

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA - DOUTORADO

ELENILDA JOSEFA DE OLIVEIRA

**Propriedades espectroscópicas de sistemas  
multicamadas baseados em cristais líquidos e  
materiais magneto-ópticos**

Maceió - Brasil  
Julho - 2019

ELENILDA JOSEFA DE OLIVEIRA

**Propriedades espectroscópicas de sistemas  
multicamadas baseados em cristais líquidos e  
materiais magneto-ópticos**

Tese de Doutorado apresentada no Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas como requisito necessário para a obtenção do título de Doutora em Física.

Orientador:

Prof. Dr. Italo Marcos Nunes de Oliveira

Maceió - Brasil

Julho - 2019

**Catálogo na fonte**  
**Universidade Federal de Alagoas**  
**Biblioteca Central**  
**Divisão de Tratamento Técnico**  
Bibliotecário: Marcelino de Carvalho

O48p    Oliveira, Elenilda Josefa de.  
          Propriedades espectroscópicas de sistemas multicamadas baseados em cristais líquidos e materiais magneto-ópticos / Elenilda Josefa de Oliveira. – 2019.  
          103. : il.

Orientador: Italo Marcos Nunes de Oliveira.  
Tese (doutorado em Física) - Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Maceió, 2019.

Bibliografia: f. 84 – 91.  
Apêndices: f. 92 – 96.  
Anexos: f. 97 – 106.

1. Cristal magnetofotônico (Óptica e fotônica). 2. Espectro de transmissão. 3. Óptica magnética. 4. Ressonância - Ondas (Física). 5. Cristais líquidos. I. Título.

CDU: 538.95



**Universidade Federal de Alagoas**  
**Instituto de Física**  
Programa de Pós Graduação em Física

BR 104 km 14, Campus A.C. Simões  
Cidade Universitária  
Tabuleiro dos Martins  
57072-970 Maceió - AL, Brasil  
FONE : (82) 3214-1423/FAX 3214-1645

**PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE**  
**TESE DE DOUTORADO**

*“Propriedades espectroscópicas de sistemas multicamadas  
baseados em cristais líquidos e materiais magneto-ópticos”*

por

Elenilda Josefa de Oliveira

A Banca Examinadora composta pelos professores Italo Marcos Nunes de Oliveira (presidente da banca e orientador), do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Marcelo Leite Lyra, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Maria Socorro Seixas Pereira, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Ana Paula Perdigão Praxedes, do Instituto Federal de Alagoas, e Fábio Marcel Zanetti, da Universidade Federal do Paraná consideram a candidata aprovado com grau “A”.

Maceió, 9 de agosto de 2019

*Italo Marcos Nunes de Oliveira*  
Prof. Dr. Italo Marcos Nunes de Oliveira

*Marcelo Leite Lyra*  
Prof. Dr. Marcelo Leite Lyra

*Maria Socorro Seixas Pereira*  
Profa. Dra. Maria Socorro Seixas Pereira

*Ana Paula P. Praxedes*  
Profa. Dra. Ana Paula Perdigão Praxedes

*Fábio Marcel Zanetti*  
Prof. Dr. Fábio Marcel Zanetti

Dedico este trabalho aos meus pais,  
Josefa e Sebastião.

# AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado força e coragem para concluir mais uma etapa da minha vida.

Aos meus pais, Josefa e Sebastião, pelo amor, dedicação, incentivo e exemplo. Agradeço imensamente por não medirem esforços para que eu pudesse realizar meus objetivos. Sem eles nada disso seria possível.

Aos meus irmãos e irmãs, Cristiana, Cristina, Cristiano, Cristovão e Antônio, pelo carinho, apoio, incentivo e por sempre torcerem pelo meu sucesso. Aos meus sobrinhos e sobrinhas que sempre me trazem momentos de alegria: Thalia, Michelle, Maria, Vinícius, Pâmela, Mariana, Henrique, Arthur, Marcos Antônio, Maria Cecília e Emilly.

Ao meu orientador, professor Italo Nunes de Oliveira, por conceder uma nova oportunidade para o desenvolvimento da minha formação. Por sua paciência, compreensão e por todos os ensinamentos sempre com muita sabedoria e dedicação.

À professora Socorro pelo apoio na pesquisa e pela disposição em ajudar.

Aos amigos e colegas do Grupo de Líquidos Anisotrópicos e Polímeros (GLAP) pela troca de conhecimentos e pelos momentos de descontração: Ricardo, Raul, Rafael, Pedro, Ellena, Pâmela, Débora, Catharina e Walter.

Aos meus amigos de pós-graduação, em especial: Flavia, Janielma, Andressa, Fabiana, Jefferson e Tasso por todos os momentos de aprendizado que compartilhamos.

Ao Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas pelas condições necessárias para o desenvolvimento das atividades científicas. Sou grata a todos os professores e funcionários do IF pela competência em seus trabalhos.

A todos os meus professores, desde o ensino básico até a pós-graduação, que foram peças fundamentais em minha formação.

À Karine, Nancy e Erilaine pela amizade e pelas palavras de apoio.

À Capes, pelo apoio financeiro.

“A jornada será longa, mas não desanimaremos. Em cada dia chegaremos,  
em cada dia partiremos. Mais além, sempre mais além.”

–JOSÉ SARAMAGO

# RESUMO

Neste estudo, investigamos os efeitos da reorientação do vetor diretor nas propriedades espectrais de um cristal magnetofotônico unidimensional constituído por uma sequência de camadas magnéticas e nemáticas, que exibe um defeito magneto-óptico como camada central. Usando o formalismo de Berreman, determinamos numericamente como a rotação de Faraday e o espectro de transmissão dos sistemas fotônicos são afetados por uma reorientação induzida pelo campo nas camadas nemáticas. Nossos resultados revelam que o espectro de transmissão do sistema magnetofotônico é fortemente sensível ao perfil do vetor diretor quando a voltagem aplicada é elevada acima do limiar de Freedericksz. A reorientação do vetor diretor leva à supressão da diferença típica de comprimento de onda entre os fenômenos de rotação de Faraday e de localização de luz em estruturas fotônicas unidimensionais baseadas em materiais com diferentes tipos de birrefringência. Considerando as configurações de polarização dos auto-modos de propagação para um meio birrefringente, analisa-se o principal mecanismo por trás da supressão da diferença, enfatizando os efeitos associados à reorientação nemática induzida pelo campo. O formalismo de Berreman também é utilizado para caracterizar as propriedades espectrais de uma estrutura multicamadas unidimensional constituída de camadas magnéticas e dielétricas ( $\text{SiO}_2$ ) contendo dois defeitos centrais, um magneto-óptico e outro nemático. Analisamos os efeitos associados à espessura dos defeitos. Em particular, dois modos ressonantes surgem dentro da banda de transmissão proibida, um devido ao defeito magneto-óptico e outro devido ao defeito nemático. Os resultados obtidos mostram que ao aumentar-se a espessura do defeito nemático os modos de defeito se deslocam para maiores comprimentos de onda, enquanto a largura da banda proibida permanece praticamente constante.

**Palavras-chave:** 1. Cristal magnetofotônico. 2. Espectro de transmissão. 3. Materiais magneto-ópticos. 4. Modos ressonantes.

# ABSTRACT

In this study, we investigate the effects of the director vector reorientation on the spectral properties of an one-dimensional magnetophotonic crystal constituted by a sequence of magnetic and nematic layers, which exhibits a magneto-optical defect as the central layer. Using Berreman's formalism to solve the Berreman equation, we numerically determine how the Faraday rotation and transmission spectrum of the photonic systems are affected by a field-induced reorientation in the nematic layers. Our results reveal that the transmittance spectrum of the magnetophotonic system is strongly sensitive to the director vector profile when the applied voltage is raised above the Fredericksz threshold. The director vector reorientation leads to the suppression of the typical wavelength mismatch between the Faraday rotation and light localization phenomena in one-dimensional photonic structures based on materials with different types of birefringence. Considering the polarization configurations of the propagation eigenmodes for a birefringent medium, the main mechanism behind mismatch suppression is analyzed, emphasizing the effects associated with the field-induced nematic reorientation. Our results show that the electric control of wavelength mismatch in magnetophotonic systems may be used as an efficient mechanism to develop a new class of optical switches and logic gates devices. Berreman's formalism is also used to characterize the spectral properties of a one-dimensional multi-layer structure consisting of magnetic and dielectric layers ( $\text{SiO}_2$ ) containing two central defects, one magneto-optic and the other nematic. We analyzed the effects associated with the thickness of the defects. In particular, two resonant modes arise within the band gap, one due to the magneto-optical defect and another due to the nematic defect. The results obtained show that by increasing the thickness of the nematic defect the defect modes move to greater wavelengths, while the width of the band gap practically constant.

**Keywords:** 1. Magnetophotonic crystal. 2. Transmission spectrum. 3. Magneto-optical materials 4. Resonant modes.

# Lista de Figuras

1.1	Esquema ilustrativo do grau de ordenamento da fase cristalina, líquido-cristalina e líquido-isotrópica. . . . .	2
1.2	Friedrich Reinitzer (1857-1927), à esquerda, e Otto Lehmann (1855-1922), à direita. Pioneiros no estudo de cristais líquidos. . . . .	3
1.3	Cristal fotônico unidimensional. O termo unidimensional é usado porque a função dielétrica $\varepsilon(z)$ varia somente ao longo da direção $z$ . O sistema consiste de camadas alternadas de materiais com diferentes constantes dielétricas, com um período espacial $a$ . . . . .	11
1.4	Estrutura de bandas para três diferentes cristais fotônicos. À esquerda temos um sistema com constantes dielétricas iguais (estrutura homogênea). No centro, uma estrutura com constantes dielétricas um pouco diferentes (estrutura quase homogênea). À direita, um sistema apresentando alto contraste entre as constantes dielétricas. O parâmetro de rede para todos os casos foi de $0,5a$ . . . . .	12
1.5	Densidade de estados de um cristal fotônico unidimensional na presença de um defeito na rede cristalina em função da frequência. Note que o modo localizado se encontra na região da banda de transmissão proibida. . . . .	14
1.6	Cristal fotônico bidimensional. A estrutura é formada por colunas de ar em um meio dielétrico. À esquerda é mostrada a rede triangular com parâmetro de rede $a$ . . . . .	14
1.7	Imagem feita por microscopia de elétrons de um cristal fotônico no formato de pilha de madeira. O cristal é feito de silício e forma uma rede cristalina fcc na direção $[001]$ . . . . .	15
2.1	Estrutura química de um cristal líquido calamítico. . . . .	19

## LISTA DE FIGURAS

2.2	Ângulo entre o vetor diretor $\hat{\mathbf{n}}$ e o eixo maior da molécula do cristal líquido. . .	20
2.3	Representação da ordem nemática. . . . .	21
2.4	Representação esquemática da fase colestérica. . . . .	22
2.5	Arranjo típico das moléculas calamíticas na (a) fase esmética-A e na (b) fase esmética-C. . . . .	23
2.6	Tipos de ancoramento superficial em uma amostra nemática entre duas superfícies planas. Em (a) ancoramento planar; (b) inclinado e (c) homeotrópico. . .	24
2.7	Tipos de deformação do vetor diretor $\hat{\mathbf{n}}$ em amostras líquido cristalinas entre duas superfícies planas de vidro. Em (a) uma deformação tipo <i>splay</i> , (b) <i>twist</i> e em (c) <i>bend</i> . . . . .	25
2.8	Dependência com a temperatura para as constantes dielétricas em um cristal líquido. . . . .	27
2.9	Vetor campo elétrico e diretor em análise da transmissão da luz polarizada. . .	30
2.10	Transição de Fréedericksz. Abaixo do limiar de Fréedericksz ( $\mathbf{E} < \mathbf{E}_{th}$ ), o diretor permanece uniforme ao longo da camada nemática, como mostra a Figura (a). Por outro lado, acima do limiar de Fréedericksz ( $\mathbf{E} > \mathbf{E}_{th}$ ), o diretor exibe um perfil não uniforme ao longo da camada nemática, como mostra a Figura (b). . . . .	33
2.11	Rotação da polarização da luz transmitida devido ao efeito de Faraday. . . . .	38
4.1	Representação esquemática de uma estrutura multicamadas magneto-óptica consistindo de uma sequência de camadas nemática (amarela) e magnética (vermelha), contendo um defeito magnético central. O defeito e as camadas magnéticas regulares apresentam as mesmas propriedades dielétricas. O diretor nemático não perturbado $\hat{\mathbf{n}}$ é paralelo ao eixo $x$ , com a camada nemática apresentando fortes condições de contorno planar. . . . .	53

## LISTA DE FIGURAS

- 4.2 Perfil de inclinação do vetor diretor dentro de uma camada nemática apresentando uma espessura  $\ell_n$ , para diferentes valores da voltagem externa aplicada. O ângulo de inclinação do diretor apresenta um valor máximo  $\alpha_m$  no centro da camada nemática, com  $\alpha_m \rightarrow \pi/2$  para  $V \gg V_{th}$ . Dependendo da voltagem externa aplicada, os cristais magnetofotônicos podem apresentar camadas nemáticas com um (b) perfil de inclinação uniforme ou (c) não uniforme. . . . 56
- 4.3 (a) Espectro de transmissão e (b) ângulo de rotação da polarização da estrutura magnetofotônica para valores distintos da voltagem aplicada:  $V/V_{th} = 0$  (linha sólida),  $V/V_{th} = 2,0$  (linha tracejada) e  $V/V_{th} = 6$  (linha pontilhada). Aqui,  $\ell_d/\ell_n = 2$ ,  $\ell_m/\ell_n = 1$  e  $\Delta n = 0,16$ . Observe que uma mudança para o azul ocorre no modo ressonante conforme a voltagem aplicada aumenta, enquanto um pequeno aumento no ângulo de rotação da polarização é observado. . . . 58
- 4.4 Largura da banda de transmissão proibida,  $\Delta\lambda_{BG}$ , como função da voltagem aplicada nas camadas nemáticas. (a) A birrefringência nemática foi variada alterando-se o índice de refração ordinário, enquanto o índice de refração extraordinário foi mantido constante ( $n_e = 1,69$ ):  $n_o = 1,53$  (linha sólida),  $n_o = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_o = 1,65$  (linha pontilhada). Em todos os casos, pode-se notar um aumento monotônico da banda de transmissão proibida conforme a voltagem aplicada é aumentada, exibindo um valor assintótico que depende do índice de refração ordinário. (b) A birrefringência nemática foi variada alterando-se o índice de refração extraordinário, enquanto o índice de refração ordinário foi mantido constante ( $n_o = 1,53$ ):  $n_e = 1,69$  (linha sólida),  $n_e = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_e = 1,57$  (linha pontilhada). Observe que o valor assintótico de  $\Delta\lambda_{BG}$  é independente de  $n_e$ . . . . 60

## LISTA DE FIGURAS

- 4.5 Ângulo de rotação da polarização como função da voltagem aplicada na estrutura magnetofotônica contendo camadas nemáticas. Diferentes birrefringências nemáticas são consideradas onde variou-se o índice refrativo ordinário, enquanto o índice de refração extraordinário foi mantido constante ( $n_e = 1,69$ ):  $n_o = 1,53$  (linha sólida),  $n_o = 1,61$  (linha tracejada), e  $n_o = 1,65$  (linha pontilhada). . . . . 61
- 4.6 Deslocamento entre o comprimento de onda do modo ressonante e o ângulo de rotação da polarização como função da voltagem aplicada para valores distintos do índice de refração ordinário das camadas nemáticas ( $n_e = 1,69$ ):  $n_o = 1,53$  (linha sólida),  $n_o = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_o = 1,65$  (linha pontilhada). Observe que o deslocamento do comprimento de onda desaparece à medida que a voltagem aplicada é aumentada. . . . . 63
- 5.1 Representação esquemática de uma estrutura multicamadas consistindo de uma sequência de camadas de dióxido de silício  $SiO_2$  (branca) e magnética (vermelha), contendo dois defeitos centrais, um magnético e outro nemático (amarelo). O diretor nemático não perturbado  $\hat{n}$  é paralelo ao eixo  $x$ . Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm. . . . . 67
- 5.2 (a) Espectro de transmissão e (b) ângulo de rotação da polarização quando  $V/V_{th} = 0$  e  $d_n = 0$  nm para distintos valores da espessura da camada de defeito magnético:  $d_m = 180$  nm (linha sólida),  $d_m = 240$  nm (linha tracejada) e  $d_m = 300$  nm (linha pontilhada.). Aqui,  $\ell_m = \ell_s = 180$  nm. . . . . 68
- 5.3 Transmitância e ângulo de rotação da polarização para a sequência alternada de camadas dielétricas ( $SiO_2$ ) e magneto-ópticas (Bi:YIG), quando  $V/V_{th} = 0$  para diferentes espessuras da camada de defeito nemático: (a)  $d_n = 0$  nm, (b)  $d_n = 480$  nm, (c)  $d_n = 720$  nm e (d)  $d_n = 960$  nm. Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm. . . . . 70

## LISTA DE FIGURAS

- 5.4 Densidade como função da espessura da camada de defeito nemático  $d_n$  quando a voltagem aplicada é nula  $V/V_{th} = 0$ . A camada de defeito magnético foi mantida constante  $d_m = 360$  nm. . . . . 71
- 5.5 Transmitância e ângulo de rotação da polarização para a sequência alternada de camadas dielétricas ( $SiO_2$ ) e magneto-ópticas (Bi:YIG), quando  $V/V_{th} = 1, 6$  para diferentes espessuras da camada de defeito nemático: (a)  $d_n = 0$  nm, (b)  $d_n = 480$  nm, (c)  $d_n = 720$  nm e (d)  $d_n = 960$  nm. Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm. . . . . 72
- 5.6 Transmitância e ângulo de rotação da polarização para a sequência alternada de camadas dielétricas ( $SiO_2$ ) e magneto-ópticas (Bi:YIG), quando  $V/V_{th} = 8$  para diferentes espessuras da camada de defeito nemático: (a)  $d_n = 0$  nm, (b)  $d_n = 480$  nm, (c)  $d_n = 720$  nm e (d)  $d_n = 960$  nm. Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm. . . . . 73
- 5.7 Densidade como função da voltagem aplicada para  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm. 74
- 5.8 Ângulos de rotação da polarização  $\theta_{R1}$  e  $\theta_{R2}$  como função da voltagem aplicada para diferentes valores da espessura do defeito nemático. (a) Ângulo de rotação da polarização  $\theta_{R1}$  e (b) Ângulo de rotação da polarização  $\theta_{R2}$ . Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm. . . . . 75
- 5.9 Deslocamento entre o comprimento de onda do modo ressonante e o ângulo de rotação da polarização como função da voltagem aplicada para valores distintos do índice de refração extraordinário da camada nemática ( $n_o = 1, 53$ ):  $n_e = 1, 57$  (linha sólida),  $n_e = 1, 61$  (linha tracejada) e  $n_o = 1, 69$  (linha pontilhada).  $\Delta\lambda_{M1}$  e  $\Delta\lambda_{M2}$  correspondem aos deslocamentos referentes aos defeitos nemático e magnético. Observe que o deslocamento do comprimento de onda desaparece à medida que a voltagem aplicada é aumentada acima do limiar de Fréedericksz. Aqui,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm. . . . . 77

## LISTA DE FIGURAS

- 5.10 Transmitância em função da voltagem aplicada para a espessura do defeito nemático  $d_n = 720$  nm. A camada de defeito magnético possui espessura  $d_m = 360$  nm e as camadas regulares têm espessuras  $\ell_m = \ell_s = 180$  nm. A curva sólida corresponde aos modos ressonantes referentes ao comprimento de onda  $\lambda_{d1}$ . Já a curva tracejada corresponde aos modos ressonantes referentes ao comprimento de onda  $\lambda_{d2}$ . . . . . 78
- 5.11 Razão entre a velocidade de grupo e a velocidade da luz  $v_{gr}/c$  em função do comprimento de onda para diferentes valores da voltagem aplicada. Aqui,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm. . . . . 79
- 5.12 Razão entre o ângulo de rotação da polarização  $\theta_N$  para um sistema contendo dois defeitos, um magneto-óptico e outro nemático, e o ângulo de rotação da polarização  $\theta_D$  de um sistema contendo dois defeitos sendo que um é magneto-óptico e o outro dielétrico, como função da voltagem aplicada para distintos valores da birrefringência nemática  $\Delta n$ . A razão  $\theta_N/\theta_D$  correspondente a Equation 1 foi calculada usando a Equação 3.45 enquanto a razão correspondente a equation 2 foi calculada através da Equação 5.2. Aqui,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm. . . . . 80
- 7.1 Ângulo entre o eixo  $x$  e o vetor diretor  $\hat{n}$ . . . . . 92

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Cristais Líquidos - Histórico . . . . .	2
1.1.1	Aplicações Tecnológicas . . . . .	5
1.2	Cristais Fotônicos . . . . .	7
1.2.1	Cristais Fotônicos - Histórico e Aplicações . . . . .	7
1.2.2	Cristais Fotônicos Unidimensionais . . . . .	10
1.2.3	Cristais Fotônicos Bidimensionais . . . . .	13
1.2.4	Cristais Fotônicos Tridimensionais . . . . .	15
1.3	Objetivos e Organização da Tese . . . . .	16
<b>2</b>	<b>PROPRIEDADES DOS CRISTAIS LÍQUIDOS E MATERIAIS MAGNETO-ÓPTICOS</b>	<b>17</b>
2.1	Classificação dos Cristais Líquidos . . . . .	17
2.1.1	Cristais Líquidos Termotrópicos . . . . .	18
2.1.2	Principais Fases Líquido-Cristalinas Termotrópicas . . . . .	19
2.2	Efeitos de Superfície na Ordem Líquido-Cristalina . . . . .	24
2.3	Propriedades Dielétricas dos Cristais Líquidos . . . . .	26
2.4	Propriedades Ópticas dos Cristais Líquidos . . . . .	27
2.5	Transição de Fréedericksz . . . . .	32
2.6	Materiais Magneto-Ópticos . . . . .	33
2.6.1	Tensor Dielétrico e Vetor Girotrópico . . . . .	34
2.6.2	Modos Normais de Propagação . . . . .	35
2.6.3	Efeito Faraday . . . . .	36

