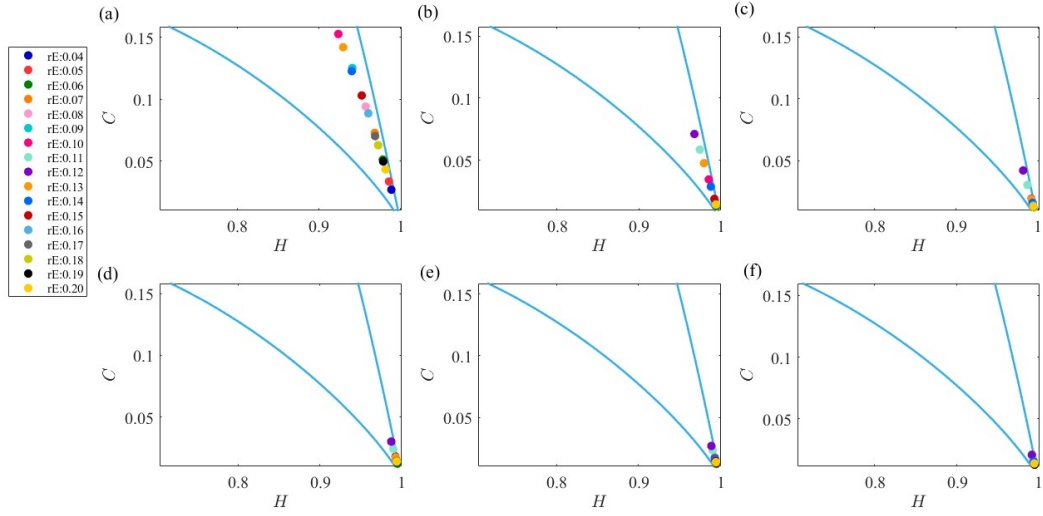


Figura 5.6: Plano de informação causal Complexidade-Entropia para diferentes valores de τ . Cada gráfico mostra a relação entre a complexidade (C) e a entropia de Shannon (H) para valores específicos de τ : (a) $\tau = 1$ ms, (b) $\tau = 5$ ms, (c) $\tau = 10$ ms, (d) $\tau = 15$ ms, (e) $\tau = 20$ ms e (f) $\tau = 25$ ms. Observa-se que, conforme τ aumenta, há uma tendência de convergência das dinâmicas das séries temporais para regiões de alta entropia e baixa complexidade. Fonte: Autora, 2024.

$r_E = 0.12$, com uma recuperação subsequente. Já nas figuras 5.7 (b), (d) e (f), a complexidade cresce até atingir um pico máximo em $r_E = 0.12$, indicando uma dinâmica complexa em torno desse valor, seguido de uma queda. Esses padrões consistentes para diferentes valores de τ sugerem que tanto a entropia quanto a complexidade exibem comportamentos robustos em várias escalas temporais.

Portanto, as medidas de entropia e complexidade feitas para diferentes escalas de τ e diferentes regimes de atividade excitatória são melhor observadas em escalas de até $10ms$. Dentro desse intervalo foi possível discernir a variação dos comportamentos dinâmicos entre os incrementos de r_E . E mais, nossos resultados sugerem que ocorre uma maximização da complexidade próximo à criticalidade neste modelo. Esse tipo de maximização da complexidade em torno do ponto crítico está