## SUMÁRIO

<b>3</b>	<b>FORMALISMO DE BERREMAN</b>	<b>39</b>
3.1	Equação de Berreman . . . . .	39
3.2	Transmitância e Rotação da Polarização . . . . .	48
<b>4</b>	<b>SEQUÊNCIA ALTERNADA DE CAMADAS NEMÁTICAS E MAGNETO-ÓPTICAS</b>	<b>51</b>
4.1	Introdução . . . . .	51
4.2	Modelo . . . . .	52
4.3	Camadas nemáticas: distribuição do diretor . . . . .	54
4.4	Resultados . . . . .	57
<b>5</b>	<b>SEQUÊNCIA ALTERNADA DE CAMADAS Bi:YIG E SiO<sub>2</sub> APRE- SENTANDO DOIS DEFEITOS CENTRAIS</b>	<b>65</b>
5.1	Introdução . . . . .	65
5.2	Modelo . . . . .	66
5.3	Resultados . . . . .	66
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>82</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>84</b>
<b>7</b>	<b>APÊNDICE A</b>	<b>92</b>
<b>8</b>	<b>ANEXO A</b>	<b>97</b>

# INTRODUÇÃO

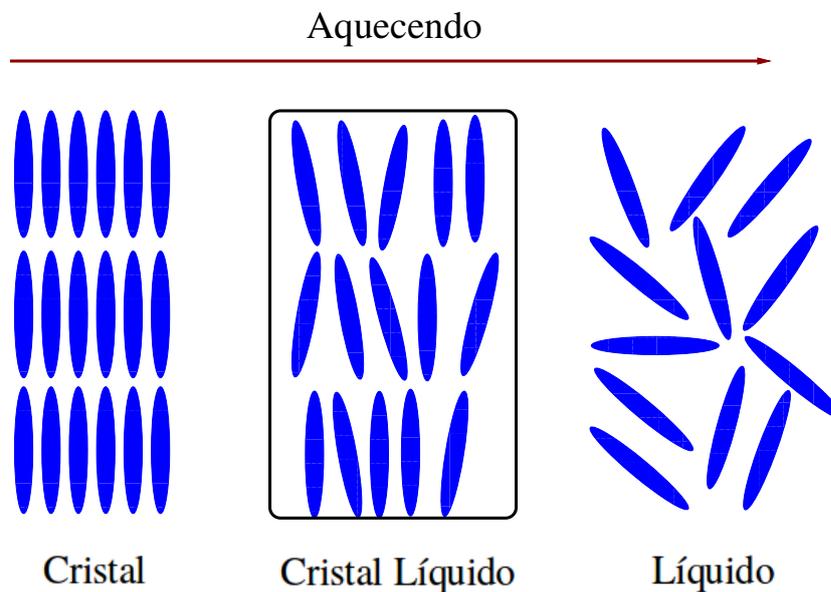
Durante o ensino básico aprendemos que a matéria pode existir em três estados físicos distintos: sólido, líquido e gasoso. A maioria dos compostos orgânicos e inorgânicos passam diretamente do estado sólido para o estado líquido. No entanto, certos compostos orgânicos não apresentam uma transição direta do estado sólido para o estado líquido, mas uma sequência de transições que envolvem outras fases. Tais fases apresentam propriedades óticas, mecânicas e estruturais intermediárias entre as fases sólida cristalina e líquida isotrópica. Por este motivo, estas fases são conhecidas como Cristais Líquidos (CL's). Uma nomenclatura mais adequada seria mesofases (do grego *Mesos Morphe* - entre fases). Os compostos que apresentam essas mesofases também são, comumente, chamados de cristais líquidos.

Para melhor compreendermos as características e propriedades dessas mesofases é útil entendermos as diferenças entre cristal e líquido. No cristal, as moléculas ou grupos de moléculas estão regularmente organizadas com os centros de massa dos vários grupos localizados em redes periódicas tridimensionais, ou seja, o cristal apresenta ordenamento posicional e orientacional de longo alcance. Por sua vez, na fase líquida isotrópica as moléculas não apresentam orientação e posição fixas, podendo explorar a amostra através do mecanismo de difusão, de modo que, os ordenamentos são de curto alcance. Os cristais líquidos exibem uma ordem orientacional de longo alcance, que pode coexistir com uma ordem posicional de quase longo alcance em uma ou duas dimensões. Uma de suas principais características é a anisotropia<sup>1</sup> nas propriedades elétricas, ópticas e magnéticas como nos sólidos cristalinos, possuindo propriedades mecânicas semelhantes aos líquidos

---

<sup>1</sup>Um composto é dito anisotrópico quando suas propriedades físicas não são uniformes em todas as direções.

**Figura 1.1:** Esquema ilustrativo do grau de ordenamento da fase cristalina, líquido-cristalina e líquido-isotrópica.



Fonte: Autora, 2018.

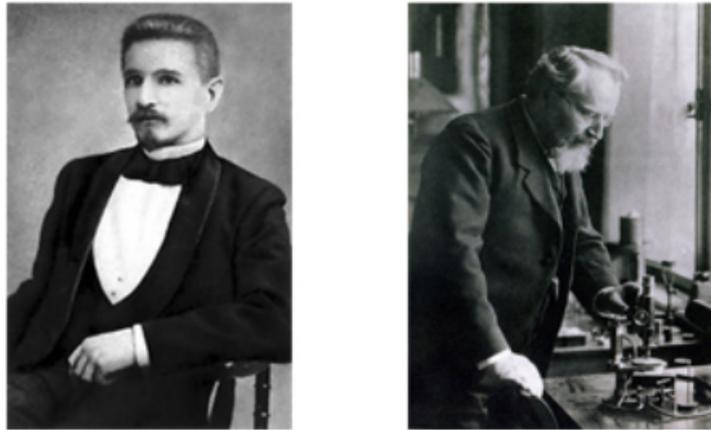
como a capacidade de fluir. A Figura 1.1 mostra o esquema ilustrativo da transição de fase de um sistema líquido-cristalino, com as moléculas em forma geométrica similar a um bastão.

Devido as suas propriedades peculiares, diversas áreas da ciência têm se dedicado ao estudo de materiais que possuem fases líquido-cristalinas. Dentre essas áreas podemos citar a Química, a Física, a Biologia e a Engenharia Elétrica. O interesse no estudo desses materiais vai desde os aspectos da física básica, como o estudo de transições de fase, forças intermoleculares e interfaciais, até aplicações tecnológicas voltadas ao desenvolvimento e aperfeiçoamento de diversos dispositivos eletro-ópticos tais como *lasers* [1], transistores [2] e chaves ópticas [3].

## 1.1 Cristais Líquidos - Histórico

O estudo sobre cristais líquidos teve início em 1888, com o botânico austríaco Friedrich Reinitzer, no Instituto de Fisiologia Vegetal da Universidade de Praga. Reinitzer obser-

**Figura 1.2:** Friedrich Reinitzer (1857-1927), à esquerda, e Otto Lehmann (1855-1922), à direita. Pioneiros no estudo de cristais líquidos.



Fonte: Dunmur, 2010 [6].

vou a existência de dois pontos de fusão em um éster [4, 5] enquanto estudava a função do colesterol nas plantas. Ao aumentar a temperatura de uma amostra sólida de benzoato de colesterila, percebeu que ocorria uma transição para um estado líquido turvo em  $145,5^{\circ}\text{C}$  e a medida que a temperatura era aumentada ( $178,5^{\circ}\text{C}$ ), esse líquido tornava-se transparente e menos viscoso. A princípio Reinitzer acreditava que isso era devido a presença de impurezas na amostra, porém, investigações microscópicas e cristalográficas do material mostraram que não haviam não-uniformidades.

Com o objetivo de entender este fenômeno Reinitzer decidiu enviar algumas amostras para Otto Lehmann, físico alemão, que realizou um estudo mais profundo do composto utilizando um microscópio equipado com polarizador e controlador de temperatura. Lehmann verificou que na fase em que o líquido era translúcido, a substância era um líquido homogêneo mas o seu comportamento na presença de luz polarizada era igual ao comportamento de um cristal. Este novo estado da matéria foi denominado por Lehmann de Cristal Líquido [7]. Em 1907, o químico alemão Daniel Volander fez um estudo detalhado no qual foi possível identificar as características moleculares ou propriedades estruturais com maior possibilidade de dar origem a cristais líquidos [8]. A conclusão mais importante do seu trabalho foi a tendência das moléculas lineares em formarem fases líquido-cristalinas. Em 1922, o mineralogista francês Georges Friedel [9] descreve e organiza as

diferentes fases líquido-cristalinas na forma como conhecemos hoje. Surge, dessa forma, a classificação das fases líquido-cristalinas em nemática, esmética e colestérica.

Outras contribuições relevantes foram dadas entre os anos de 1920 e 1958 por Carl Oseen [10, 11] e F. C. Frank [12]. Eles realizaram um estudo teórico que descreve as propriedades elásticas dos cristais líquidos. Este estudo foi denominado de Teoria Contínua ou Teoria do Contínuo. De acordo com esta teoria, as propriedades elásticas dos cristais líquidos podem ser completamente descritas a partir das deformações na ordem orientacional e/ou posicional das mesofases. Isto possibilitou o entendimento de várias propriedades hidrodinâmicas dos cristais líquidos como, por exemplo, a formação das texturas observadas na técnica de microscopia de luz polarizada. Tsvetkov introduz, em 1942, um parâmetro de ordem<sup>2</sup> definido como  $s = \frac{1}{2} \langle 3\cos^2\theta - 1 \rangle$ , onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor que representa a orientação média das moléculas (vetor diretor) e o eixo maior da molécula. Em 1957, o químico norte-americano Glenn Brown [13] publicou um trabalho de revisão sobre as fases líquido-cristalinas reacendendo o interesse pelo estudo dos cristais líquidos que, devido a falta de aplicações tecnológicas e desconhecimento científico, tinha sido esquecido até então. Brown é também o responsável pela fundação do Instituto de Cristais Líquidos na Universidade de Kent (Liquid Crystal Institute - KSU), em Ohio nos Estados Unidos, e pela organização da primeira conferência internacional de cristais líquidos, que também foi realizada na Universidade de Kent, em 1965.

Em 1961, os físicos alemães Wilhelm Maier e Alfred Saupe [14, 15, 16] formularam pela primeira vez uma teoria microscópica que relaciona as características moleculares com as fases líquido-cristalinas. Em 1962, G. Gray publica um trabalho no qual destaca grandes contribuições no estudo de cristais líquidos macromoleculares - polímeros. Ainda na década de 60, George Heilmeyer [17], publica o primeiro trabalho sobre a dinâmica do modo de espalhamento nemático, e apresenta no ano seguinte o primeiro protótipo de *display* usando cristais líquidos na Segunda Conferência Internacional de Cristais Líquidos, na Universidade de Kent.

---

<sup>2</sup>Diretamente ligado a ordenação do sistema, o parâmetro de ordem caracteriza as diversas mesofases líquido-cristalinas.

O físico teórico francês Pierre-Gilles de Gennes que trabalhava com magnetismo e supercondutividade, voltou seu interesse para cristais líquidos e logo encontrou analogias fascinantes entre os cristais líquidos e supercondutores, bem como materiais magnéticos [18]. Em 1991, de Gennes foi agraciado com Prêmio Nobel de Física pela extensa e significativa contribuição científica para a compreensão de vários fenômenos que envolvem cristais líquidos.

Nas décadas seguintes e até hoje a pesquisa envolvendo compostos que possuem fases líquido-cristalina tem crescido bastante devido às inúmeras aplicações tecnológicas.

### 1.1.1 Aplicações Tecnológicas

Os cristais líquidos apresentam uma grande variedade de fenômenos. A possibilidade de aplicações desses materiais na tecnologia provocou um crescente interesse comercial. A anisotropia que esses materiais apresentam em suas propriedades dielétricas e diamagnéticas permite mudanças de suas propriedades óticas devido a aplicação de campos elétricos e magnéticos. Essas mudanças podem ser usadas para modular a luz, sendo este efeito a base da maioria das aplicações tecnológicas dos cristais líquidos.

A aplicação tecnológica mais conhecida dos cristais líquidos são os mostradores ou *displays* de cristal líquido, mais conhecidos como LCDs (*Liquid Crystal Displays*). O desenvolvimento desses dispositivos teve início com a descoberta do modo de espalhamento dinâmico em 1964 [19]. A indústria de LCD começou com um pequeno segmento que fabricava mostradores de tamanho pequeno para calculadoras e relógios digitais. Essas aplicações exploravam ao máximo as vantagens que os materiais líquido-cristalinos podiam oferecer, como baixo consumo de energia e tamanho compacto, entre outras. Existem alguns modos de LCD a depender da fase líquido-cristalina utilizada e da sua disposição na célula. Uma das configurações mais utilizadas nessa tecnologia consiste na operação de um material na fase nemática com conformação torcionada [20].

Em 1988, foi alcançado um marco muito importante quando um mostrador de matriz ativa TFT (*display TFT Active-Matrix*) foi apresentado [21]. O desenvolvimento da TV

de tela plana tornou-se uma realidade. Atualmente, o desenvolvimento de telas de LCD sensíveis ao toque possibilitou a criação de uma nova geração de telefones portáteis, bem como o surgimento de novos aparelhos digitais como, por exemplo, os *tablets*.

Além dos LCDs existem outras aplicações que envolvem os cristais líquidos como, por exemplo, os sensores de temperatura. Esses dispositivos baseam-se nas propriedades de reflexão seletiva dos cristais líquidos colestéricos para determinar a temperatura. A luz refletida pelos cristais líquidos colestéricos possui comprimento de onda da mesma ordem do passo da distorção helicoidal, denominada de *pitch* do material. Uma vez que essa grandeza varia com a temperatura, a cor refletida também irá depender da temperatura. Os cristais líquidos também podem ser usados em outras aplicações ópticas, tais como gravações holográficas [22, 23, 24], e até mesmo no âmbito da área biológica, na liberação e atenuação de fármacos, como também na fabricação de biosensores [25, 26, 27, 28].

Nos últimos anos, os cientistas vêm se dedicando ao estudo das propriedades fotônicas dos cristais líquidos com o objetivo da aplicação em dispositivos eletro-ópticos. Como exemplo dessa aplicação podemos citar o *switch* óptico [29]. Esses dispositivos desempenham um papel muito importante em redes de fibras ópticas pois estabelecem o fluxo de dados nos diversos canais que formam a rede lógica. Neste contexto, *switches* baseados em cristais líquidos apresentam algumas vantagens em relação aos baseados em microeletromecânica. Dentre essas vantagens pode-se destacar: resposta mais rápida, baixa tensão para controle e conseqüentemente menor consumo.

Os diodos orgânicos emissores de luz (OLEDs) [30] são outros dispositivos eletro-ópticos baseados em cristais líquidos. Esses dispositivos apresentam um amplo ângulo de visualização, alto brilho e baixo consumo de energia. Nesta aplicação, os materiais devem ser fotoquímica, térmica e eletroquimicamente estáveis para manter a operação de longo prazo. Outros exemplos de aplicações são os transistores orgânicos (OFETs) [31], bem como os filtros controláveis [32], chips integrados controláveis [33], dentre outros.

Como podemos notar, os cristais líquidos apresentam um enorme potencial de aplicações tecnológicas que tem aumentado cada vez mais com o avanço das pesquisas científicas.

## 1.2 Cristais Fotônicos

Nas últimas décadas, um interesse notável tem sido dedicado às propriedades ópticas dos cristais fotônicos, devido à possibilidade de projetar uma nova classe de dispositivos eletro-ópticos baseados no controle da propagação de luz [34, 35]. Em particular, os cristais fotônicos são estruturas artificiais compostas de materiais dielétricos e/ou metálicos com diferentes índices de refração, apresentando algum grau de periodicidade [36, 37]. Semelhante ao espectro eletrônico de sólidos cristalinos, esses sistemas dielétricos periódicos exibem uma faixa de frequência onde a propagação de ondas eletromagnéticas é proibida, o que pode ser ajustado adequadamente alterando-se a arquitetura da estrutura periódica [38]. Essa faixa proibida recebe o nome de *band gap* fotônico. Tal intervalo de banda fotônica fornece um mecanismo eficiente para a manipulação de luz, sendo usado com sucesso no desenvolvimento de *lasers* de baixo limiar [1], chaves ópticas [3], superprismas [40] e transistores e diodos ópticos [2, 98]. Devido à sua forte sensibilidade à estrutura interna, os cristais fotônicos apresentam uma rica fenomenologia associada à presença de anisotropia [42], ao surgimento de uma resposta óptica não linear [43] e à introdução de camadas de desordem e defeito [44]. De fato, a seletividade de polarização dos modos de propagação [45], a propagação de sólitons espaciais [47] e a ocorrência de transições de localização óptica [44] são alguns exemplos dos mecanismos físicos que podem ser explorados em cristais fotônicos.

### 1.2.1 Cristais Fotônicos - Histórico e Aplicações

O estudo das propriedades dos cristais fotônicos proporcionou significativos avanços na tecnologia. As propriedades eletromagnéticas de redes periódicas unidimensionais e bidimensionais já eram objetos de estudo desde o século XIX [34]. Porém, foi somente com a publicação dos trabalhos de Yablonovitch [37] e John [36], em 1987, que o estudo sobre cristais fotônicos passou a receber maior atenção da comunidade científica. Tais trabalhos eram de caráter teórico e buscavam demonstrar que a aplicação das equações de Maxwell a determinadas geometrias cristalinas tridimensionais possibilitava o controle

da propagação eletromagnética por meio da existência de bandas fotônicas proibidas.

Dois anos depois destes artigos serem publicados, Yablonovitch e Gmitter [46] fabricaram um cristal de célula unitária FCC (Rede Cúbica de Face Centrada) tendo em vista a verificação experimental do aparecimento de um *band gap* fotônico na região espectral de microondas. No entanto, as medições dos espectros de reflexão estavam em desacordo com as previsões teóricas, mostrando que o *band gap* desaparecia nas bordas da primeira zona de Brillouin devido a uma superposição de bandas permitidas nestas localizações. A divergência entre os resultados teóricos e experimentais fez necessária uma revisão do formalismo matemático utilizado. Até então este formalismo baseava-se em uma aproximação escalar para a solução da equação de onda. A concordância entre os resultados teóricos e experimentais se deu com a adoção rigorosa da natureza vetorial da equação de onda, notabilizada pelo método da expansão em ondas planas [49].

O primeiro trabalho teórico que previu corretamente a existência de uma geometria cristalina com um completo *band gap* fotônico foi publicado em 1990, por Ho *et al.* [50]. Em particular, este trabalho consistia em abandonar a aproximação escalar utilizada e obedecer rigorosamente a natureza vetorial dos campos eletromagnéticos. A estrutura consistia em uma rede diamante de esferas dielétricas imersas em ar, onde a maior parte do cristal era composta por ar (cerca de 81%), o que significa que as esferas eram interconectadas. O *band gap* fotônico relativo encontrado era de aproximadamente 29% e tinha sua largura fortemente dependente do fator de empacotamento. Outro resultado relevante é que o *band gap* fotônico encontrado continuava existindo mesmo quando se fabricava o material inverso, ou seja, esferas de ar imersas no material dielétrico.

Em 1991, Yablonovitch criou uma estrutura cristalina fotônica que possuía buracos cilíndricos inversos dispostos em uma rede de diamante. Foi o primeiro cristal fotônico tridimensional a ser fabricado com um completo *band gap* fotônico. Esta geometria ficou conhecida como Yablonovite [51, 52].

Após os trabalhos iniciais de Ho e Yablonovitch, diversos estudos foram feitos com o objetivo de investigar estruturas que pudessem apresentar bandas proibidas na região óptica do espectro eletromagnético. Neste contexto, podemos citar os cristais tipo *wood-*

*pile*, os quais são formados por múltiplas camadas de *wafers* dielétricos organizados por procedimento camada por camada (LBL) (*layer-by-layer*) [53].

Busch e John [54] publicaram, em 1998, um artigo de grande relevância que mostrava como o contraste de índice de refração pode ser utilizado para controlar a largura do *band gap* fotônico em cristais formados por opalas inversas, isto é, esferas de ar imersas em um material dielétrico com índice de refração maior que 1,0. No entanto, a grande desvantagem destes cristais é a dificuldade de introdução de defeitos controlados para aplicações de guiamento e chaveamento ópticos [54].

Tendo em vista as dificuldades encontradas na adição controlada de defeitos em redes cristalinas tridimensionais, a perspectiva de desenvolver guias ópticos a partir destas estruturas ainda encontrava grandes obstáculos para sua concretização. Como proposta para superar estas limitações, Meade *et al.* [55] publicaram o conceito de fitas de cristal fotônico (*photonic crystal slabs*). Estas estruturas são formadas por redes periódicas bidimensionais de extensão finita nas quais são introduzidos estreitos canais por onde a luz pode ser guiada com mínimas perdas.

Utilizando o conceito de *slab* de cristal fotônico, Villeneuve *et al.* [56] conseguiram implementar uma microcavidade ressonante com alto fator de qualidade por meio da introdução de um defeito local (ou pontual). Este trabalho proporcionou a implementação de *lasers* a partir de cristais fotônicos em microescala e ainda abriu caminho para a obtenção de nanolasers.

Uma contribuição de grande relevância de *slabs* de cristal fotônico reside no desenvolvimento de fontes *lasers* com eficiência superior às fontes convencionais [57]. Em 2007, o controle da resistência térmica de uma nanocavidade baseada em *slab* de cristal fotônico propiciou obter um nanolaser com operação em onda contínua a temperatura ambiente [58]. Outra importante área de aplicação corresponde à biofotônica, em que estes cristais têm sido empregados para operar como biosensores para medições de concentração de proteínas, possibilitando precisão na escala de  $0,2\mu\text{g/ml}$  [59, 60].

Faremos a seguir uma abordagem das principais propriedades dos cristais fotônicos. Consideraremos os cristais fotônicos unidimensionais, que correspondem ao caso mais

simples possível. As propriedades dos sistemas unidimensionais podem ser generalizadas para os casos bidimensionais e tridimensionais.

### 1.2.2 Cristais Fotônicos Unidimensionais

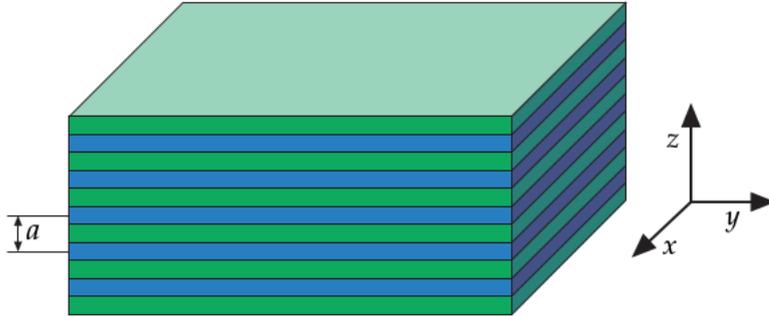
Cristais fotônicos unidimensionais são estruturas que consistem em uma sequência alternada de camadas com diferentes constantes dielétricas e podem ser entendidos como um filme multicamadas. Na Figura 1.3 temos um exemplo de cristal fotônico unidimensional. Esse tipo de cristal fotônico pode atuar como um espelho (um espelho de Bragg) para a luz com frequência dentro de um intervalo específico. A periodicidade dos índices de refração proporciona a propriedade de seleção de comprimentos de onda permitidos e não permitidos para a luz propagante. Essa faixa de comprimentos de onda proibida recebe o nome de *gap* fotônico. Pode-se permitir uma quebra de simetria local na estrutura através da inserção de uma única camada mais larga no filme, permitindo que frequências antes proibidas possam existir no interior do *gap* fotônico. Esses modos são denominados de modos localizados devido ao fato de existirem apenas nesta pequena faixa, sendo proibidos de existir em outras regiões do filme.

Uma onda eletromagnética sofre múltiplas interferências construtivas e destrutivas ao se propagar através de todo o filme. As propriedades de transmissão e reflexão desse sistema podem ser entendidas por meio dessas interferências. Assim, a transmitância desse sistema apresenta uma dependência com o comprimento de onda  $\lambda$  e com o ângulo de incidência  $\theta$ . Desse modo, a diferença de fase das sucessivas reflexões em uma camada entre dois feixes viajando ao longo do sistema alternado pode ser dada por:

$$\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) 2nl \cos(\theta) \quad , \quad (1.1)$$

onde  $n$  e  $l$  são, respectivamente, o índice de refração e a largura da camada. Um máximo de transmissão acontece quando a diferença de caminho entre os dois feixes refletidos for igual a um número inteiro de comprimentos de onda. No entanto, para termos um máximo de reflexão a seguinte relação entre espessura e índice de refração dos materiais

**Figura 1.3:** Cristal fotônico unidimensional. O termo unidimensional é usado porque a função dielétrica  $\varepsilon(z)$  varia somente ao longo da direção  $z$ . O sistema consiste de camadas alternadas de materiais com diferentes constantes dielétricas, com um período espacial  $a$ .



Fonte: Winn, 2008 [34].

que constituem o cristal fotônico deve ser satisfeita:

$$n_1 l_1 = n_2 l_2 = \frac{\lambda_0}{4} \quad , \quad (1.2)$$

em que  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no vácuo;  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $l_1$  e  $l_2$  são os índices de refração e espessuras dos diferentes materiais constituintes do cristal fotônico. A fabricação destes

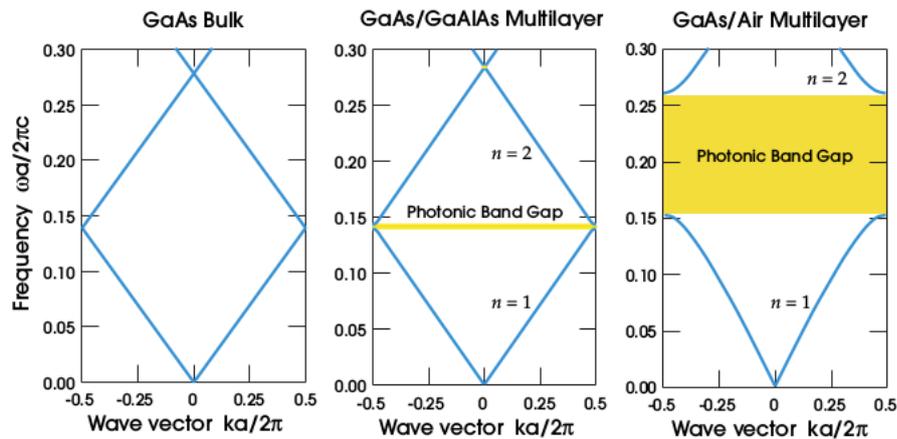
dispositivos é feita por meio das técnicas de epitaxia por feixe molecular, *Molecular Beam Epitaxy* (MBE), ou deposição por vapor químico metal-orgânico, *Metal - Organic Chemical Vapor Deposition* (MOCVD) com processamento final utilizando a litografia por feixe de elétrons, *Electron Beam Lithography* (EBL) e corrosão por feixe de íons reativos, *Reactive Ion Etching* (RIE).

## Origem da Banda de Transmissão Proibida

Considere que uma onda eletromagnética se propague na direção  $z$ , cujo vetor de onda é  $k_z$ . A Figura 1.4 apresenta a estrutura de bandas para três cristais fotônicos diferentes. À esquerda temos um sistema no qual todas as camadas têm a mesma constante dielétrica. Neste caso, a propagação no meio é uniforme em todas as direções. Ao centro temos uma estrutura com constantes dielétricas diferentes, porém com valores muito próximos. À di-

reita temos um sistema com constantes dielétricas diferentes, apresentando alto contraste em seus valores.

**Figura 1.4:** Estrutura de bandas para três diferentes cristais fotônicos. À esquerda temos um sistema com constantes dielétricas iguais (estrutura homogênea). No centro, uma estrutura com constantes dielétricas um pouco diferentes (estrutura quase homogênea). À direita, um sistema apresentando alto contraste entre as constantes dielétricas. O parâmetro de rede para todos os casos foi de  $0,5a$ .



Fonte: Winn, 2008 [34].

Observe que na Figura central o caminho percorrido pela linha cheia é muito parecido com o meio homogêneo, porém com uma diferença importante: existe uma faixa de frequência em que nenhum modo é permitido. Esta faixa de frequência proibida recebe o nome de banda de transmissão proibida, dividindo os modos permitidos em uma banda superior e uma banda inferior. A Figura à direita mostra que esta faixa aumenta consideravelmente à medida que o contraste dielétrico é aumentado. Muitas das aplicações promissoras de cristais fotônicos dependem da localização e largura das faixas de bandas fotônicas. Qualitativamente, este fenômeno pode ser explicado através do teorema variacional da energia eletromagnética [34, 35]. Nestes sistemas fotônicos, a contribuição de energia depende da configuração dielétrica da rede. De acordo com o teorema variacional, os modos com frequência mais alta tendem a se concentrar nas regiões da estrutura que possuem maior constante dielétrica, e o contrário acontece com os modos de menor frequência. Sendo assim, as bandas que estão acima e abaixo da lacuna de transmissão

podem ser diferenciadas pela forma com a qual a energia dos modos se distribui ao longo da estrutura, justificando o intervalo de frequências entre uma banda e outra. De modo análogo aos sistemas semicondutores, as bandas acima e abaixo da banda de transmissão proibida recebem nomes específicos, sendo essas bandas conhecidas como “banda de ar” e “banda dielétrica”.

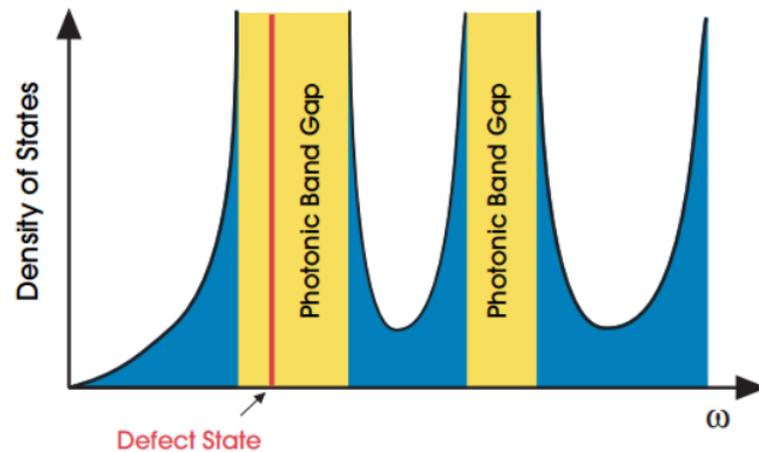
## Modos Localizados

Considere que exista um defeito na estrutura da Figura 1.3. Suponha que o defeito consista em uma camada do cristal fotônico unidimensional com largura diferente das demais camadas. Dessa forma, não temos mais uma rede perfeitamente periódica. Vamos supor ainda que a luz que incide no cristal fotônico seja normal à direção  $z$ , com frequências que coincidam com aquelas do *gap* fotônico. Os filmes multicamadas em ambos os lados do defeito se comportam como espelhos quase perfeitos, de modo que, as ondas emitidas pela fonte passam a ser refletidas em ambas as fronteiras do defeito. Como o defeito possui dimensões da ordem do comprimento de onda da radiação emitida pela fonte, os modos internos ao defeito são quantizados. Estes modos são denominados de modos localizados devido ao fato de não poderem escapar da região do defeito. O defeito passa a permitir a existência de frequências que antes não eram verificadas no interior da banda de transmissão proibida. A Figura 1.5 ilustra essa situação.

### 1.2.3 Cristais Fotônicos Bidimensionais

Um cristal fotônico bidimensional possui modulação periódica no índice de refração ao longo de dois de seus eixos mas com o índice de refração permanecendo constante ao longo do terceiro eixo. Estas estruturas podem ser obtidas através da formação de poros cilíndricos, que se estendem pela direção homogênea, em um material com índice de refração diferente, como pode ser visto na Figura 1.6. Assim, a periodicidade está contida no plano perpendicular a estes cilindros. Os cristais fotônicos bidimensionais podem ser desenhados de modo a formar um *band gap* completo, ou seja, tais estruturas previnem a

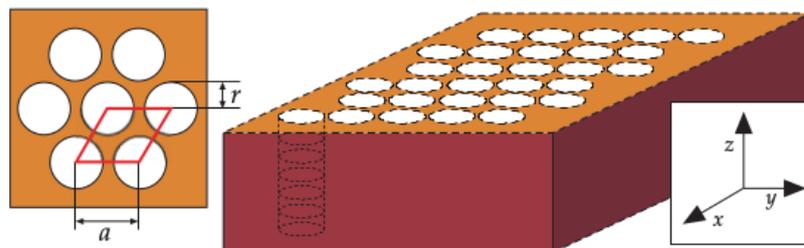
**Figura 1.5:** Densidade de estados de um cristal fotônico unidimensional na presença de um defeito na rede cristalina em função da frequência. Note que o modo localizado se encontra na região da banda de transmissão proibida.



Fonte: Winn, 2008 [34].

propagação de certos comprimentos de onda em quaisquer direções e polarizações.

**Figura 1.6:** Cristal fotônico bidimensional. A estrutura é formada por colunas de ar em um meio dielétrico. À esquerda é mostrada a rede triangular com parâmetro de rede  $a$ .



Fonte: Winn, 2008 [34].

De modo análogo ao caso unidimensional, se introduzirmos defeitos nas estruturas bidimensionais, permitimos o surgimento de modos localizados dentro da banda de transmissão proibida. Os modos localizados na banda de transmissão proibida não podem se propagar ao longo do cristal, estando restritos ao longo do defeito.

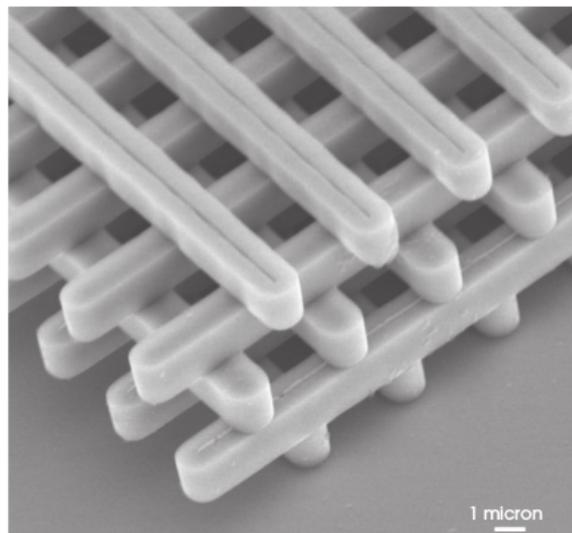
Como exemplos de dispositivos que podem ser desenvolvidos a partir de cristais fotônicos bidimensionais podemos citar microcavidades, fibras de cristais fotônicos, guias de onda e estruturas de alumina com nanoporos.

### 1.2.4 Cristais Fotônicos Tridimensionais

Um cristal fotônico tridimensional é uma estrutura com variação periódica do índice de refração nas três direções espaciais. Há um número infinito de geometrias possíveis para estruturas dessa natureza, no entanto, o interesse é fabricar estruturas que permitam uma lacuna fotônica completa, isto é, um controle de propagação da radiação eletromagnética em todas as direções. Geralmente, o método é criar redes de tubos ou esferas interligadas, similares às estruturas em 2D, mas agora estendidas às três direções.

Um dos processos de fabricação desses sistemas é feito com a deposição e litografia camada por camada. Em outras palavras, um padrão em duas dimensões é desenhado para cada camada e então outra é empilhada por cima com um padrão diferente. O padrão é repetido continuamente até que se crie uma periodicidade ao longo dos três eixos. A forma final é semelhante a uma *woodpile* (pilha de toras retangulares de madeira) como mostrado na Figura 1.7.

**Figura 1.7:** Imagem feita por microscopia de elétrons de um cristal fotônico no formato de pilha de madeira. O cristal é feito de silício e forma uma rede cristalina fcc na direção [001].



Fonte: Winn, 2008 [34].

## 1.3 Objetivos e Organização da Tese

Este trabalho dedica-se ao estudo teórico das propriedades espectroscópicas de sistemas multicamadas baseados em cristais líquidos e materiais magneto-ópticos. Em particular, investigamos de que modo propriedades tais como birrefringência e periodicidade do material influenciam as propriedades espectrais da estrutura em questão. A fim de um melhor entendimento do trabalho proposto, faremos, no capítulo 2, uma revisão teórica sobre a fenomenologia dos cristais líquidos dando ênfase às suas principais mesofases. Faremos ainda uma revisão acerca das propriedades dos materiais magneto-ópticos. No capítulo 3, apresentaremos o formalismo de Berreman, método que nos permite determinar as variáveis necessárias utilizadas no estudo das propriedades espectrais dos modelos propostos. Através desse método, podemos obter uma solução aproximada para a propagação de uma onda plana em meios anisotrópicos, permitindo calcular com simplicidade os coeficientes de transmissão da luz. No capítulo 4, investigaremos os efeitos da reorientação do vetor diretor nas propriedades espectrais de um cristal magnetofotônico unidimensional constituído por uma sequência de camadas magnéticas e nemáticas, que exhibe um defeito magneto-óptico central. Os resultados obtidos mostram que as posições espectrais do modo de defeito se deslocam para menores comprimentos de onda à medida que a voltagem aplicada aumenta acima do limiar de Fréedericksz. Veremos também que a reorientação induzida pelo campo elétrico no diretor pode suprimir a diferença de comprimento de onda quando o campo está bem acima do limiar de Fréedericksz. No capítulo 5, estudamos um cristal magnetofotônico unidimensional constituído por uma sequência alternada de camadas magnéticas e de  $SiO_2$  contendo dois defeitos centrais. Nossos resultados revelam que ao aumentar-se a espessura do defeito nemático os modos de defeito se deslocam para maiores comprimentos de onda, enquanto a largura da banda de transmissão proibida permanece praticamente constante. No capítulo 6, resumimos nosso trabalho e extraímos nossas principais conclusões.

# PROPRIEDADES DOS CRISTAIS LÍQUIDOS E MATERIAIS MAGNETO-ÓPTICOS

Muitos dos avanços tecnológicos que temos experimentado nas últimas décadas são resultados da fusão de diferentes áreas do conhecimento. Esta tendência possibilitou, sobretudo, uma profunda compreensão das propriedades dos materiais usados em dispositivos ópticos e eletrônicos. Neste contexto, novas estruturas de materiais ópticos têm proporcionado a realização de novos experimentos e a descoberta de efeitos ópticos únicos.

Neste capítulo faremos uma discussão sobre as principais propriedades dos cristais líquidos e dos materiais que apresentam atividade magneto-óptica, focando no efeito Faraday e na transição de Fréedericksz.

## 2.1 Classificação dos Cristais Líquidos

Como abordado no capítulo anterior, os cristais líquidos apresentam uma gama de aplicações tecnológicas que são associadas as suas propriedades físicas anisotrópicas. Por sua vez, tais propriedades refletem o grau de ordenamento observado em cada fase líquido-cristalina. Os cristais líquidos se classificam de acordo com os parâmetros físicos que controlam a existência de suas fases. Tais materiais exibem propriedades líquido-cristalinas como função de diferentes parâmetros físicos e do ambiente em que estão envolvidos. De acordo com esse critério de classificação, existem três tipos distintos de cristais líquidos:

liotrópicos, termotrópicos e poliméricos. Nos cristais líquidos liotrópicos, as transições de fase ocorrem por meio da variação da concentração ou da variação da temperatura. Nos cristais líquidos termotrópicos, as transições de fase ocorrem unicamente devido a variação da temperatura. Já em fases líquido-cristalinas formadas por dispersões coloidais de macromoléculas ou em sistemas poliméricos dopados com compostos termotrópicos, temos os cristais líquidos poliméricos. Nesta tese, trabalhamos apenas com os cristais líquidos termotrópicos, de modo que, a próxima seção dedica-se ao estudo de suas principais características.

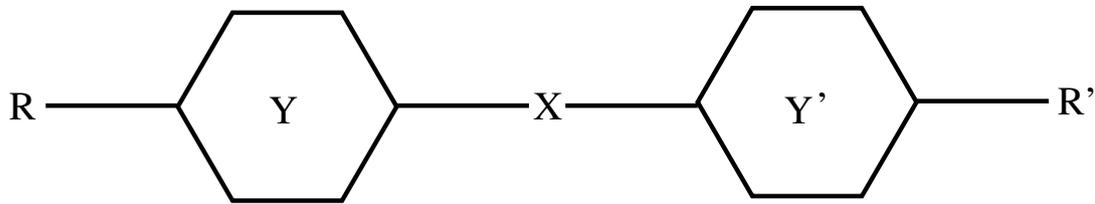
### 2.1.1 Cristais Líquidos Termotrópicos

Os cristais líquidos termotrópicos são formados por moléculas, ou mistura de moléculas, que apresentam anisotropia de forma, também conhecida como anisometria. Eles são o tipo mais comum de cristal líquido e, devido as suas propriedades lineares e não-lineares, também são os mais estudados. Não há formação de aglomerados moleculares, podendo as moléculas terem formato de bastão (moléculas calamíticas) ou discos (moléculas discóides). Nos cristais líquidos termotrópicos, a variação da temperatura do material é o parâmetro físico que determina a formação das fases líquido-cristalinas. Tanto a forma como a rigidez dos materiais termotrópicos favorecem as interações intermoleculares anisotrópicas.

A Figura 2.1 apresenta a estrutura química típica de uma molécula calamítica, onde é possível identificar a existência de dois grupos cíclicos Y e Y', uma cadeia de ligação X, uma cadeia lateral R e um grupo terminal R'. Os grupos cíclicos são responsáveis pelas propriedades eletromagnéticas e podem ser saturados, aromáticos ou uma combinação deles. Cada um desses grupos cíclicos contribui de maneira diferente para a temperatura de transição de fase, índice de refração e viscosidade do composto [62]. A cadeia lateral é responsável pela temperatura de transição de fase [61]. A cadeia de ligação é responsável pela forma alongada das moléculas e tem influência sobre a temperatura de transição de fase e no espectro de absorção do composto [18]. O grupo terminal é o responsável

pela anisotropia dielétrica dos cristais líquidos. Uma anisotropia dielétrica alta é uma característica de grupos terminais polares [61, 64].

**Figura 2.1:** Estrutura química de um cristal líquido calamítico.



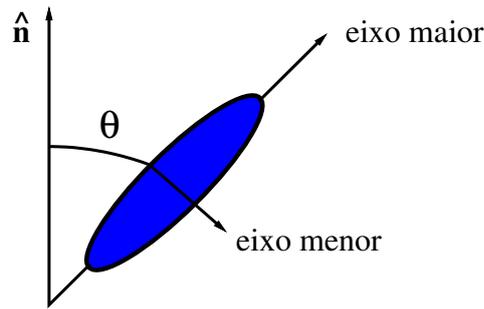
Fonte: Autora, 2018.

Outra característica importante associada à estrutura molecular dos cristais líquidos é que estes materiais são transparentes na região do visível. De fato, moléculas orgânicas tendem a apresentar bandas de absorção na região do visível. Esta característica permite a utilização de radiação *laser* em qualquer comprimento de onda na região do visível para investigar as propriedades ópticas e hidrodinâmicas das mesofases.

Os cristais líquidos termotrópicos são muito importantes em termos de aplicações tecnológicas. São amplamente utilizados na fabricação de *displays* de baixo consumo de energia, sensores de temperatura e pressão, entre outros. Existem três fases principais de cristais líquidos termotrópicos. São elas: nemática, colestérica e esmética.

### 2.1.2 Principais Fases Líquido-Cristalinas Termotrópicas

A classificação das mesofases líquido-cristalinas considerando o ordenamento molecular dos cristais líquidos (ordem orientacional e posicional) foi proposta por Friedel, em 1922. Inicialmente ele propôs três fases líquido-cristalinas para os compostos termotrópicos, os únicos conhecidos até então: as mesofases nemática, esmética e colestérica. Em todas elas, é possível definir a direção média de orientação das moléculas por meio de um vetor unitário  $\hat{n}$ , denominado vetor diretor. O ângulo entre o vetor diretor e o eixo maior da molécula é usado como medida do grau de ordem orientacional microscópica, como representado na Figura 2.2. A seguir descreveremos brevemente cada uma dessas mesofases principais.