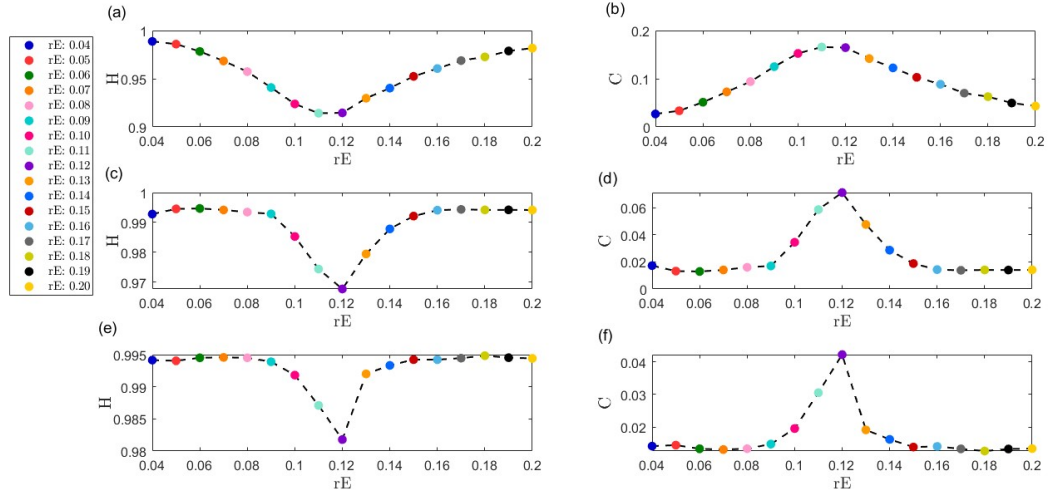


Figura 5.7: Análise da entropia e complexidade em função da conectividade excitatória (r_E) para diferentes valores de τ : (a) $\tau = 1ms$, (b) $\tau = 5ms$ e (c) $\tau = 10ms$. Cada coluna de figuras corresponde a uma métrica: entropia à esquerda e complexidade à direita. Os pontos coloridos representam os 17 valores de r_E variando de 0.04 a 0.20, com a conectividade inibitória (r_I) mantida constante em 0.06. Fonte: Autora, 2024.

de acordo com o que foi verificado anteriormente em dados de ratos anestesiados e modelos de autômatos celulares[41]. O estado crítico é o limite em que a atividade neural opera entre ordem e desordem. Como já foi detalhado no capítulo 2, nesse ponto, o cérebro está altamente sensível a estímulos, capaz de processar informações de maneira mais eficiente. Vale destacar que essa é a primeira verificação da relação entre complexidade e criticalidade em um modelo com transição entre um estado oscilatório e um estado silencioso. Como perspectivas, esperamos quantificar melhor a dependência desses resultados com os diferentes parâmetros do modelo e da análise simbólica.

Referências Bibliográficas

- 1 PIXABAY. *Estrutura de rede neural*. n.d. Acesso em: 06 nov. 2024. Disponível em: <<https://pixabay.com/pt/illustrations/resumo-neur%C3%B4nios-conex%C3%A3o-link-3d-1588720/>>.
- 2 NEWS, P. U. *Colônia de formigas formando pontes*. 2015. Acesso em: 06 nov. 2024. Disponível em: <<https://www.princeton.edu/news/2015/11/30/ants-build-living-bridges-their-bodies-speak-volumes-about-group-intelligence>>.
- 3 PIXABAY. *Ilustração do sistema imunológico*. n.d. Acesso em: 06 nov. 2024. Disponível em: <<https://pixabay.com/pt/illustrations/wbc-leuc%C3%B3citos-anticorpos-rbc-8791149/>>.
- 4 LUCAS, H. B. d. et al. Uma abordagem de informação simbólica para caracterizar diferenças relacionadas à resposta na atividade cortical durante uma tarefa go/no-go. Universidade Federal de Alagoas, 2021.
- 5 PAZ, Í. R. S. C. D. et al. Symbolic information approach applied to human intracranial data to characterize and distinguish different cognitive processes. *Physical Review E*, APS, v. 110, n. 2, p. 024403, 2024.
- 6 PORTA, L. D.; COPELLI, M. Critical oscillations reveal dynamical regimes in neural networks. *PLoS Computational Biology*, Public Library of Science, v. 15, n. 7, p. e1007483, 2019. Disponível em: <<https://journals.plos.org/ploscompbiol/article?id=10.1371/journal.pcbi.1007483>>.
- 7 DAYAN, P.; ABBOTT, L. F. *Theoretical Neuroscience: Computational and Mathematical Modeling of Neural Systems*. Cambridge, MA: MIT Press, 2001. ISBN 978-0262133609.
- 8 KANTZ, H.; SCHREIBER, T. *Nonlinear Time Series Analysis*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003.
- 9 JERBI, K. et al. Recording and analyzing high-frequency brain signals with ecog. In: *Invasive Studies of the Human Epileptic Brain*. [S.l.]: Springer, 2009. p. 197–228.