**Figura 2.2:** Ângulo entre o vetor diretor  $\hat{\mathbf{n}}$  e o eixo maior da molécula do cristal líquido.

Fonte: Autora, 2018.

## Cristais Líquidos Nemáticos

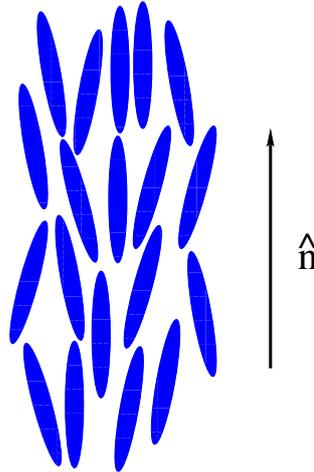
A fase nemática é uma das fases líquido-cristalinas mais comuns e é a que apresenta o ordenamento mais simples possível. Sua ocorrência se dá apenas em materiais aquirais<sup>1</sup>. As moléculas apresentam ordem posicional de curto alcance, estando livres para se difundir ao longo da amostra. No entanto, há uma ordem orientacional de longo alcance. Sendo assim, as moléculas fluem de maneira semelhante a um fluido isotrópico, porém tendem a se alinhar em média na mesma direção. Os cristais líquidos nemáticos podem ser uniaxiais ou biaxiais. Os uniaxiais apresentam apenas uma direção preferencial que define o eixo óptico da amostra. Já os biaxiais, as moléculas além de se orientarem ao longo de uma direção definida pelo eixo principal molecular, também tendem a se orientarem ao longo de um eixo secundário.

Opticamente, a fase nemática se comporta como um material uniaxial com um centro de simetria [65]. O alinhamento molecular médio nas amostras uniaxiais é caracterizado pelo vetor diretor  $\hat{\mathbf{n}}$ , como pode ser visto na Figura 2.3. Uma característica importante da fase nemática é que ela é centrossimétrica, de modo que, suas propriedades físicas se tornam invariantes nas direções  $\hat{\mathbf{n}}$  e  $-\hat{\mathbf{n}}$ . Os cristais líquidos nemáticos apresentam uma birrefringência quanto às direções paralelas e perpendiculares ao vetor diretor. Tipicamente, o valor dessa birrefringência é da ordem de 0,2 [18]. A birrefringência reflete as propriedades anisotrópicas nas respostas eletromagnéticas desta fase. Propriedades como

<sup>1</sup>Moléculas aquirais são aquelas moléculas que produzem uma simetria especular.

susceptibilidade diamagnética e constante dielétrica apresentam um caráter anisotrópico com respeito ao vetor diretor.

**Figura 2.3:** Representação da ordem nemática.



Fonte: Autora, 2018.

Neste trabalho, usamos o 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl que é um cristal líquido nemático conhecido pelo nome comum 5CB. Sua molécula tem cerca de 20 Å de comprimento. O cristal líquido 5CB sofre uma transição de fase de um estado cristalino para um estado nemático a 24° C e vai de um estado nemático para líquido isotrópico a 35,3° C.

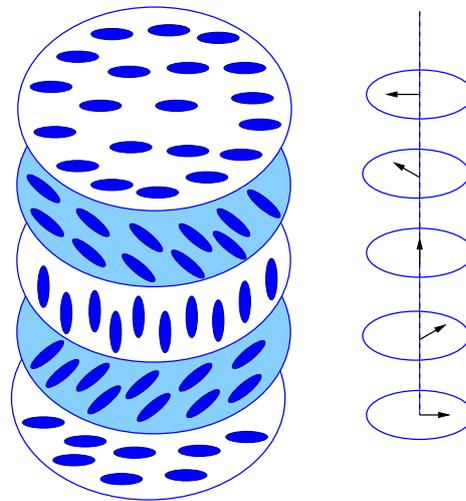
## Cristais Líquidos Colestéricos

Os cristais líquidos colestéricos (CLCs) são um gênero fascinante da família dos cristais líquidos, devido, em grande parte, às propriedades ópticas únicas que sua estrutura confere. O nome colestérico vem do fato de esta fase ter sido observada primeiro em um derivado do colesterol. A mesofase colestérica assemelha-se à mesofase nemática, podendo ser obtida adicionando-se moléculas quirais<sup>2</sup> ao cristal líquido na fase nemática. Assim como a mesofase nemática, a mesofase colestérica apresenta ordem posicional de curto alcance e ordem orientacional de longo alcance. A diferença entre elas está no fato de que a fase colestérica apresenta uma distorção helicoidal no diretor ao longo da amostra.

<sup>2</sup>Moléculas quirais são aquelas moléculas que não produzem uma simetria especular, ou seja, as moléculas diferem da sua imagem no espelho.

Esta distorção pode ser observada na Figura 2.4, podendo acontecer tanto no sentido horário como no sentido anti-horário, dependendo somente das interações moleculares. Como podemos observar, é formada uma estrutura de planos superpostos onde essas distorções acontecem e podem mudar de um plano para outro. A distância característica em que o vetor diretor executa uma rotação completa de  $2\pi$  radianos é denominada de *pitch* característico P (passo geométrico da distorção helicoidal).

**Figura 2.4:** Representação esquemática da fase colestérica.



Fonte: Autora, 2018.

O *pitch* é muito sensível a variações de temperatura e a ação de agentes externos como, por exemplo, campos elétricos ou magnéticos [61]. Existem compostos em que o *pitch* apresenta um valor comparável ao comprimento de onda da luz visível fazendo surgir, dessa forma, propriedades espectroscópicas interessantes.

Se a luz circularmente polarizada incidir no cristal líquido colestérico é possível observar o fenômeno de reflexão seletiva da luz. Em razão da periodicidade helicoidal da birrefringência do material, certos comprimentos de onda satisfazem a lei de Bragg para a reflexão nessas amostras. Para estes comprimentos de onda, a luz incidente circularmente polarizada no mesmo sentido da distorção helicoidal colestérica é completamente refletida, enquanto que uma luz incidente com polarização oposta será completamente transmitida. A largura  $\Delta\lambda$  e o centro  $\lambda_p$  de reflexão seletiva dependem da birrefringência e do *pitch* da

amostra, definidos como

$$\Delta\lambda = (n_e - n_o)P$$

$$\lambda_p = \bar{n}P \quad (2.1)$$

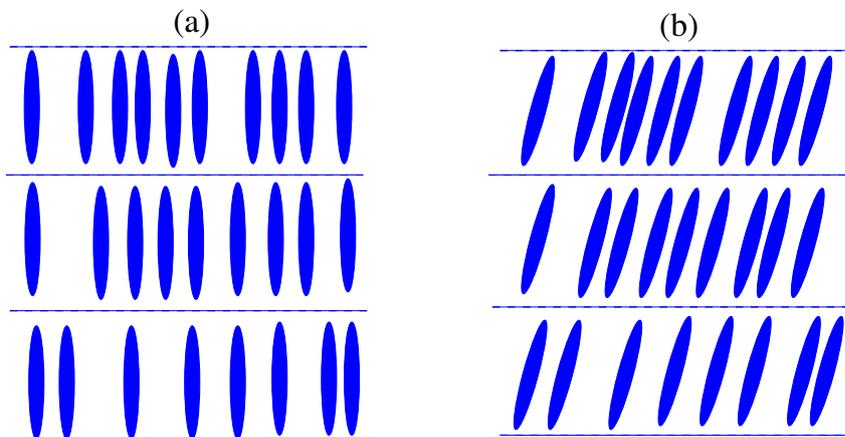
em que  $n_e$  e  $n_o$  representam os índices de refração extraordinário e ordinário e  $\bar{n}$  é a média entre os índices de refração, dada por

$$\bar{n} = \sqrt{(n_o^2 + n_e^2)/2}. \quad (2.2)$$

## Cristais Líquidos Esméticos

Esmético é uma palavra de origem grega que designa sabão. Foi utilizada por Friedel em 1922 quando observava que certas mesofases tinham propriedades mecânicas comuns aos sabões. O que diferencia a fase esmética das fases nemática e colestérica é o fato de ela apresentar uma ordem orientacional de quase-longo alcance. Na fase esmética as moléculas estão dispostas em camadas líquidas bidimensionais, que apresentam um espaçamento bem definido. Na estrutura da fase esmética haverá uma ordem translacional unidimensional de quase-longo alcance na direção perpendicular ao plano das camadas.

**Figura 2.5:** Arranjo típico das moléculas calamíticas na (a) fase esmética-A e na (b) fase esmética-C.



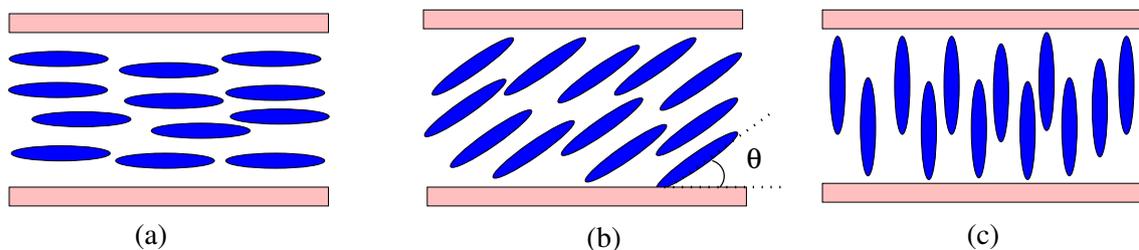
Fonte: Autora, 2018.

Podem existir diferentes tipos de fases esmética a depender da orientação média das moléculas no plano das camadas. Na Figura 2.5 podemos observar as fases esmética-A e esmética-C que diferem entre si somente pelo ângulo  $\theta$  formado em relação ao plano normal das camadas. Cada uma das camadas destas fases podem ser comparadas a um líquido bidimensional.

## 2.2 Efeitos de Superfície na Ordem Líquido-Cristalina

Se uma amostra de cristal líquido entra em contato com uma superfície, os átomos ou moléculas que formam a superfície interagem com as moléculas líquido cristalinas. Essa interação pode ser usada para fixar o alinhamento das moléculas do cristal líquido nas vizinhanças da superfície, gerando um alinhamento macroscópico no sistema. Desse modo, a presença de uma superfície pode definir uma direção preferencial para o vetor diretor. Na ausência de campos externos, essa orientação é imposta por forças elásticas que tendem a orientar as moléculas próximas a interface paralelas umas as outras. Esse fenômeno de orientação do cristal líquido por uma superfície é denominado de ancoramento superficial. O fenômeno de ancoramento foi descoberto por Mauguin[66], em 1913, quando estudava um sistema de cristal líquido nemático depositado sobre uma superfície de mica. O ancoramento poder ser de três tipos: planar, inclinado e homeotrópico, como pode ser observado na Figura 2.6.

**Figura 2.6:** Tipos de ancoramento superficial em uma amostra nemática entre duas superfícies planas. Em (a) ancoramento planar; (b) inclinado e (c) homeotrópico.



Fonte: Autora, 2018.

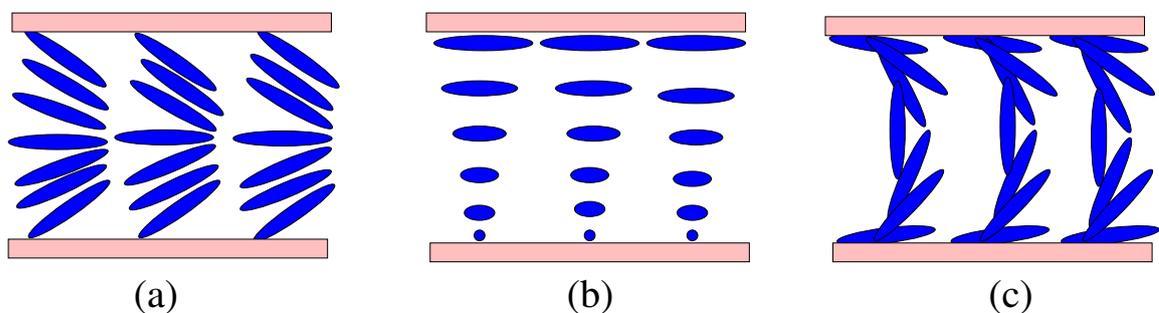
O ancoramento superficial pode ser classificado de acordo com a intensidade efetiva

existente na interface: ancoramento superficial forte e ancoramento superficial fraco. Pode-se dizer que o ancoramento é forte quando as forças de superfície são fortes o suficiente para impor uma direção bem definida ao vetor diretor  $\hat{n}$  na superfície. Assim, as condições de contorno impostas pelas superfícies são sempre satisfeitas. O ancoramento é dito do tipo fraco quando a configuração do diretor não é bem definida, podendo variar na superfície.

Alguns métodos podem ser utilizados para tratar as superfícies onde se deseja ter um alinhamento da amostra de cristal líquido como, por exemplo, induzir mecanicamente ranhuras na superfície dos substratos ou modificá-los por deposição de agentes químicos como surfactantes e polímeros.

O ancoramento superficial pode produzir deformações macroscópicas no diretor ao longo da amostra. A Figura 2.7 mostra algumas das principais distorções em cristais líquidos.

**Figura 2.7:** Tipos de deformação do vetor diretor  $\hat{n}$  em amostras líquido cristalinas entre duas superfícies planas de vidro. Em (a) uma deformação tipo *splay*, (b) *twist* e em (c) *bend*.



Fonte: Autora, 2018.

Todas as deformações em cristais líquidos podem ser descritas em termos de três deformações básicas: *splay*, *twist* e *bend*. A cada tipo de deformação está associada uma

constante elástica característica  $K_i$ , tal que:

$K_1$  (*Splay*): conformação com  $\nabla \cdot \hat{n}$

$K_2$  (*Twist*): conformação com  $\hat{n} \cdot (\nabla \times \hat{n})$

$K_3$  (*Bend*): conformação com  $\hat{n} \times (\nabla \times \hat{n})$

Vale salientar que as terminologias *splay*, *twist* e *bend* significam afunilar, rotacionar e dobrar, respectivamente. No entanto, é comum nos referirmos a esses tipos de deformação com a nomenclatura em língua inglesa.

## 2.3 Propriedades Dielétricas dos Cristais Líquidos

Na literatura, as propriedades dielétricas dos cristais líquidos foram investigadas tanto teórica como experimentalmente. As constantes dielétricas medem a resposta a um campo externo aplicado em um material dielétrico. Nessas condições, o material dielétrico se polariza, e a polarização líquida vai depender da intensidade do campo aplicado. O material dielétrico pode ser um cristal líquido nemático. Neste caso, o cristal líquido caracteriza-se por duas constantes dielétricas,  $\varepsilon_{\parallel}$  e  $\varepsilon_{\perp}$ , medidas com o campo aplicado paralelo e perpendicular ao diretor. A diferença entre os dois valores é a anisotropia dielétrica  $\Delta\varepsilon$ :

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}, \quad (2.3)$$

$\Delta\varepsilon$  também apresenta uma dependência com a frequência e será nulo para materiais isotrópicos. A permissividade para a fase nemática é um tensor de segunda ordem, podendo ser escrito em função de  $\chi$  da seguinte forma

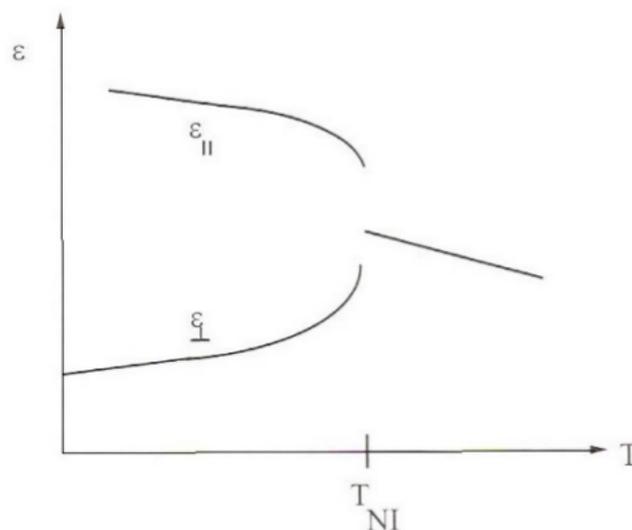
$$\varepsilon = I + \chi, \quad (2.4)$$

onde  $I$  é uma matriz unitária  $3 \times 3$  e  $\chi$  é a susceptibilidade elétrica que pode ser escrita como

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

A Figura 2.8 mostra o comportamento típico das constantes dielétricas em função da temperatura para um cristal líquido.

**Figura 2.8:** Dependência com a temperatura para as constantes dielétricas em um cristal líquido.



Fonte: Kumar, 2001 [61].

## 2.4 Propriedades Ópticas dos Cristais Líquidos

O estudo das propriedades ópticas dos cristais líquidos requer o entendimento dos índices de refração da amostra. A textura colorida observada em compostos líquido-cristalinos através da microscopia óptica de luz polarizada está relacionada com a anisotropia dos cristais líquidos. Isto se deve ao fato de que a birrefringência característica das mesofases induz uma variação na fase entre as componentes do campo elétrico representada pela

rotação da direção de polarização da luz ao longo da amostra. Para um cristal líquido, pode-se definir dois índices de refração associados à direção relativa entre a polarização e o diretor: índice de refração ordinário e índice de refração extraordinário. Considerando um meio uniaxial em que o eixo óptico é representado pelo vetor diretor  $\hat{\mathbf{n}}$ , temos que

$$\begin{aligned} n_{\parallel}^2 &= \varepsilon_{\parallel} \\ n_{\perp}^2 &= \varepsilon_{\perp}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde os índices  $\parallel$  e  $\perp$  referem-se às direções perpendicular e paralela ao diretor. O fenômeno de interação entre a onda eletromagnética e o meio pode ser descrito através do tensor dielétrico do meio. Sendo assim, podemos definir: para polarização perpendicular ao diretor, temos o índice de refração ordinário como sendo  $n_o = n_{\perp}$ ; para polarização paralela ao diretor temos o índice de refração extraordinário dado por  $n_e = n_{\parallel}$ .

Considere que um feixe monocromático incide perpendicularmente em um filme nemático de espessura  $d$ . Quando  $\hat{\mathbf{n}}$  é normal ao filme então a propagação da luz é governada pelo índice de refração ordinário,  $n_o$ , para qualquer polarização do feixe de luz. Neste caso, o feixe se propaga paralelamente a  $\hat{\mathbf{n}}$ . Quando  $\hat{\mathbf{n}}$  está no plano do filme a situação muda. Se  $\mathbf{E} \perp \hat{\mathbf{n}}$  então o feixe se propaga com índice de refração ordinário. Se  $\mathbf{E} \parallel \hat{\mathbf{n}}$ , o feixe se propaga com índice de refração extraordinário. Podemos definir a birrefringência do meio, dada pela diferença entre os índices de refração ordinário e extraordinário:

$$\Delta n = n_e - n_o \quad (2.7)$$

A birrefringência é uma grandeza que define, portanto, qual será o retardo responsável pela diferença de fase observada entre as componentes do campo elétrico durante a propagação de um feixe através de um meio anisotrópico. Foi encontrado, experimentalmente [67], que  $n_e^2 - n_o^2 \sim \rho S$ , em que  $\rho$  é a densidade e  $S$  o parâmetro de ordem.

Considere o esquema mostrado na Figura 2.9 em que  $\mathbf{E}$  e  $\hat{\mathbf{n}}$  formam um ângulo arbitrário  $\phi$ , onde tomamos  $\hat{\mathbf{n}}$  na direção  $x$  e o feixe incidente na direção  $z$ . A onda ele-

tromagnética entra na amostra em  $z = 0$ , desse modo, podemos analisar o vetor campo elétrico em termos de suas componentes nas direções  $x$  e  $y$ :

$$\mathbf{E}(z = 0) = \mathbf{E}e^{i\omega t} = E_0 \cos\phi e^{i\omega t} \hat{\mathbf{x}} + E_0 \sin\phi e^{i\omega t} \hat{\mathbf{y}},$$

em que  $\hat{\mathbf{x}}$  e  $\hat{\mathbf{y}}$  representam, respectivamente, os vetores unitários nas direções  $x$  e  $y$ . A componente  $E_x$  se propaga com o índice de refração extraordinário  $n_e$  e a componente  $E_y$  se propaga com o índice de refração ordinário  $n_o$ . Após a propagação, em  $z = d$ , a fase das componentes do campo são incrementadas em  $2\pi n_e d/\lambda$  e  $2\pi n_o d/\lambda$ . Sendo assim, teremos:

$$\mathbf{E}(z = d) = E_0 \cos\phi e^{i(\omega t - 2\pi n_e d/\lambda)} \hat{\mathbf{x}} + E_0 \sin\phi e^{i(\omega t - 2\pi n_o d/\lambda)} \hat{\mathbf{y}},$$

$$\mathbf{E}(z = d) = E_0 (\cos\phi \hat{\mathbf{x}} + \sin\phi e^{i2\pi \Delta n d/\lambda} \hat{\mathbf{y}}) e^{i\omega t} e^{-i2\pi n_e d/\lambda}. \quad (2.8)$$

Note que as duas componentes saem da amostra com uma diferença de fase na polarização dada por:

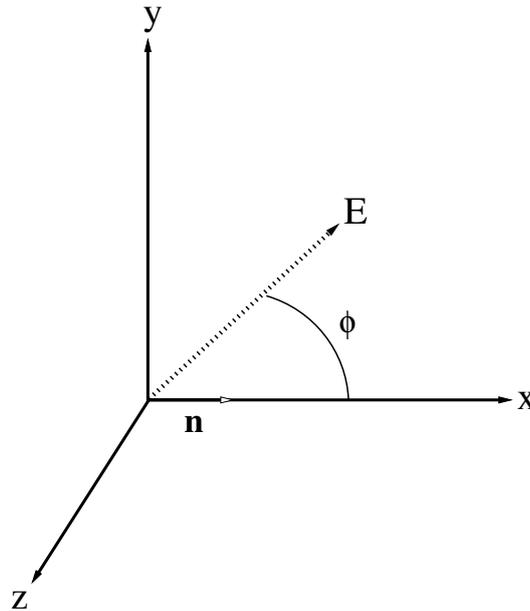
$$\delta = 2\pi \Delta n d/\lambda \quad (2.9)$$

A diferença de fase é proporcional a diferença de caminho óptico,  $d\Delta n$ , e inversamente proporcional a  $\lambda$ . Desse modo,  $n_o$  e  $n_e$  obedecem a diferentes relações de dispersão e podem apresentar uma diferença de fase  $\delta$  em  $\lambda$ . A Equação (2.8) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathbf{E}(z = d) = E_0 (\cos\phi \hat{\mathbf{x}} + \sin\phi e^{i\delta} \hat{\mathbf{y}}) e^{i\omega t} e^{-i2\pi n_e d/\lambda} \quad (2.10)$$

Uma luz linearmente polarizada pode ser decomposta em duas ondas circularmente polarizadas com sentidos horário e anti-horário, e em amplitudes iguais [63]. Esta decomposição abre discussão sobre as propriedades ópticas em cristais líquidos colestéricos.

A direção do eixo óptico na fase colestérica varia através da amostra, e esta variação acompanha a distorção helicoidal do vetor diretor. Tomando o eixo do *pitch* paralelo ao

**Figura 2.9:** Vetor campo elétrico e diretor em análise da transmissão da luz polarizada.

Fonte: Autora, 2018.

eixo  $z$ , podemos determinar as componentes do vetor diretor  $\hat{\mathbf{n}}$ :

$$\begin{aligned} n_x &= \cos(2\pi z/P) \\ n_y &= \sin(2\pi z/P) \\ n_z &= 0, \end{aligned} \tag{2.11}$$

onde  $\hat{\mathbf{n}}$  é paralelo ao eixo  $x$  em  $z = 0$ . Desse modo, a variação de  $\hat{\mathbf{n}}$  é periódica em  $z$  e o período do *pitch* é  $P$ . Como as direções  $\hat{\mathbf{n}}$  e  $-\hat{\mathbf{n}}$  são equivalentes, a periodicidade de  $\hat{\mathbf{n}}$  é  $P/2$ . A magnitude do *pitch* possui dependência com a temperatura e com o material. A partir do *pitch*, é possível identificar três regimes para a transmissão de luz com relação ao comprimento de onda  $\lambda$ . Uma onda plana com polarização linear pode ser descrita como uma composição de dois feixes com polarizações circulares de mesma amplitude: um feixe polarizado circularmente no sentido horário (à direita) e outro polarizado circularmente no sentido anti-horário (à esquerda). Se  $P\Delta n \ll \lambda$ , o filme colestérico transmite as duas polarizações circulares, que se propagam com velocidades diferentes no meio. Como resultado, a onda plana que emerge do filme apresenta uma polarização elíptica, que

está diretamente relacionada ao retardo induzido pela birrefringência da fase colestérica. Quando  $P\Delta n \gg \lambda$ , a amostra colestérica pode transmitir uma luz plana linearmente polarizada. Contudo, o plano de polarização da luz transmitida é rotacionado em relação ao da luz incidente por um ângulo de  $(2\pi d)/P$ , onde  $d$  é a espessura da amostra colestérica [61]. A condição  $P\Delta n \gg \lambda$  é chamada de “limite de Mauguin” e constitui o princípio básico de células nemáticas usadas em mostradores digitais. O caso em que  $P\Delta n \approx \lambda$  corresponde ao regime de reflexão de Bragg.

Se um feixe de ondas planas incidir em uma estrutura formada por uma série de planos paralelos, as ondas irão refletir nos sucessivos planos formando um padrão de interferência. Duas ondas sendo refletidas em dois planos separados por uma distância  $d$  irão sofrer interferência construtiva apenas se a diferença de caminho óptico entre ambas for um múltiplo inteiro do comprimento de onda. Essa afirmação é conhecida como a lei de Bragg:

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad , \quad (2.12)$$

onde  $m$  um número inteiro.

O padrão de interferência irá apresentar uma série de picos para determinados valores de  $\theta$ . Se não houver periodicidade no material, não haverá picos no padrão de espalhamento. A lei de Bragg nos diz que, para estudar estruturas numa escala espacial  $d$ , devemos utilizar ondas com um comprimento de onda específico ou energias específicas.

Para a existência de reflexões de Bragg, as propriedades ópticas de um meio devem apresentar uma modulação espacial com um período  $d$ . Na condição de incidência normal, observa-se, experimentalmente, que a completa reflexão ocorre apenas para  $m = 1$ . As reflexões de ordem superior ( $m = 2, 3, \dots$ ) são proibidas para a incidência normal [18]. A luz refletida é circularmente polarizada. Analisando a onda incidente em duas componentes com polarizações circulares opostas, nota-se que apenas uma componente é refletida, sendo que esta componente apresenta polarização circular no mesmo sentido da hélice do colestérico. A outra componente é transmitida. A birrefringência do meio faz

com que a reflexão de Bragg ocorra no seguinte intervalo de comprimentos de onda [61]:

$$n_o < \lambda/P < n_e . \quad (2.13)$$

A intensidade das reflexões de Bragg diminui rapidamente para comprimentos de onda fora desta faixa.

## 2.5 Transição de Fréedericksz

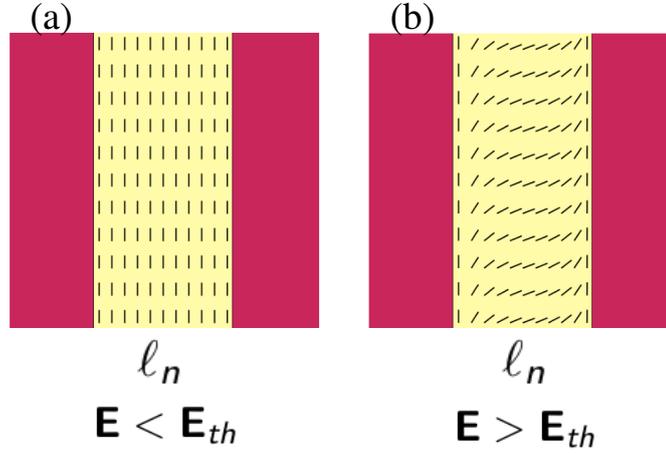
A transição de Fréedericksz é uma mudança na direção do vetor diretor de um cristal líquido na fase nemática na presença de um campo elétrico ou magnético suficientemente forte. Esta transição foi observada primeiramente por Fréedericksz, em 1927. Está relacionada com as constantes elásticas do material, com a espessura da célula do cristal líquido e com a amplitude do campo aplicado. Abaixo de um certo valor limiar de campo, o diretor não sofre deformação ou reorientação, isto é, o material permanece na configuração não perturbada. À medida que a amplitude do campo é gradualmente aumentada a partir desse limite, o diretor começa a reorientar até que esteja alinhado com o campo. A resposta do cristal líquido nemático ao campo aplicado depende de sua anisotropia dielétrica. Na Figura 2.10 temos a representação esquemática para a transição de Fréedericksz quando aplicamos um campo elétrico. Note que, abaixo do limiar de Fréedericksz ( $E < E_{th}$ ), o vetor diretor permanece uniforme ao longo da camada nemática, como ilustra a Figura 2.10(a). Por outro lado, acima do limiar de Fréedericksz ( $E > E_{th}$ ) o diretor exibe um perfil não uniforme ao longo da camada nemática, como mostra a Figura 2.10(b).

O valor do campo elétrico limiar  $E_{th}$  é dado por:

$$E_{th} = \frac{\pi}{\ell_n} \sqrt{\frac{K}{\varepsilon_0 |\Delta\varepsilon|}} , \quad (2.14)$$

onde  $\ell_n$  é a espessura do filme nemático,  $\Delta\varepsilon$  é a anisotropia,  $\varepsilon_0$  é a permissividade elétrica

**Figura 2.10:** Transição de Fréedericksz. Abaixo do limiar de Fréedericksz ( $\mathbf{E} < \mathbf{E}_{th}$ ), o diretor permanece uniforme ao longo da camada nemática, como mostra a Figura (a). Por outro lado, acima do limiar de Fréedericksz ( $\mathbf{E} > \mathbf{E}_{th}$ ), o diretor exibe um perfil não uniforme ao longo da camada nemática, como mostra a Figura (b).



Fonte: Autora, 2018.

do vácuo e  $K$  é a constante elástica. De acordo com a Equação (2.14), quanto menor for a espessura do filme, maior será o campo necessário para perturbar o sistema. Considerando a amostra como um capacitor de placas paralelas, podemos definir a voltagem limiar  $V_{th}$  como:

$$V_{th} = \pi \sqrt{\frac{K}{\varepsilon_0 |\Delta\varepsilon|}}. \quad (2.15)$$

Perceba que  $V_{th}$  não depende da espessura do filme. No capítulo 4 discutiremos com mais detalhes estas equações.

## 2.6 Materiais Magneto-Ópticos

Se as propriedades dielétricas de um meio se modificam quando este possui uma magnetização não-nula, dizemos que este sistema apresenta resposta magneto-óptica. Em particular, materiais magneto-ópticos são aqueles que apresentam modificação de suas propriedades dielétricas, devido à aplicação de um campo magnético externo. Este efeito é conhecido como efeito Zeeman [68]. A descoberta dos efeitos magneto-ópticos se deu

em meados do século passado e foi de extrema importância no desenvolvimento da teoria eletromagnética que descreve a resposta magneto-óptica e da física atômica. Em geral, os efeitos magneto-ópticos baseiam-se em pequenas alterações do estado de polarização da luz incidente em dependência do estado de magnetização [69].

Uma das primeiras observações sobre efeitos de magnetização foi o efeito Faraday, descoberto em 1845 por Michael Faraday em um material vítreo colocado entre os polos de um eletroímã [70]. O efeito Faraday se caracteriza pela mudança da polarização de um feixe de luz linearmente polarizado propagando em um meio na presença de campo magnético. A luz transmitida é em geral elipticamente polarizada com o seu eixo maior girado em relação a direção do plano de polarização da onda incidente. O efeito equivalente na reflexão é o efeito Kerr e foi observado por J. Kerr em 1876 [71]. O interesse pelos efeitos Faraday e Kerr ganhou um notável impulso nas últimas décadas devido, principalmente, ao estudo de propriedades magnéticas de superfícies e em aplicações tecnológicas como a gravação de mídia, construção de isoladores ópticos [72, 73], diodos ópticos [2, 98] e superprismas [74, 40]. Estes dois efeitos também atuam como ferramentas importantes nas medidas de magnetização relativa de filmes finos. Uma grande variedade de materiais exibem resposta magneto-óptica, dentre eles podemos citar, ligas metálicas de terras raras, ligas contendo materiais ferrimagnéticos e semicondutores dopados com metais de transição interna [68].

### 2.6.1 Tensor Dielétrico e Vetor Girotrópico

As propriedades eletromagnéticas de um meio podem ser caracterizadas pelos tensores permissividade elétrica  $\tilde{\epsilon}$  e permeabilidade magnética  $\tilde{\mu}$ . Isso acontece porque é possível fazer uma abordagem fenomenológica para descrever algumas propriedades destes tensores [68]. Para tanto, utiliza-se do parâmetro de ordem que descreve os estados ordenados magneticamente de um sistema, que varia de um material para outro.

A magnetização  $\mathbf{M}$  do sistema, por exemplo, é usada como parâmetro de ordem de materiais ferromagnéticos. A presença da magnetização ( $M \neq 0$ ) quebrará a simetria do

sistema numa direção, que por sua vez definirá o eixo óptico do sistema. Vamos considerar, por conveniência, que o eixo óptico é dado pelo eixo  $z$ . Neste caso, o deslocamento elétrico pode ser escrito da forma:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + i(\mathbf{g} \times \mathbf{E}) + b[\mathbf{E} - \mathbf{m}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{E})] \quad , \quad (2.16)$$

onde,  $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M}$ ;  $b = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$  e  $\vec{g}$  é o vetor girotrópico. Em um meio isotrópico temos que  $\mathbf{g} = g(M)\mathbf{m}$ , com  $g(M) \propto M$ . Desta forma,  $g$  e  $b$  tornam-se zero quando temos  $M \rightarrow 0$ . Na equação 2.16, o segundo termo determina a birefringência giromagnética, enquanto o terceiro termo está associado às contribuições lineares para a birrefringência e o dicroísmo linear magnético. Assim, podemos escrever a representação matricial do tensor dielétrico,  $\tilde{\varepsilon}_M$ , de um meio magneto-óptico como

$$\tilde{\varepsilon}_M = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad , \quad (2.17)$$

As componentes não nulas das diagonais secundárias determinam que o estado de polarização linear não corresponde aos modos normais de propagação em um meio magneto-óptico. Portanto, materiais magneto-ópticos apresentam uma birrefringência com características distintas daquela observada em sistemas líquido-cristalinos uniaxiais.

### 2.6.2 Modos Normais de Propagação

Considere a equação de onda para um meio magneto-óptico:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = -c^{-2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} \quad , \quad (2.18)$$

onde  $\mathbf{E}$  é o campo elétrico e  $\mathbf{D}$  o deslocamento elétrico. Queremos, neste momento, obter os modos normais de propagação dos campos eletromagnéticos no meio girotrópico. Considerando que os campos possuem uma dependência harmônica do tipo  $e^{-i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$ ,

podemos obter a equação de onda para os modos normais de propagação:

$$n^2 \mathbf{E} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) = \hat{\varepsilon}(\omega, M) \mathbf{E} \quad , \quad (2.19)$$

em que  $\mathbf{n} = (c/\omega)\mathbf{k}$  é o vetor de refração. A solução da equação acima é dada por:

$$\det \| n^2 \delta_{jk} - n_j n_k - \varepsilon_{jk}(\omega, M) \| = 0 \quad . \quad (2.20)$$

A Equação (2.20) é denominada equação de Fresnel. Através dela podemos obter os modos normais de propagação do sistema. Mais especificamente, os modos normais de propagação do sistema magneto-óptico isotrópico consistem em duas ondas circularmente polarizadas, com as helicidades em sentidos opostos.

### 2.6.3 Efeito Faraday

Nesta seção faremos uma descrição do efeito Faraday, que se caracteriza pela rotação da polarização induzida pela magnetização do meio. Considere que um feixe de luz linearmente polarizada incide em um meio dielétrico e isotrópico que se encontra na presença de um campo magnético. A direção de propagação do feixe é paralela ao campo magnético aplicado. Se o plano de polarização da luz emergente é girado em um ângulo  $\theta_R$ , significa que o material apresenta o efeito Faraday. O ângulo  $\theta_R$  é denominado de ângulo de rotação de Faraday. Este ângulo é proporcional à indução magnética e à distância percorrida no meio. Para materiais não magnéticos,  $\theta_R$  é muito pequeno. Já para materiais magnéticos,  $\theta_R$  apresenta valores expressivos. Como exemplo de material magnético que vem sendo muito usado em dispositivos baseados no efeito Faraday podemos citar o minério sintético de Ferro e Ítrio (*YIG*),  $Y_3Fe_2(FeO_4)_3$ .

Para uma onda plana que se propaga na direção  $z$ , podemos reescrever a Equação

(2.19) da seguinte forma:

$$(n^2 - \varepsilon_1)E_{0x} + i\varepsilon_2 E_{0y} = 0 \quad ; \quad (2.21)$$

$$-i\varepsilon_2 E_{0x} + (n^2 - \varepsilon_1)E_{0y} = 0 \quad , \quad (2.22)$$

em que  $E_{0x}$  e  $E_{0y}$  são as componentes da amplitude do campo óptico incidente. Esta equação apresenta solução não nula se  $(n_{\pm})^2 = \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2$ . Dessa forma, podemos escrever os modos normais de propagação do sistema:

$$\epsilon_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-n_+z/c)} \quad , \quad (2.23)$$

$$\epsilon_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-n_-z/c)} \quad . \quad (2.24)$$

onde  $\epsilon_{\pm}$  representam os modos normais de propagação da luz no meio magneto-óptico, que correspondem a duas ondas circularmente polarizadas, com helicidades opostas [76]. De modo análogo, temos que a velocidade de propagação da onda eletromagnética no meio é governada pela parte real de  $\varepsilon_{\pm}$ , ou seja, uma onda plana se propaga de maneiras diferentes se sua polarização for circular a esquerda ou a direita, apresentando diferentes velocidades:  $c/n_+$  e  $c/n_-$ . Dessa forma, o plano de polarização da luz é rotacionado, e o ângulo de rotação pode ser dado por:

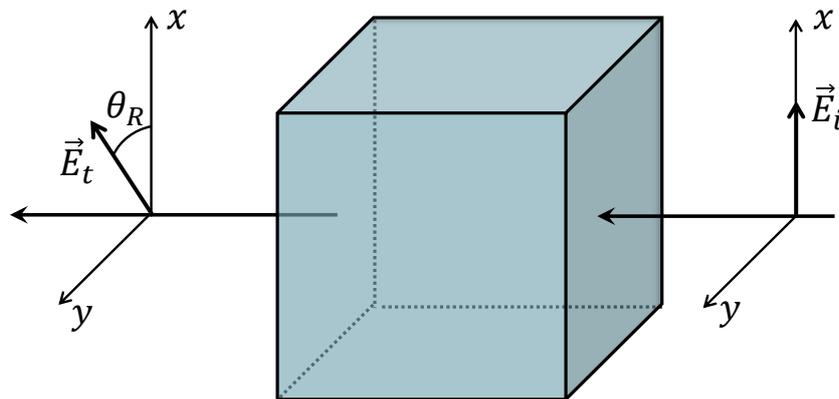
$$\theta = \omega(n_- - n_+)/2c \quad . \quad (2.25)$$

Aqui,  $c$  é a velocidade da luz e  $\omega$  é a frequência angular.

A direção do plano de polarização da luz que emerge em um meio que apresenta o efeito Faraday é girada, além disso, a luz possui uma mudança de polarização. O feixe que incide é linearmente polarizado e sai do meio elipticamente polarizado. O feixe incidente pode ser decomposto em dois feixes com polarizações circulares, um girando para a direita e o outro

para a esquerda. O feixe que sai elípticamente polarizado também pode ser decomposto em duas ondas circularmente polarizadas girando em sentidos contrários e apresentando uma diferença de fase entre elas. Esta diferença de fase é provocada pelo efeito Faraday. Na Figura 2.11 podemos observar a rotação da polarização da luz transmitida devido ao efeito Faraday.

**Figura 2.11:** Rotação da polarização da luz transmitida devido ao efeito de Faraday.



Fonte: Autora, 2018.

## FORMALISMO DE BERREMAN

Muitos métodos aproximativos têm sido utilizados para estudar a propagação de uma onda plana em um meio uniaxial. Dentre eles podemos citar o método da matriz de espalhamento [79], o formalismo de de Vries [80], cálculo de elementos finitos [81] e o formalismo de Berreman [82]. Todos estes métodos fornecem bons resultados quando comparados aos resultados experimentais, de modo que, a escolha de um deles depende apenas do custo computacional e da limitação na determinação de alguns parâmetros físicos tais como a densidade de estados e a densidade de energia armazenada no campo elétrico.

Neste capítulo apresentaremos o formalismo de Berreman, método que permite a descrição quantitativa de uma onda plana que se propaga em um meio cujo índice de refração varia espacialmente. Através deste método podemos obter os coeficientes de transmissão da luz e, com eles, estudar as propriedades espectroscópicas dos modelos propostos nesta tese.

### 3.1 Equação de Berreman

O método de Berreman nos permite determinar as propriedades de reflexão e transmissão da luz, incidindo obliquamente ou normalmente, em um meio anisotrópico não homogêneo. Este método é mais geral que a técnica da matriz  $2 \times 2$  desenvolvida por Jones e Abeles [83] e é aplicável a sistemas com baixa simetria óptica [84, 85]. Iniciaremos

com as equações de Maxwell no sistema Gaussiano, como representadas a seguir:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0. \quad (3.4)$$

Aqui,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $\rho$  é a densidade de cargas livres,  $\mathbf{D}$  o deslocamento elétrico,  $\mathbf{H}$  o campo magnético,  $\mathbf{J}$  a densidade de corrente,  $\mathbf{E}$  o campo elétrico e  $\mathbf{B}$  a indução magnética. Temos que

$$\nabla \times \mathbf{H} = \hat{x} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right), \quad (3.5)$$

e

$$\nabla \times \mathbf{E} = \hat{x} \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \quad (3.6)$$

Utilizando as equações (3.2) e (3.5) e considerando que a densidade de corrente  $\mathbf{J}$  é nula, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \frac{1}{c} \frac{\partial D_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{1}{c} \frac{\partial D_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \frac{1}{c} \frac{\partial D_z}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Agora, fazendo uso das equações (3.3) e (3.6) podemos obter, de forma análoga, as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} &= \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} &= \frac{1}{c} \frac{\partial B_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} &= \frac{1}{c} \frac{\partial B_z}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde consideramos que a densidade de cargas livres  $\rho$  é nula. Podemos escrever as equações (3.7) e (3.8) na seguinte forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & -\frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & -\frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} . \quad (3.9)$$

Podemos abreviar a Equação (3.9) da seguinte forma:

$$\mathbf{RG} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{C} . \quad (3.10)$$

Ignorando efeitos ópticos não-lineares, podemos escrever a relação linear entre  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{C}$  como:

$$\mathbf{C} = \mathbf{MG} , \quad (3.11)$$

sendo  $\mathbf{M}$  a matriz que descreve o meio. Seus elementos são definidos da seguinte forma:

Primeiro quadrante:

$$\rho_{ij} = M_{i,j+3}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Segundo quadrante:

$$\epsilon_{ij} = M_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Terceiro quadrante:

$$\rho'_{ij} = M_{i+3,j}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Quarto quadrante:

$$\mu_{ij} = M_{i+3,j+3}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Escrevendo em forma matricial, temos:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} & \rho_{14} & \rho_{15} & \rho_{16} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} & \rho_{24} & \rho_{25} & \rho_{26} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} & \rho_{34} & \rho_{35} & \rho_{36} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \mu_{44} & \mu_{45} & \mu_{46} \\ \rho_{51} & \rho_{52} & \rho_{53} & \mu_{54} & \mu_{55} & \mu_{56} \\ \rho_{61} & \rho_{62} & \rho_{63} & \mu_{64} & \mu_{65} & \mu_{66} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

onde  $\epsilon$ ,  $\rho$  e  $\mu$  são, respectivamente, o tensor dielétrico, o tensor de rotação óptica e a permeabilidade magnética. Vale salientar que o primeiro e o terceiro quadrantes de  $\mathbf{M}$  serão não nulos somente para meios opticamente ativos. Considerando que as densidades de cargas livres e de corrente são nulas no meio de propagação, temos que os campos eletromagnéticos são definidos como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+\omega t)} \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+\omega t)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

em que  $\mathbf{E}_0 = E_x \hat{\mathbf{x}} + E_y \hat{\mathbf{y}} + E_z \hat{\mathbf{z}}$  e  $\mathbf{H}_0 = H_x \hat{\mathbf{x}} + H_y \hat{\mathbf{y}} + H_z \hat{\mathbf{z}}$ . O vetor de onda  $\mathbf{k}$  é dado por  $\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} n \hat{\mathbf{s}}$ , onde  $\hat{\mathbf{s}}$  é o versor que determina a direção de propagação e  $n$  é o índice de refração correspondente a uma dada polarização do campo elétrico. Combinando as equações (3.10) e (3.11), obtemos a Equação a seguir:

$$\mathbf{R}\mathbf{\Gamma} = \frac{-i\omega}{c} \mathbf{M}\mathbf{\Gamma} \quad (3.14)$$

sendo  $\mathbf{\Gamma}$  a parte espacial de  $\mathbf{G}$ .