- 10 NIEDERMEYER, E.; SILVA, F. L. da. *Electroencephalography: Basic Principles, Clinical Applications, and Related Fields*. [S.l.]: Lippincott Williams & Wilkins, 2004.
- 11 ROSSO, O. A. et al. Distinguishing noise from chaos. *Physical review letters*, APS, v. 99, n. 15, p. 154102, 2007.
- 12 MITCHELL, M. *Complexity: A guided tour*. [S.l.]: Oxford University Press, 2009.
- 13 BONABEAU, E. Swarm intelligence: From natural to artificial systems. *Oxford University Press google schola*, v. 2, p. 25–34, 1999.
- 14 HOFMEYR, S. A.; FORREST, S. Architecture for an artificial immune system. *Evolutionary computation*, MIT Press, v. 8, n. 4, p. 443–473, 2000.
- 15 BASSETT, D. S.; GAZZANIGA, M. S. Understanding complexity in the human brain. *Trends in cognitive sciences*, Elsevier, v. 15, n. 5, p. 200–209, 2011.
- 16 KANDEL, E. R. et al. *Principles of Neural Science*. 5th. ed. New York: McGraw-Hill, 2013.
- 17 TONONI, G.; EDELMAN, G. M.; SPORNS, O. Complexity and coherency: integrating information in the brain. *Trends in cognitive sciences*, Elsevier, v. 2, n. 12, p. 474–484, 1998.
- 18 CHIALVO, D. R. Emergent complex neural dynamics. *Nature physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 6, n. 10, p. 744–750, 2010.
- 19 BEGGS, J. M.; PLENZ, D. Neuronal avalanches in neocortical circuits. *Journal of neuroscience*, Soc Neuroscience, v. 23, n. 35, p. 11167–11177, 2003.
- 20 KINOCHI, O.; COPELLI, M. Optimal dynamical range of excitable networks at criticality. *Nature physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 2, n. 5, p. 348–351, 2006.
- 21 FRIEDMAN, N. et al. Universal critical dynamics in high resolution neuronal avalanche data. *Physical review letters*, APS, v. 108, n. 20, p. 208102, 2012.
- 22 SHEW, W. L.; PLENZ, D. The functional benefits of criticality in the cortex. *The neuroscientist*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 19, n. 1, p. 88–100, 2013.
- 23 CORDEIRO, V. L. et al. Aplicações da teoria da informação à neurociência. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 41, 2019. ISSN 1806-1117.
- 24 SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948.

- 25 COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of Information Theory*. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1991. ISBN 978-0-471-06259-1.
- 26 SCHREIBER, T. Measuring information transfer. *Physical Review Letters*, v. 85, n. 2, p. 461–464, 2000.
- 27 PEARL, J. *Causality: Models, Reasoning, and Inference*. 2nd. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009.
- 28 BANDT, C.; POMPE, B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. *Physical review letters*, APS, v. 88, n. 17, p. 174102, 2002.
- 29 ZANIN, M. et al. Permutation entropy and its main biomedical and econophysics applications: a review. *Entropy*, MDPI, v. 14, n. 8, p. 1553–1577, 2012.
- 30 MARTIN, M.; PLASTINO, A.; ROSSO, O. Statistical complexity and disequilibrium. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 311, n. 2-3, p. 126–132, 2003.
- 31 SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*, Nokia Bell Labs, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948.
- 32 ZUNINO, L. et al. Permutation information theory approach to unveil delay dynamics from time-series analysis. *Physical Review E*, APS, v. 82, n. 4, p. 046212, 2010.
- 33 VICENTE, R. et al. Transfer entropy—a model-free measure of effective connectivity for the neurosciences. *Journal of Computational Neuroscience*, Springer, v. 30, n. 1, p. 45–67, 2011. Utiliza a entropia de Shannon para calcular a entropia de transferência.
- 34 FELDMAN, D. P.; MCTAGUE, C. S.; CRUTCHFIELD, J. P. The organization of intrinsic computation: Complexity-entropy diagrams and the diversity of natural information processing. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, AIP Publishing, v. 18, n. 4, 2008.
- 35 LOPEZ-RUIZ, R.; MANCINI, H. L.; CALBET, X. A statistical measure of complexity. *Physics letters A*, Elsevier, v. 209, n. 5-6, p. 321–326, 1995.
- 36 LAMBERTI, P. W. et al. Intensive entropic non-triviality measure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 334, n. 1-2, p. 119–131, 2004.
- 37 ROSSO, O. A. et al. Causality and the entropy–complexity plane: Robustness and missing ordinal patterns. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 391, n. 1-2, p. 42–55, 2012.
- 38 BARIVIERA, A. F.; ZUNINO, L.; ROSSO, O. A. An analysis of high-frequency cryptocurrencies prices dynamics using permutation-information-theory quantifiers.

- Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, AIP Publishing, v. 28, n. 7, 2018.
- 39 MILLER, K. J. et al. Dynamic modulation of local population activity by rhythm phase in human occipital cortex during a visual search task. *Frontiers in human neuroscience*, Frontiers Research Foundation, v. 4, p. 197, 2010.
- 40 LOMBARDI, F. et al. Balance between excitation and inhibition controls the temporal organization of neuronal avalanches. *Physical review letters*, APS, v. 108, n. 22, p. 228703, 2012.
- 41 LOTFI, N. et al. Statistical complexity is maximized close to criticality in cortical dynamics. *Physical Review E*, APS, v. 103, n. 1, p. 012415, 2021.