As equações de Drude [86] para propagação de luz em meios opticamente ativos são

dadas por:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{H} , \quad (3.15)$$

$$-\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\gamma}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{E}) = \frac{\epsilon i\omega \mathbf{E}}{c} + \frac{\omega^2 \gamma \mathbf{H}}{c^2} . \quad (3.16)$$

Comparando as equações acima com a Equação (3.11) e com os elementos que compõem a matriz  $\mathbf{M}$ , podemos escrever os quatro quadrantes de  $\mathbf{M}$  no modelo de Drude:

$$\begin{aligned} \rho &= \left( \frac{-i\omega\gamma}{c} \mathbf{I} \right) && 1^\circ \text{ quadrante} \\ \varepsilon &= \epsilon \mathbf{I} && 2^\circ \text{ quadrante} \\ \rho' &= \mathbf{O} && 3^\circ \text{ quadrante} \\ \mu &= \mathbf{I} && 4^\circ \text{ quadrante,} \end{aligned} \quad (3.17)$$

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\mathbf{O}$  a matriz nula. Assim, podemos escrever  $\mathbf{M}$  da seguinte forma:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 & -(i\omega\gamma)/c & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 & 0 & -(i\omega\gamma)/c & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon & 0 & 0 & -(i\omega\gamma)/c \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Para descrever a rotação da luz quando certos meios isotrópicos são submetidos a um campo magnético na direção  $z$ , Born [87] utilizou uma expressão que na notação de Berreman se reduz a:

$$\begin{aligned} \rho &= \mathbf{O} \\ \varepsilon &= \begin{pmatrix} \epsilon & -i\gamma & 0 \\ i\gamma & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\rho' = \mathbf{O}$$

$$\mu = \mathbf{I}$$

Aqui,  $\epsilon$  e  $\gamma$  são dependentes da frequência, sendo que  $\gamma$  é proporcional ao campo magnético aplicado. Dessa forma, teremos:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \epsilon & -i\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i\gamma & \epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Queremos obter as soluções da Equação (3.14) para o caso de ondas planas incidindo obliquamente no plano  $xz$ , onde a matriz  $\mathbf{M}$  seja função somente de  $z$ . Neste caso, a componente do vetor de propagação,  $\eta$ , é uma constante na direção  $x$  e não existe componente em  $y$ . Soluções para este caso apresentam o fator  $e^{i\eta x}$ . O primeiro quadrante do operador de rotação,  $\mathbf{R}_1$ , é expresso como:

$$\mathbf{R}_1 = \nabla_x = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -i\eta \\ 0 & i\eta & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

e o terceiro quadrante de  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}_3$ , é a matriz transposta de  $\mathbf{R}_1$ . Substituindo (3.21) em (3.14), obtemos:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -i\eta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i\eta & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial z} & 0 & i\eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i\eta & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \Gamma_4 \\ \Gamma_5 \\ \Gamma_6 \end{pmatrix} = \frac{-i\omega}{c} \begin{pmatrix} \epsilon & -i\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i\gamma & \epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \Gamma_4 \\ \Gamma_5 \\ \Gamma_6 \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Perceba que a terceira e a sexta linhas são duas equações algébricas lineares das componentes de  $\Gamma$ . Tais equações podem ser resolvidas em termos das outras quatro componentes. Podemos, assim, eliminar essas duas variáveis e ficamos com quatro equações diferenciais lineares de primeira ordem nas quatro variáveis restantes. Escolhemos eliminar  $E_z = \Gamma_3$  e  $H_z = \Gamma_6$ . As quatro equações diferenciais a partir da Equação (3.22) podem ser escritas como:

$$-\frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_5 = \sum_{j=1}^6 M_{1j} \Gamma_j, \quad (3.23)$$

$$\frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_4 = \sum_{j=1}^6 M_{2j} \Gamma_j - \frac{c\eta}{\omega} \Gamma_6, \quad (3.24)$$

$$\frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_2 = \sum_{j=1}^6 M_{4j} \Gamma_j, \quad (3.25)$$

$$-\frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_1 = \sum_{j=1}^6 M_{5j} \Gamma_j + \frac{c\eta}{\omega} \Gamma_3. \quad (3.26)$$

As duas equações lineares são:

$$-\frac{c\eta}{\omega} \Gamma_5 = \sum_{j=1}^6 M_{3j} \Gamma_j \quad (3.27)$$

e

$$-\frac{c\eta}{\omega}\Gamma_2 = \sum_{j=1}^6 M_{6j}\Gamma_j. \quad (3.28)$$

Vamos agora escrever  $\Gamma_3$  e  $\Gamma_6$  em termos das outras duas variáveis. Logo,

$$\Gamma_3 = a_{31}\Gamma_1 + a_{32}\Gamma_2 + a_{34}\Gamma_4 + a_{35}\Gamma_5 \quad (3.29)$$

e

$$\Gamma_6 = a_{61}\Gamma_1 + a_{62}\Gamma_2 + a_{64}\Gamma_4 + a_{65}\Gamma_5, \quad (3.30)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{31} &= \frac{M_{61}M_{36} - M_{31}M_{66}}{d}, \\ a_{32} &= \frac{(M_{62} - c\eta/\omega)M_{36} - M_{32}M_{66}}{d}, \\ a_{34} &= \frac{M_{64}M_{36} - M_{34}M_{66}}{d}, \\ a_{35} &= \frac{(M_{65}M_{36} - (M_{35} + c\eta/\omega)M_{66}}{d}, \\ a_{61} &= \frac{M_{63}M_{31} - M_{33}M_{61}}{d}, \\ a_{62} &= \frac{[M_{63}M_{32} - M_{33}(M_{62} - c\eta/\omega)]}{d}, \\ a_{64} &= \frac{M_{63}M_{34} - M_{33}M_{64}}{d}, \\ a_{65} &= \frac{[M_{63}(M_{35} + c\eta/\omega) - M_{33}M_{65}]}{d}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

em que

$$d = M_{33}M_{66} - M_{36}M_{63}.$$

Substituindo as Equações (3.29) e (3.30) nas Equações (3.23-3.26), obtemos:

$$\begin{aligned} -\frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_5 &= \Gamma_1(M_{11} + M_{13}a_{31} + M_{16}a_{61}) + \Gamma_2(M_{12} + M_{13}a_{32} + M_{16}a_{62}) \\ &+ \Gamma_4(M_{13}a_{34} + M_{14} + M_{16}a_{64}) + \Gamma_5(M_{13}a_{35} + M_{15} + M_{16}a_{65}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_4 &= \Gamma_1(M_{21} + M_{23}a_{31} + M_{26}a_{61} - \frac{c\eta}{\omega}a_{61} + \Gamma_2(M_{22} + M_{23}a_{32} + M_{26}a_{62} \\ &- \frac{\eta c}{\omega}a_{62}) + \Gamma_4(M_{23}a_{34} + M_{24} + M_{26}a_{64} - \frac{\eta c}{\omega}a_{64}) + \Gamma_5(M_{25} + M_{23}a_{35} \\ &+ M_{26}a_{65} - \frac{c\eta}{\omega}a_{65}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_2 &= \Gamma_1(M_{41} + M_{43}a_{31} + M_{46}a_{61}) + \Gamma_2(M_{42} + M_{43}a_{32} + M_{46}a_{62}) \\ &+ \Gamma_4(M_{43}a_{34} + M_{44} + M_{46}a_{64}) + \Gamma_5(M_{45} + M_{43}a_{35} + M_{46}a_{65}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} -\frac{ic}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma_1 &= \Gamma_1(M_{51} + M_{53}a_{31} + M_{56}a_{61} - \frac{\eta c}{\omega}a_{31} + \Gamma_2(M_{52} + M_{53}a_{32} + M_{56}a_{62}) \\ &- \frac{\eta c}{\omega}a_{32} + \Gamma_4(M_{53}a_{34} + M_{54} + M_{56}a_{64} - \frac{\eta c}{\omega}a_{34}) + \Gamma_5(M_{53}a_{35} + M_{55} \\ &+ M_{56}a_{65} - \frac{\eta c}{\omega}a_{35}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

As equações (3.32-3.35) podem ser escritas como:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \frac{i\omega}{c} \begin{pmatrix} S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \\ -S_{31} & -S_{32} & -S_{33} & -S_{34} \\ -S_{21} & -S_{22} & -S_{23} & -S_{24} \\ S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

ou ainda

$$\frac{d\psi(z)}{dz} = ik\Delta\psi(z) \quad . \quad (3.37)$$

A equação acima recebe o nome de equação de Berreman [82], onde  $\Delta$  é a matriz de Berreman que depende do tensor dielétrico do material e  $\psi(z)$  é um vetor coluna com

elementos que representam as componentes  $x - y$  do campo elétrico  $E$  e magnético  $H$  em um meio considerado uniforme no plano  $xy$ .

$$\begin{pmatrix} E_x(\mathbf{r}, t) \\ E_y(\mathbf{r}, t) \\ H_x(\mathbf{r}, t) \\ H_y(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = \psi(z)e^{-i\omega t} \quad (3.38)$$

sendo  $\omega$  a frequência angular. Para um sistema com simetria uniaxial, a matriz de Berreman pode ser escrita como:

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \varepsilon_{yz} \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} - \varepsilon_{yx} & -\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yz} \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xz} \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} & \varepsilon_{xy} - \varepsilon_{xz} \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Embora as camadas nemática e magneto-óptica apresentem uma simetria uniaxial, cada material exibe uma matriz de Berreman com componentes não nulos distintos, levando em consideração a natureza da birrefringência do material.

## 3.2 Transmitância e Rotação da Polarização

A solução da equação de propagação no formalismo de Berreman pode ser resolvida usando o tratamento de Eidner-Oldano [88, 89, 90], onde o vetor coluna  $\psi(z)$  é definido como uma sobreposição de quatro ondas planas distintas como segue:

$$\psi(z) = \sum_{l=1}^4 C_l \psi^{(l)} e^{ik\lambda_l z} \quad (3.40)$$

Aqui,  $\psi^{(l)}$  e  $\lambda_l$  correspondem aos autovetores e aos autovalores da matriz de Berreman definida pela Equação (3.39), respectivamente. A relação entre os campos elétrico e magnético

nas interfaces  $z = 0$  e  $z = L$  é definida na forma de matriz de transferência

$$\psi(L) = \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \dots \cdot \tau_{4p+1} \cdot \psi(0) \quad (3.41)$$

$$\tau_j = \Psi_j \Gamma_j \Psi_j^{-1} \quad (3.42)$$

onde  $\tau_j$  corresponde a matriz de transferência da  $j$ -ésima camada.  $\Psi_j$  é a matriz unitária formada pelos autovetores de  $\Delta$ , enquanto  $\Gamma_j$  é a matriz diagonal com elementos definidos por  $\Gamma_{l,l} = e^{ik\lambda_l l_j}$ , com  $l_j$  sendo a espessura da  $j$ -ésima camada. Para uma camada nemática ( $j = 2, 4, \dots, 4p$ ) apresentando um perfil de diretor não uniforme ao longo da direção de propagação, a matriz de transferência  $\tau_j$  pode ser escrita como:

$$\tau_j(\ell_n) = \left[ \prod_{s=1}^D (\Phi_s \Upsilon_s \Phi_s^{-1}) \right] \tau_j(0) \quad (3.43)$$

$\Phi_s$  e  $\Upsilon_s$  são, respectivamente, as matrizes de transferência e unitária associadas com a  $s$ -ésima fatia virtual da camada nemática. Em particular, as distorções do diretor nemático induzidas pelo campo dão origem a uma dependência em  $z$  da matriz Berreman, que invalida uma solução exata usando a Equação (3.40). No entanto, uma solução numérica aproximada pode ser obtida dividindo-se virtualmente a camada nemática em um grande número  $D$  de placas finas, apresentando uma espessura muito menor que  $\ell_n$ . Neste caso, assumimos que a matriz de Berreman é razoavelmente constante, independentemente da ligeira variação da orientação do diretor ao longo da camada. Tal procedimento fornece uma relação precisa entre os campos nas interfaces de cada camada. Em particular,  $\Phi_s$  é composta pelos autovetores de  $\Delta$  na  $s$ -ésima fatia virtual e  $\Upsilon_s$  é uma matriz diagonal com  $\Upsilon_{s,s} = e^{ik\lambda_s(\ell_n/D)}$ .

O método da matriz de transferência é um procedimento preciso para calcular a transmitância e a reflectância da estrutura estratificada das camadas nemática e magnética. As componentes dos campos elétricos transmitidos ( $T_x, T_y$ ) e refletidos ( $R_x, R_y$ ) podem ser

numericamente determinados a partir da solução do conjunto de equações lineares [82]:

$$\begin{aligned}
 E_x^i + R_x &= (F_{11} + F_{12}n_0)T_x + (F_{13} + F_{14}n_0)T_y \\
 (E_x^i - R_x)n_0 &= (F_{21} + F_{22}n_0)T_x + (F_{23} + F_{24}n_0)T_y \\
 E_y^i + R_y &= (F_{31} + F_{32}n_0)T_x + (F_{33} + F_{34}n_0)T_y \\
 (E_y^i - R_y)n_0 &= (F_{41} + F_{42}n_0)T_x + (F_{43} + F_{44}n_0)T_y
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

onde  $E_x^i$  e  $E_y^i$  são as componentes do campo elétrico incidente e  $F_{i,j}$ 's correspondem aos elementos do inverso da matriz, com  $F = \tau^{-1}$ . De fato,  $\tau$  é definida como o produto das matrizes transferência de cada camada,  $\tau = \prod_{j=1}^{4p+1} \tau_j$ . Nas Equações anteriores,  $n_0$  representa o índice de refração do meio de entrada,  $n_0 = 1, 5$ . A transmitância da estrutura multicamadas pode ser calculada a partir das componentes do campo elétrico transmitido, com  $T = |T_x|^2 + |T_y|^2$ . Além disso, o ângulo de rotação de polarização  $\theta_R$  pode ser escrito como

$$\theta_R = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2\mathbf{Re}(T_y/T_x)}{1 - |T_y/T_x|^2} \right] . \tag{3.45}$$

Em nosso estudo, consideramos uma onda plana incidente apresentando uma polarização linear ao longo do eixo  $x$ , sendo o ângulo de rotação da polarização determinado a partir da direção relativa entre a polarização da luz transmitida e o eixo  $x$ .

# SEQUÊNCIA ALTERNADA DE CAMADAS NEMÁTICAS E MAGNETO-ÓPTICAS

Nos capítulos anteriores foram apresentados os conceitos fundamentais da fenomenologia dos cristais líquidos dando ênfase às suas principais mesofases. Também foi feita uma revisão teórica sobre os cristais fotônicos unidimensionais e sobre as propriedades dos materiais magneto-ópticos. Apresentamos ainda o modelo matemático utilizado, que permite determinar as variáveis necessárias utilizadas no estudo das propriedades espectrais dos modelos propostos. Neste capítulo, investigamos os efeitos da reorientação do diretor nas propriedades espectrais de um cristal magnetofotônico unidimensional constituído por uma sequência de camadas magnéticas e nemáticas, que exibe um defeito magneto-óptico como camada central. Através do formalismo da matriz de Berreman, determinamos numericamente como a rotação de Faraday e o espectro de transmissão dos sistemas fotônicos são afetados por uma reorientação induzida pelo campo nas camadas nemáticas.

## 4.1 Introdução

Vários estudos têm mostrado que a introdução de camadas magneto-ópticas em cristais fotônicos unidimensionais dá origem a uma grande variedade de efeitos físicos [42, 45, 91, 92, 93], os quais estão associados às mudanças nos estados de polarização dos modos refletidos e transmitidos. Mais especificamente, materiais magneto-ópticos exibem um tensor dielétrico anisotrópico com elementos complexos fora da diagonal, levando a

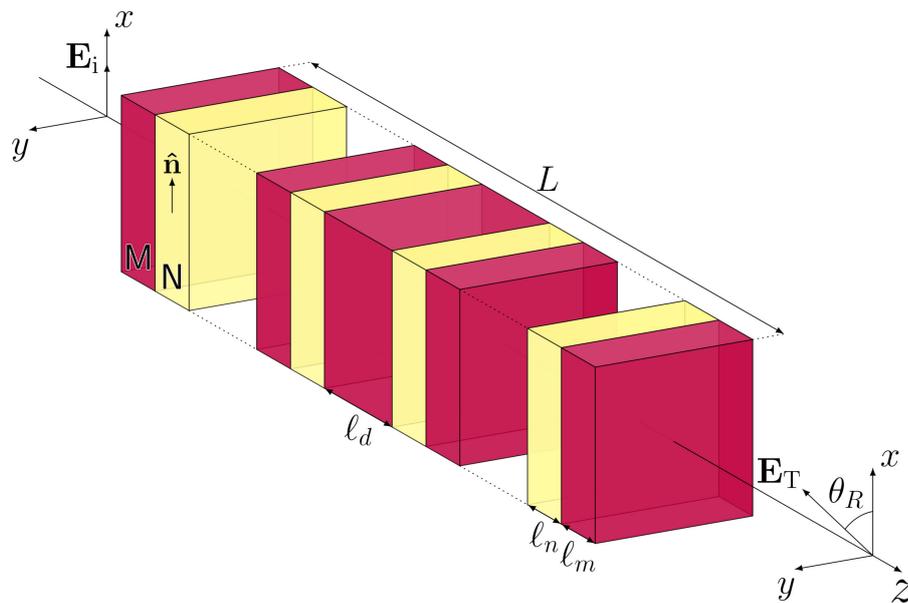
distintas velocidades de propagação para ondas elipticamente polarizadas com diferentes helicidades [42]. Como consequência, estruturas multicamadas contendo tais camadas magnéticas são conhecidas como cristais magnetofotônicos, sendo caracterizadas pelo aumento significativo de suas propriedades magneto-ópticas devido à localização da luz e múltiplas interferências ao longo das camadas magnéticas [42, 45, 94]. Em particular, foi observado que um modo ressonante surge dentro da largura da banda proibida de sistemas magnetofotônicos quando uma camada de defeito magnético é introduzida, que é acompanhado por um grande ângulo de rotação de Faraday no comprimento de onda de ressonância devido à localização da luz [42, 45, 95, 96]. Uma expressiva rotação de Faraday também foi verificada nos metamateriais magneto-ópticos [97], onde a incorporação de nanofios de ouro em um material magneto-óptico puro permite simular as propriedades magneto-ópticas de materiais magnéticos com perdas reduzidas e ampla largura de banda operacional. Devido ao comportamento não recíproco da rotação de Faraday, os cristais magnetofotônicos têm sido utilizados no desenvolvimento de dispositivos ópticos, como isoladores ópticos [98], superprismas não recíprocos [74], portas lógicas quânticas [99] e moduladores ópticos [100]. Em relação aos efeitos ópticos não-lineares, a geração induzida por magnetização do segundo e terceiro harmônicos foi verificada em microcavidades ópticas baseadas em materiais magneto-ópticos [101, 102], com os efeitos magneto-ópticos não-lineares Kerr e Faraday ocorrendo nos comprimentos de onda ressonantes. Além disso, a interação de não-linearidade e não-reciprocidade provoca uma resposta ótica biestável em cristais magnetofotônicos contendo um defeito não-linear [92, 93], onde a mudança entre os estados de polarização dos modos transmitido e refletido dependem da posição do defeito não-linear dentro da estrutura multicamadas [93].

## 4.2 Modelo

Consideramos uma estrutura multicamadas que consiste em uma sequência de camadas nemática e magnética, contendo um defeito magnético central, como representado na Figura 4.1. A estrutura estratificada resultante é expressa como  $(M/N)^p/D_m/(N/M)^p$ ,

a qual exibe uma arquitetura simétrica em relação ao defeito magnético central  $D_m$  com espessura  $\ell_d$ . Aqui,  $N$  representa as camadas nemáticas com espessura  $\ell_n$ , enquanto  $M$  corresponde às camadas magnéticas com espessura  $\ell_m$ . O número de repetições para cada um dos subconjuntos de camada dupla  $M/N$  e  $N/M$  é representado pelo número de repetições  $p$ . Como resultado, o cristal magnetofotônico tem  $4p + 1$  camadas, com uma espessura total dada por  $L = 2p(\ell_n + \ell_m) + \ell_d$ . Nas camadas de cristal líquido, o diretor nemático é uniforme no plano  $xy$ , com a orientação do eixo óptico em relação à direção  $x$  sendo definida pelo ângulo  $\alpha$ .

**Figura 4.1:** Representação esquemática de uma estrutura multicamadas magneto-óptica consistindo de uma sequência de camadas nemática (amarela) e magnética (vermelha), contendo um defeito magnético central. O defeito e as camadas magnéticas regulares apresentam as mesmas propriedades dielétricas. O diretor nemático não perturbado  $\hat{\mathbf{n}}$  é paralelo ao eixo  $x$ , com a camada nemática apresentando fortes condições de contorno planar.



Fonte: Autora, 2018.

Usamos o formalismo de Berreman, explicitado no capítulo anterior, para estudar as propriedades espectrais da estrutura magnetofotônica, o que nos permite calcular a transmitância de uma onda plana monocromática que se propaga ao longo de um meio dielétrico estratificado [82]. Para a presente estrutura, os componentes não nulos da matriz de Berreman, Equação (3.39), dependerão da natureza de cada camada, sendo

distintos para os materiais magnéticos e nemáticos. Para as camadas nemáticas, o vetor diretor é representado por  $\hat{n} = (\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$  e os componentes do tensor são definidos por  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{\perp}^{opt} \delta_{ij} + (\varepsilon_{\parallel}^{opt} - \varepsilon_{\perp}^{opt}) n_i n_j$ . Aqui,  $(i, j) \in x, y, z$ ; e  $\delta_{ij}$  é a delta de Kronecker. Para o material magnético, temos o tensor dielétrico dado por

$$\tilde{\varepsilon}_M = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

Aqui, os elementos fora da diagonal,  $\varepsilon_2$ , representam o fator girotrópico magnético que é uma função linear da magnetização do meio. Em particular, a presença do coeficiente de giro magnético no tensor dielétrico leva a uma rotação do estado de polarização das ondas eletromagnéticas, com os automodos de propagação correspondentes a duas ondas circularmente polarizadas com diferentes helicidades. Além disso, os componentes transversais do tensor dielétrico são quantidades complexas, sendo escritas como  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + i\varepsilon_1''$  e  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' + i\varepsilon_2''$ . Neste caso, as partes real e imaginária de  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  estão relacionadas ao índice de refração e ao coeficiente de extinção das camadas magneto-ópticas [75].

### 4.3 Camadas nemáticas: distribuição do diretor

Nas camadas nemáticas, o vetor diretor é representado por  $\hat{n} = (\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$  e as componentes do tensor dielétrico óptico são definidas por  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{\perp}^{opt} \delta_{ij} + (\varepsilon_{\parallel}^{opt} - \varepsilon_{\perp}^{opt}) n_i n_j$ . Aqui,  $(i, j) \in x, y, z$ ; e  $\delta_{ij}$  é a delta de Kronecker.  $\varepsilon_{\parallel}^{opt}$  e  $\varepsilon_{\perp}^{opt}$  são as permissividades dielétricas ópticas da amostra nemática, sendo definidas em termos do índice de refração extraordinário e ordinário:  $\varepsilon_{\parallel}^{opt} = n_e^2$  e  $\varepsilon_{\perp}^{opt} = n_o^2$ .

A orientação do diretor pode apresentar uma variação espacial ao longo da camada nemática quando um campo elétrico externo é aplicado na direção  $z$ . Para simplificar, nós introduzimos um quadro de coordenadas local  $(x, y, z')$  em cada camada nemática, com  $0 \leq z' \leq \ell_n$ . Considerando uma amostra nemática planar sob fortes condições de ancoragem ( $\alpha(z' = 0) = \alpha(z' = \ell_n) = 0$ ), o ângulo de inclinação do diretor  $\alpha(z')$  é

governado pela seguinte equação (ver apêndice A) [64, 77]:

$$\begin{aligned} (K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz'^2} \right) + \\ \left( \frac{K_3 - K_1}{2} \right) \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz'} \right)^2 = \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 \sin 2\alpha, \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde  $V$  é a voltagem externa, enquanto  $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$  corresponde a anisotropia dielétrica estática, com  $\varepsilon_{\parallel}$  e  $\varepsilon_{\perp}$  sendo as permissividades dielétricas estática da amostra nemática.  $K_1$  e  $K_3$  são, respectivamente, as constantes elásticas de *splay* e *bend*. Essas constantes são responsáveis pelo custo energético para gerar deformações. Introduzindo-se os parâmetros  $\sin \alpha = \sin \alpha_m \sin \Omega$  e  $\eta = \sin^2 \alpha_m$ , nós obtemos o seguinte par de equações integrais [77]

$$\frac{V}{V_{th}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 + \gamma\eta} \int_0^{\pi/2} f(\Omega) d\Omega \quad (4.3)$$

$$\frac{2z'}{\ell_n} = \frac{\int_0^{\pi/2} g(\Omega) d\Omega}{\int_0^{\sin^{-1}(\sin \alpha / \sqrt{\eta})} g(\Omega) d\Omega}, \quad (4.4)$$

onde as funções  $f(\Omega)$  e  $g(\Omega)$  são dadas por:

$$f(\Omega) = \left[ \frac{1 + \kappa\eta \sin^2 \Omega}{(1 + \gamma\eta \sin^2 \Omega)(1 - \eta \sin^2 \Omega)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

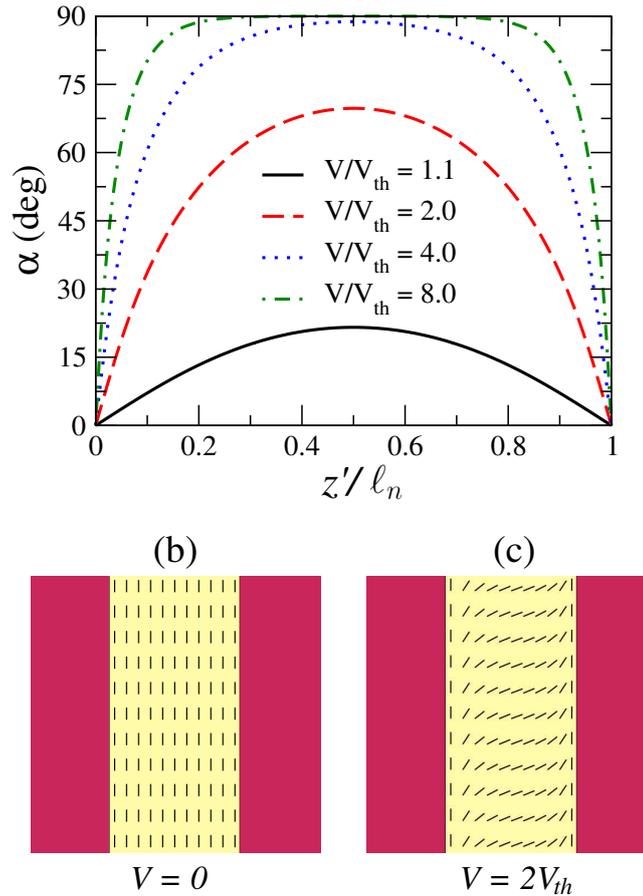
e

$$g(\Omega) = \left[ \frac{(1 + \gamma\eta \sin^2 \Omega)(1 + \kappa\eta \sin^2 \Omega)}{(1 - \eta \sin^2 \Omega)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.6)$$

Aqui,  $V_{th} = \pi (K_1 / \varepsilon_a)^{1/2}$  corresponde a voltagem limiar, enquanto  $\kappa = K_3 / K_1 - 1$  e  $\gamma = \varepsilon_a / \varepsilon_{\perp}$  são parâmetros associados à anisotropia elástica e dielétrica, respectivamente. Abaixo do limiar de Fréedericksz ( $V < V_{th}$ ), as soluções das Equações (4.3) e (4.4) correspondem a um diretor uniforme ao longo da camada nemática, com  $\alpha(z') = 0$ . Por outro lado, o diretor exibe um perfil não uniforme ao longo da camada nemática para  $V > V_{th}$ ,

como mostrado na Figura 4.2(a). Aqui, nós usamos os parâmetros típicos do cristal lí-

**Figura 4.2:** Perfil de inclinação do vetor diretor dentro de uma camada nemática apresentando uma espessura  $\ell_n$ , para diferentes valores da voltagem externa aplicada. O ângulo de inclinação do diretor apresenta um valor máximo  $\alpha_m$  no centro da camada nemática, com  $\alpha_m \rightarrow \pi/2$  para  $V \gg V_{th}$ . Dependendo da voltagem externa aplicada, os cristais magnetofotônicos podem apresentar camadas nemáticas com um (b) perfil de inclinação uniforme ou (c) não uniforme.



Fonte: Autora, 2018.

quido 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl (5CB), com  $K_1 = 6,2 \times 10^{-7}$  dyn,  $K_3 = 8,2 \times 10^{-7}$  dyn,  $\varepsilon_{\perp} = 7$  e  $\varepsilon_{\parallel} = 18,5$  [78]. Devido às fortes condições de ancoragem, uma distorção significativa no diretor ocorre ao longo da camada nemática à medida que a voltagem aplicada se torna maior que o limiar de Fréedericksz,  $V_{th} \approx 0,78V$ . Mais especificamente, o ângulo de inclinação do diretor apresenta um valor máximo  $\alpha_m$  no centro da camada nemática, com  $\alpha_m \rightarrow \pi/2$  para  $V \gg V_{th}$ . No que se segue, assumimos que os efeitos do campo elétrico óptico no perfil nemático são insignificantes, com as distorções no diretor nemá-

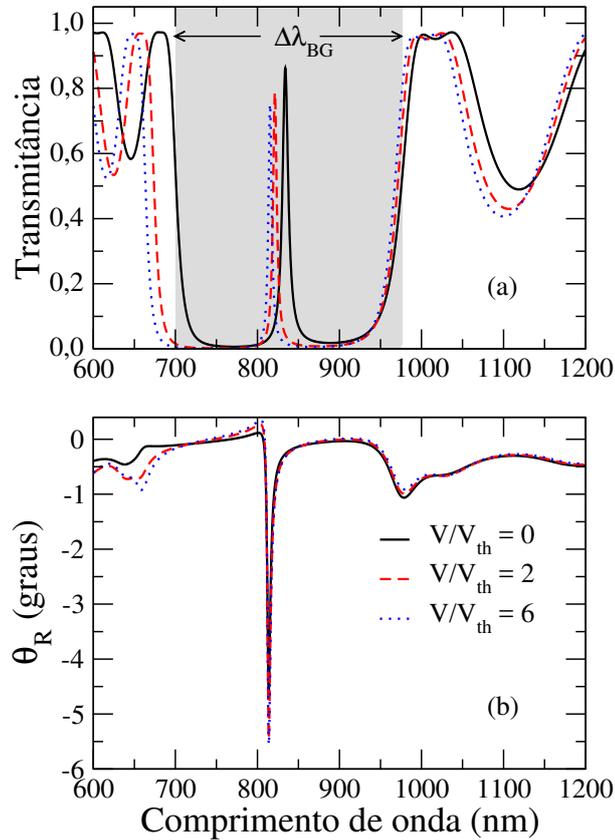
tico sendo governadas pelo campo elétrico estático. As Figuras 4.2(b) e 4.2(c) mostram as representações esquemáticas do perfil do diretor dentro das camadas nemáticas dos cristais magnetofotônicos para  $V < V_{th}$  e  $V > V_{th}$ , respectivamente.

## 4.4 Resultados

Na Figura 4.3(a) apresentamos o espectro de transmissão da estrutura magnetofotônica a qual consiste de uma sequência alternada de camadas nemáticas e magnéticas, considerando incidência normal da luz com uma polarização linear ao longo do eixo  $x$ . As propriedades espectrais foram calculadas usando os parâmetros típicos do (Bi:YIG) e do 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl (5CB) como materiais de referência para as camadas magnéticas e nemáticas, respectivamente. Nós usamos  $\varepsilon_1' = 5,59$ ,  $\varepsilon_1'' = 5,42 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_2' = -3,69 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_2'' = 2,08 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{\perp}^{opt} = n_o^2(n_o = 1,53)$  e  $\varepsilon_{\parallel}^{opt} = n_e^2(n_e = 1,69)$ . Aqui, assumimos que os parâmetros magnéticos das camadas Bi:YIG não são afetados pela voltagem aplicada em cristais líquidos nemáticos, já que o efeito magnetoelétrico inverso é insignificante para uma estrutura empilhada baseada em um composto magnético e um material macio sem uma resposta piezoelétrica ou ferroelétrica. Além disso, consideramos um sistema magnetofotônico apresentando um número de repetições  $p = 5$ , com  $\ell_m/\ell_n = 1$ ,  $\ell_d = 2\ell_m$ , e  $\ell_n = 100$  nm. É importante ressaltar que  $\ell_d = 2\ell_m$  corresponde à configuração otimizada onde o ângulo máximo de rotação pode ser observado [103]. Para uma voltagem nula, pode-se observar que o espectro de transmissão exibe uma grande largura de banda fotônica na região próximo do infravermelho, com um modo de defeito centrado em  $\lambda_d = 833$  nm. Uma vez que a inclinação do diretor é nula ( $\alpha(z) = 0$ ) nas camadas nemáticas para  $V < V_{th}$ , tal modo corresponde a uma onda extraordinária que se propaga através da camada nemática quando a polarização incidente é paralela ao diretor [103].

De fato, estudos prévios mostraram que um ou dois modos de defeito podem emergir dentro da banda de transmissão proibida de uma sequência alternada de camadas

**Figura 4.3:** (a) Espectro de transmissão e (b) ângulo de rotação da polarização da estrutura magnetofotônica para valores distintos da voltagem aplicada:  $V/V_{th} = 0$  (linha sólida),  $V/V_{th} = 2,0$  (linha tracejada) e  $V/V_{th} = 6$  (linha pontilhada). Aqui,  $\ell_a/\ell_n = 2$ ,  $\ell_m/\ell_n = 1$  e  $\Delta n = 0,16$ . Observe que uma mudança para o azul ocorre no modo ressonante conforme a voltagem aplicada aumenta, enquanto um pequeno aumento no ângulo de rotação da polarização é observado.



Fonte: Autora, 2018.

magneto-ópticas e nemáticas, dependendo da orientação relativa entre o diretor nemático e a polarização da luz incidente [103]. Acima do limiar de Fréedericksz, notamos que ocorre um deslocamento para o azul no espectro de transmissão à medida que a voltagem é aumentada, com uma ampliação da banda de transmissão proibida. Em particular, observamos que a transmitância e o comprimento de onda do modo de defeito diminuem à medida que a voltagem aplicada é aumentada, indicando que o perfil de inclinação do diretor dentro das camadas nemáticas afeta as propriedades espectrais da estrutura magnetofotônica. Um cenário distinto é observado para o ângulo de rotação da polarização, como exibido na Figura 4.3(b). Mais especificamente, o aumento da voltagem aplicada

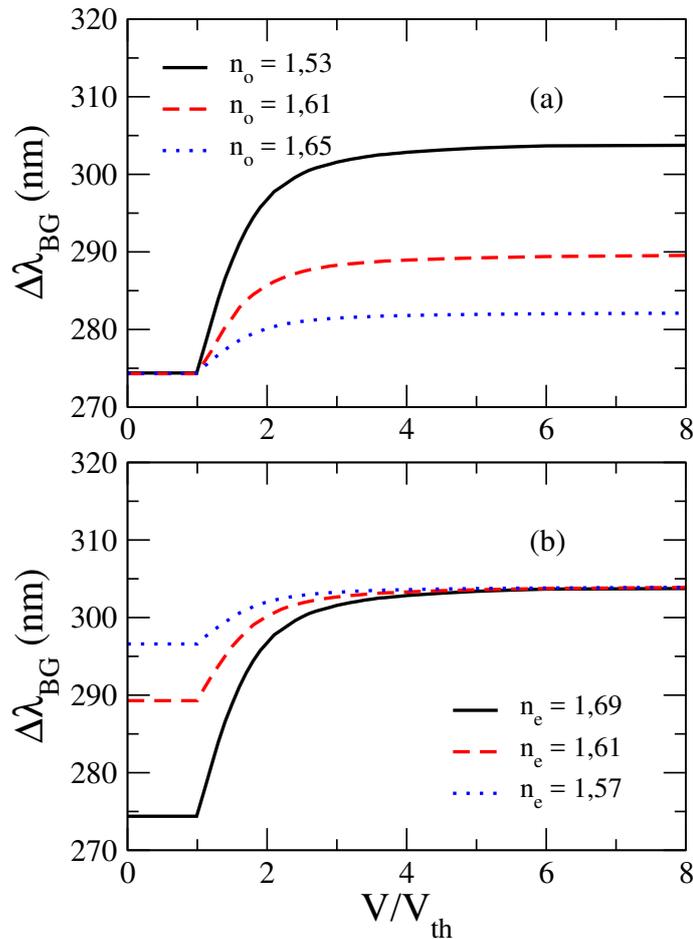
não modifica o comprimento de onda onde ocorre a rotação máxima da polarização. Este comportamento está associado ao fato de que a máxima rotação da polarização ocorre em um comprimento de onda correspondente a uma onda ordinária [103], que não é afetada pela reorientação do diretor no plano  $xz$ .

Na Figura 4.4(a), apresentamos a largura da banda de transmissão proibida,  $\Delta\lambda_{BG}$ , como função da voltagem, para estruturas magnetofotônicas contendo camadas nemáticas com diferentes birrefringências. A birrefringência foi modificada alterando-se o índice de refração ordinário, enquanto o índice de refração extraordinário foi mantido constante ( $n_e = 1,69$ ). Usamos os mesmos parâmetros da Figura 4.3, com a polarização da luz incidente e a orientação nemática não perturbada sendo paralelas ao eixo  $x$ . Observamos que o *band gap* é constante para  $V/V_{th} < 1$ , sendo independente de  $n_o$ . Por outro lado, a banda de transmissão proibida apresenta um aumento monotônico à medida que a voltagem aplicada é aumentada acima do limiar, atingindo um valor máximo que depende do índice de refração ordinário. Como vimos na Figura 4.3(a), o alargamento da banda de transmissão proibida está associado principalmente ao deslocamento para o azul da borda da banda inferior, à medida que o diretor é reorientado, permanecendo a borda superior quase constante. De fato, a borda da banda inferior é determinada pelo índice de refração efetivo para a propagação da onda extraordinária através das camadas nemáticas, definido como [104]

$$n_{eff} = \frac{1}{\ell_n} \int_0^{\ell_n} \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \alpha(z) + n_e^2 \sin^2 \alpha(z)}} dz \quad . \quad (4.7)$$

Considerando o perfil de inclinação do diretor para  $V/V_{th} = 8$ , como mostrado na Figura 4.2(a), obtemos que  $n_{eff} \approx n_o$  para todos os valores de  $n_e$  e  $n_o$ . Como consequência, a borda inferior da banda proibida é deslocada para menores comprimentos de onda à medida que a inclinação do diretor se torna pronunciada, atingindo um valor assintótico no limite  $n_{eff} \rightarrow n_o$ , quando  $V/V_{th} \gg 1$ . Como exibido na Figura 4.4(b), um comportamento semelhante ocorre se a birrefringência nemática for variada, alterando-se o índice de refração extraordinário e mantendo-se fixo o índice de refração ordinário. No entanto, a

**Figura 4.4:** Largura da banda de transmissão proibida,  $\Delta\lambda_{BG}$ , como função da voltagem aplicada nas camadas nemáticas. (a) A birrefringência nemática foi variada alterando-se o índice de refração ordinário, enquanto o índice de refração extraordinário foi mantido constante ( $n_e = 1,69$ ):  $n_o = 1,53$  (linha sólida),  $n_o = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_o = 1,65$  (linha pontilhada). Em todos os casos, pode-se notar um aumento monotônico da banda de transmissão proibida conforme a voltagem aplicada é aumentada, exibindo um valor assintótico que depende do índice de refração ordinário. (b) A birrefringência nemática foi variada alterando-se o índice de refração extraordinário, enquanto o índice de refração ordinário foi mantido constante ( $n_o = 1,53$ ):  $n_e = 1,69$  (linha sólida),  $n_e = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_e = 1,57$  (linha pontilhada). Observe que o valor assintótico de  $\Delta\lambda_{BG}$  é independente de  $n_e$ .



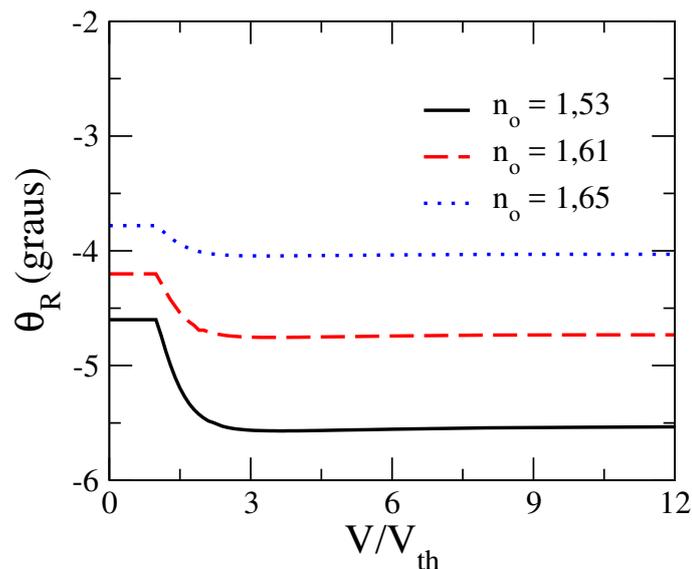
Fonte: Autora, 2018.

largura máxima da banda torna-se independente do índice de refração extraordinário com  $n_{eff} \rightarrow n_o$  para  $V/V_{th} \gg 1$ . Neste caso,  $n_e$  é relevante apenas para a largura da banda para  $V/V_{th} < 1$ , com  $\Delta\lambda_{BG}$  diminuindo à medida que o índice de refração extraordinário se torna maior.

Agora vamos analisar os efeitos da reorientação do diretor no ângulo de rotação da

polarização,  $\theta_R$ . Novamente, consideramos uma estrutura magnetofotônica contendo camadas nemáticas, com distintas birrefringências. Em particular, a birrefringência do cristal líquido foi variada alterando-se o índice de refração ordinário, com  $n_e = 1,69$ . Usamos os mesmos parâmetros da Figura 4.3, com a luz incidente sendo polarizada ao longo do diretor não perturbado. A polarização da luz transmitida é analisada para  $\lambda = 815$  nm, correspondendo ao comprimento de onda onde a rotação máxima ocorre. Para  $V/V_{th} < 1$ , pode-se notar que o valor absoluto de  $\theta_R$  aumenta à medida que a birrefringência nemática é aumentada, indicando que o retardamento de fase induzido pela camada nemática desempenha um papel importante para a mudança do estado de polarização da luz transmitida. Entretanto, é importante ressaltar que  $\theta_R$  aumenta à medida que a diferença entre os índices de refração das camadas magnéticas e não-magnéticas se torna maior [42]. Tal comportamento resulta da localização da luz na vizinhança do defeito magnético no interior da estrutura periódica [42, 103, 105]. De fato, a redução

**Figura 4.5:** Ângulo de rotação da polarização como função da voltagem aplicada na estrutura magnetofotônica contendo camadas nemáticas. Diferentes birrefringências nemáticas são consideradas onde variou-se o índice refrativo ordinário, enquanto o índice de refração extraordinário foi mantido constante ( $n_e = 1,69$ ):  $n_o = 1,53$  (linha sólida),  $n_o = 1,61$  (linha tracejada), e  $n_o = 1,65$  (linha pontilhada).



Fonte: Autora, 2018.

do índice de refração ordinário leva a uma diminuição do índice de refração médio das

camadas nemáticas, definido como  $\bar{n} = \sqrt{(n_e^2 + n_o^2)/2}$ , o que favorece o mecanismo de localização da luz. Um cenário semelhante ocorre quando a voltagem aplicada é elevada acima do limite ( $V/V_{th} > 1$ ). Neste caso, a camada líquido-cristalina apresenta um perfil de inclinação não uniforme, com

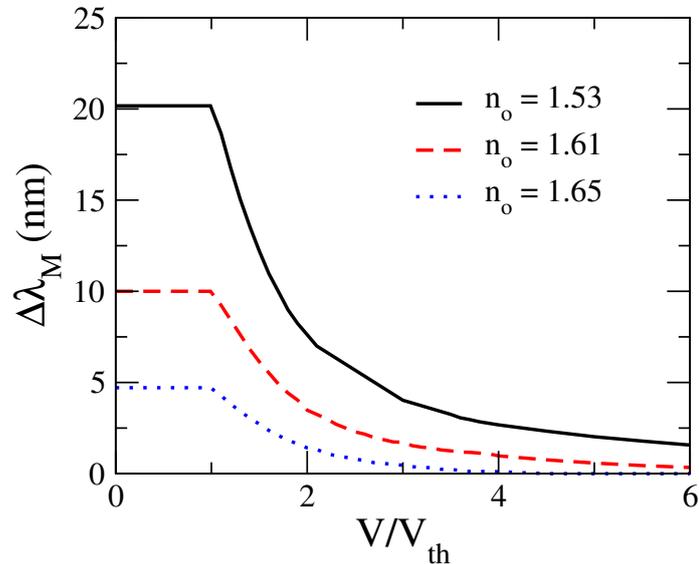
$$\bar{n} = \sqrt{\frac{n_{eff}^2 + n_o^2}{2}}. \quad (4.8)$$

Aqui,  $n_{eff}$  é o índice de refração efetivo para a onda extraordinária, dado pela Equação (4.7). À medida que o diretor é reorientado, o índice de refração médio no plano  $xy$  diminui, resultando em um aumento da rotação da polarização da luz transmitida. No limite  $V/V_{th} \gg 1$ , o plano  $xy$  torna-se quase isotrópico com  $n_{eff} \rightarrow n_o$ , e conseqüentemente  $\bar{n} \rightarrow n_o$ . Tal resultado demonstra que o ângulo de rotação da polarização é fortemente sensível ao índice de refração ordinário das camadas nemáticas.

Na Figura 4.6, apresentamos a dependência da diferença de comprimento de onda,  $\Delta\lambda_M$ , com a voltagem aplicada nas camadas de uma estrutura magnetofotônica. Consideramos valores diferentes da birrefringência para as camadas líquido-cristalinas, onde foram usados distintos valores para os índices de refração ordinários, enquanto  $n_e$  foi mantido constante. Utilizamos os mesmos parâmetros da Figura 3. Para  $V/V_{th} < 1$ , observa-se uma diferença significativa no comprimento de onda entre as posições de comprimento de onda do modo de defeito e a rotação máxima da polarização, que diminui à medida que a birrefringência nemática é reduzida.

Tal diferença de comprimento de onda está associado aos distintos modos de propagação das ondas eletromagnéticas para cada camada da estrutura magnetofotônica. Em particular, a birrefringência linear ou/e circular de um meio determina o estado de polarização dos seus automodos de propagação. Para camadas magneto-ópticas, os modos normais consistem em um par de ondas circularmente polarizadas com helicidades opostas, exibindo diferentes velocidades de propagação. Por outro lado, os automodos ópticos em cristais líquidos nemáticos correspondem a ondas ordinárias e extraordinárias, exibindo

**Figura 4.6:** Deslocamento entre o comprimento de onda do modo ressonante e o ângulo de rotação da polarização como função da voltagem aplicada para valores distintos do índice de refração ordinário das camadas nemáticas ( $n_e = 1,69$ ):  $n_o = 1,53$  (linha sólida),  $n_o = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_o = 1,65$  (linha pontilhada). Observe que o deslocamento do comprimento de onda desaparece à medida que a voltagem aplicada é aumentada.



Fonte: Autora, 2018.

velocidades de propagação distintas e polarizações ortogonais.

A fim de satisfazer a característica óptica de cada material, os automodos ópticos para uma estrutura estratificada de camadas nemáticas e magnéticas, há duas ondas polarizadas elipticamente com helicidades opostas, que apresentam eixos semi-maiores mutuamente perpendiculares e ressonâncias de Bragg distintas [103, 105]. À medida que a voltagem aplicada é aumentada acima do limiar de Fréedericksz, observa-se uma redução pronunciada da diferença de comprimento de onda, uma vez que o perfil de inclinação não uniforme ocorre nas camadas nemáticas. Mais especificamente, a inclinação do diretor reduz a birrefringência efetiva no plano  $xy$  das camadas nemáticas, que é dada por  $\Delta n_{eff} = n_{eff} - n_o$ . No limite  $V/V_{th} \gg 1$ , as camadas nemáticas tornam-se quase isotrópicas no plano  $xy$  quando  $n_{eff} \rightarrow n_o$ , com a rotação da polarização da luz transmitida sendo governada pela contribuição girotrópica das camadas magneto-ópticas. De fato, os automodos de propagação de ondas eletromagnéticas para as camadas magneto-ópticas tendem a ser suportados nas camadas nemáticas reorientadas à medida

---

que sua anisotropia no plano  $xy$  é reduzida. Além disso, um desvio para o azul é observado no modo de defeito com  $V/V_{th} \gg 1$ , levando à redução de  $\Delta\lambda_M$ . No entanto, pode-se notar que a diferença parece desaparecer apenas quando as camadas nemáticas apresentam uma pequena birrefringência. Embora a voltagem aplicada reduza a birrefringência efetiva das ondas TEM que se propagam ao longo da direção  $z$ , uma diferença residual persiste, pois o perfil de inclinação do diretor não é uniforme ao longo da camada nemática. Para  $n_e - n_o = 0,16$ , nossos resultados revelam que  $\Delta\lambda_M < 1$  nm no limite em que  $V/V_{th} \gg 1$ . Este controle de campo da diferença de comprimentos de onda abre a possibilidade de usar estruturas compostas por uma sequência alternada de camadas nemáticas e magnéticas em diferentes dispositivos ópticos, tais como isoladores ópticos [93], moduladores de luz espacial [42], portas lógicas [99] e chaves ópticas rápidas [106].

# SEQUÊNCIA ALTERNADA DE CAMADAS Bi:YIG E $\text{SiO}_2$ APRESENTANDO DOIS DEFEITOS CENTRAIS

No capítulo anterior, estudamos os efeitos da reorientação do diretor nas propriedades espectrais de um cristal magnetofotônico unidimensional constituído por uma sequência de camadas magnéticas e nemáticas, onde tal estrutura exibia um defeito magneto-óptico como camada central. Em particular, determinamos numericamente como a rotação de Faraday e o espectro de transmissão dos sistemas fotônicos são afetados por uma reorientação induzida pelo campo elétrico nas camadas nemáticas. De fato, tais sistemas vêm sendo amplamente estudados devido à sua potencial aplicação tecnológica [74, 98, 99, 100].

Neste capítulo, estudaremos um sistema multicamadas constituído por uma sequência de camadas dielétricas e magneto-ópticas apresentando dois defeitos centrais, um magneto-óptico e outro nemático. Novamente, o formalismo numérico utilizado para obter o espectro de transmissão e o ângulo de rotação da polarização foi o formalismo da matriz de Berreman [82].

## 5.1 Introdução

Na literatura, existem vários trabalhos dedicados ao estudo das propriedades espectrais de cristais fotônicos formados por dielétricos que apresentam uma estrutura periódica. De

fato, estas estruturas apresentam a formação de uma banda de transmissão proibida e a existência de modos localizados da luz. Em particular, a inserção de um defeito magneto-óptico dentro da estrutura periódica faz surgir um modo ressonante dentro da banda fotônica proibida, que é acompanhado por um grande ângulo de rotação de Faraday no comprimento de onda de ressonância devido à localização da luz. No capítulo anterior, estudamos uma sequência alternada de camadas magnéticas e nemáticas, onde determinamos numericamente a rotação de Faraday e o espectro de transmissão da luz. Embora este modelo seja eficiente no controle de transmitância e polarização a partir do deslocamento entre o modo ressonante e o ângulo de rotação de Faraday, ele tem uma dificuldade pois necessita a injeção de várias camadas nemáticas tornando-se menos atraente do ponto de vista experimental. Diante disso, neste capítulo, nosso objetivo é estudar uma estrutura multicamadas que possui as mesmas características do modelo anterior e que seja tão eficiente quanto, porém, com a injeção de uma única camada nemática. Uma estrutura deste tipo torna-se mais atraente experimentalmente.

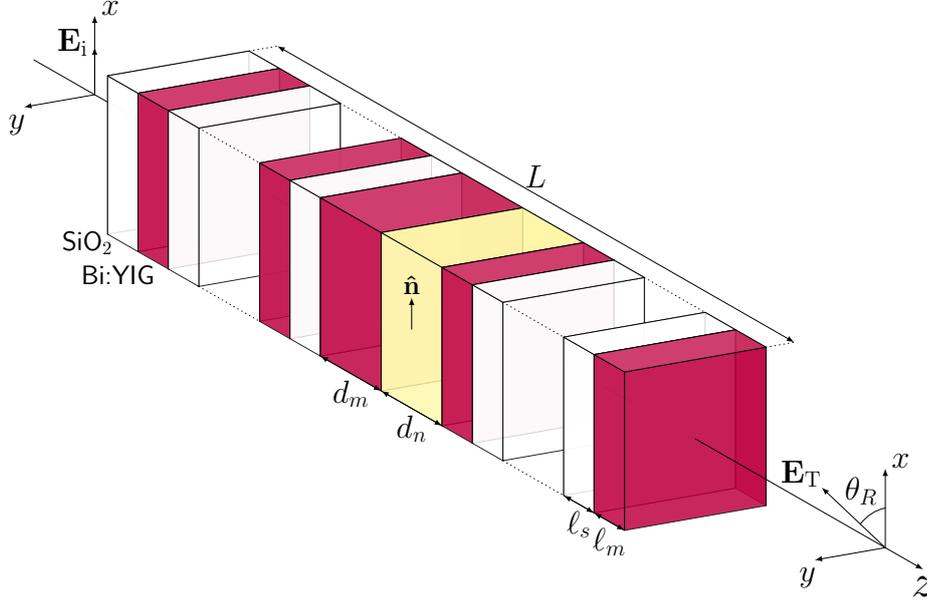
## 5.2 Modelo

Consideramos um sistema magnetofotônico constituído por uma sequência alternada de camadas dielétrica ( $\text{SiO}_2$ ) e magneto-óptica (Bi:YIG) apresentando dois defeitos como camadas centrais, um magneto-óptico e outro nemático, como representado na Figura 5.1. A estrutura possui um total de 32 camadas, as quais são organizadas da seguinte forma  $(\text{SiO}_2/\text{Bi:YIG})/D_m/D_n/(\text{SiO}_2/\text{Bi:YIG})$ , em que  $D_m$  e  $D_n$  são os defeitos magnético e nemático, respectivamente, de espessuras  $d_m$  e  $d_n$ . As camadas de  $\text{SiO}_2$  possuem espessura  $\ell_s$ , enquanto as camadas magnéticas possuem espessura  $\ell_m$ .

## 5.3 Resultados

Na Figura 5.2 apresentamos o espectro de transmissão e o ângulo de rotação da polarização da sequência alternada onde consideramos incidência normal da luz com uma

**Figura 5.1:** Representação esquemática de uma estrutura multicamadas consistindo de uma sequência de camadas de dióxido de silício  $\text{SiO}_2$  (branca) e magnética (vermelha), contendo dois defeitos centrais, um magnético e outro nemático (amarelo). O diretor nemático não perturbado  $\hat{\mathbf{n}}$  é paralelo ao eixo  $x$ . Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm.

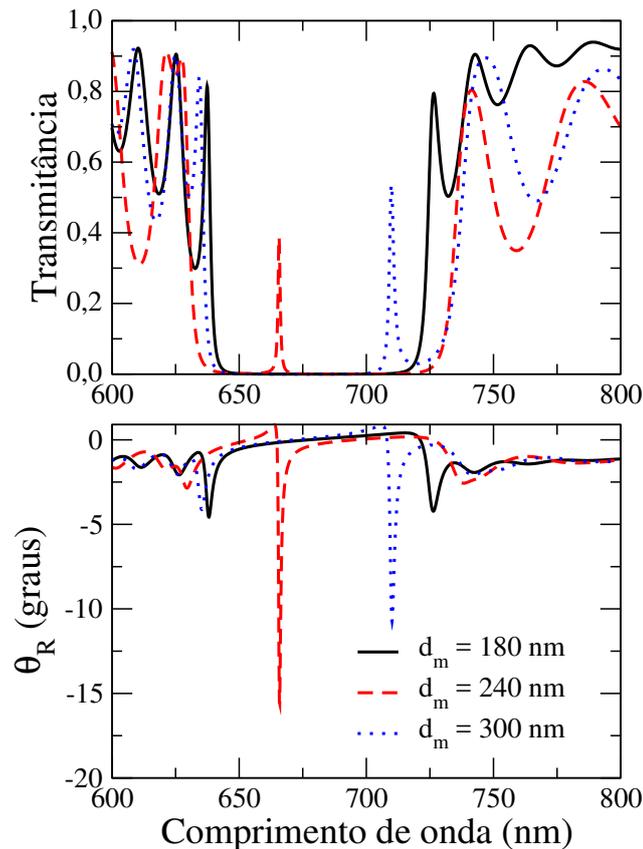


Fonte: Autora, 2019.

polarização linear ao longo do eixo  $x$ . Usamos os parâmetros típicos do modelo anterior para as camadas do Bi:YIG e do cristal líquido 5CB. Em particular,  $\varepsilon'_1 = 5,59$ ,  $\varepsilon''_1 = 5,42 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon'_2 = -3,69 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon''_2 = 2,08 \times 10^{-3}$ ,  $\varepsilon_{\perp}^{opt} = n_o^2(n_o = 1,53)$  e  $\varepsilon_{\parallel}^{opt} = n_e^2(n_e = 1,69)$ . Consideramos um sistema com  $\ell_m = \ell_s = 180$  nm e  $\Delta n = 0,16$ . Calculamos as propriedades espectrais para diferentes valores da espessura da camada de defeito magnético  $d_m$  com  $V/V_{th} = 0$  e mantendo-se  $d_n = 0$  nm, ou seja, sem campo elétrico aplicado e sem defeito nemático. Inicialmente, se  $d_m = 180$  nm temos uma estrutura sem defeito, pois tal espessura corresponde à espessura das demais camadas regulares que compõem o filme magnetofotônico. Devido a isso, não existe modo ressonante dentro da banda de transmissão proibida, como pode ser observado na Figura 5.2(a) e o ângulo de rotação de Faraday ocorre nas bordas da banda proibida, como observado em 5.2(b). Note ainda que, para este caso, a máxima rotação ocorre no mesmo comprimento de onda da transmitância. Em particular, notamos que a transmitância e o ângulo de rotação de Faraday se deslocam para maiores comprimentos de onda a medida que a espessura da

camada de defeito magnético aumenta, apresentando um modo ressonante centrado em  $\lambda_d = 665$  nm quando  $d_m = 240$  nm; e um modo ressonante centrado em  $\lambda_d = 710$  nm quando  $d_m = 300$  nm. Perceba ainda que para  $d_m = 240$  nm,  $\lambda_R = 665$  nm; e para  $d_m = 300$  nm,  $\lambda_R = 710$  nm. Observamos ainda que há um aumento de transmitância a medida que  $d_m$  aumenta. Isso se deve ao fato de que o fenômeno localização da luz diminui na região próxima da borda do *band gap* fotônico. Vale salientar que o ângulo de rotação de Faraday depende diretamente do fenômeno de localização da luz, ou seja, quanto maior for a transmitância menor será o seu valor absoluto, como pode ser observado.

**Figura 5.2:** (a) Espectro de transmissão e (b) ângulo de rotação da polarização quando  $V/V_{th} = 0$  e  $d_n = 0$  nm para distintos valores da espessura da camada de defeito magnético:  $d_m = 180$  nm (linha sólida),  $d_m = 240$  nm (linha tracejada) e  $d_m = 300$  nm (linha pontilhada.). Aqui,  $\ell_m = \ell_s = 180$  nm.



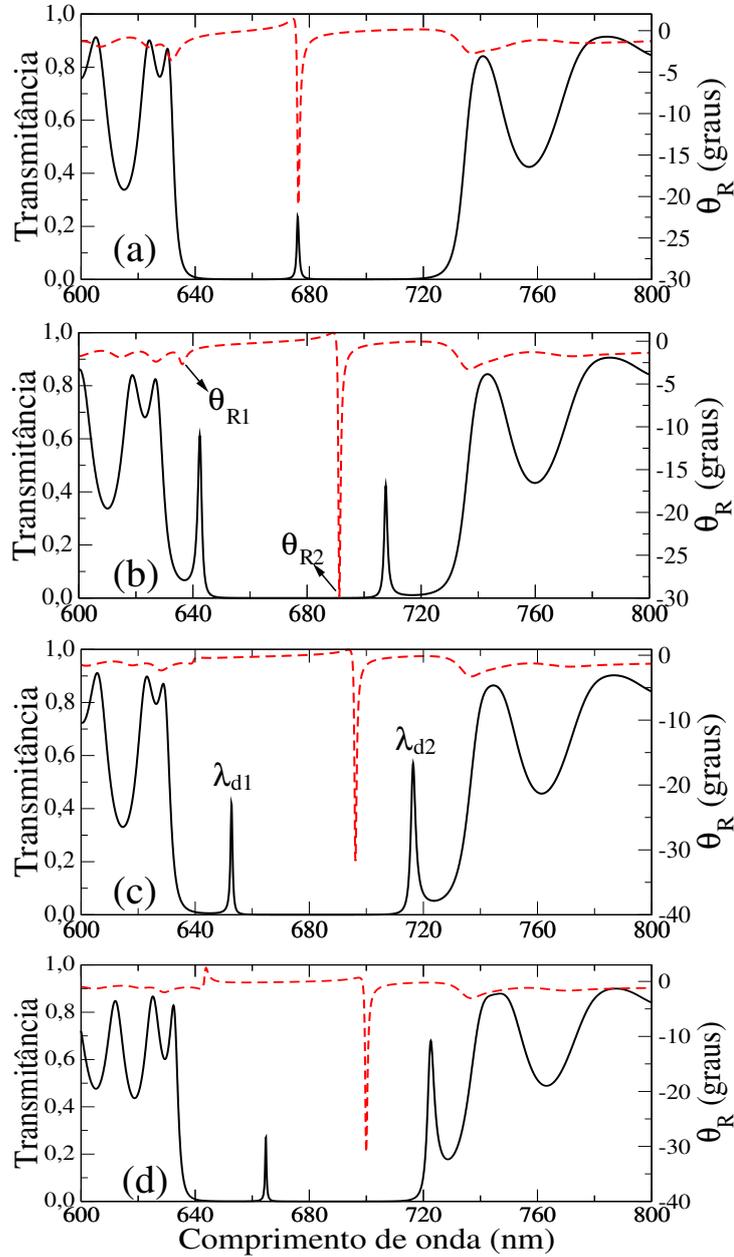
Fonte: Autora, 2019.

Na Figura 5.3 são apresentados os espectros de transmissão e o ângulo de rotação da polarização para diferentes espessuras da camada de defeito nemático  $d_n$  quando  $V/V_{th} =$

0, onde mantivemos a camada de defeito magnético  $d_m = 360$  nm. Na figura 5.3(a) temos o caso correspondente a um sistema multicamadas contendo um defeito magneto-óptico central, uma vez que  $d_n = 0$  nm, de modo que, podemos observar a existência de um modo ressonante dentro da banda de transmissão proibida devido a presença desse defeito. Note que, o comprimento de onda correspondente ao modo de defeito  $\lambda_d$  equivale ao comprimento de onda correspondente ao ângulo de rotação da polarização  $\lambda_R$ , isto é,  $\lambda_d = \lambda_R = 676$  nm.

À medida que aumentamos a espessura de  $d_n$  surge um segundo modo ressonante dentro da banda de transmissão proibida, um modo devido ao defeito magneto-óptico e outro devido ao defeito nemático que ocorrem nos comprimentos de onda  $\lambda_{d1}$  e  $\lambda_{d2}$ , como representado nas Figuras 5.3(b)-(d). Estes modos são acompanhados por dois ângulos de rotação de Faraday,  $\theta_{R1}$  e  $\theta_{R2}$ , cujos comprimentos de onda correspondentes são  $\lambda_{R1}$  e  $\lambda_{R2}$ , respectivamente. O surgimento dos dois modos ressonantes está associado a uma dupla quebra de periodicidade. Note que, com o aumento da espessura de defeito nemático a região onde ocorre a máxima rotação da polarização e a transmitância se deslocam para maiores comprimentos de onda, enquanto a largura da banda proibida permanece praticamente constante. Em particular, na Figura 5.3(b) houve um deslocamento na região onde ocorre a máxima rotação da polarização e a máxima transmitância do modo ressonante. Este comportamento também foi observado no modelo anterior. Além disso, o aumento da espessura da camada nemática provoca um aumento de transmitância do modo ressonante. Notamos também que o valor absoluto do ângulo de Faraday, que é bem mais expressivo do que o valor do modelo anterior, aumenta consideravelmente, mostrando que esta estrutura é muito eficiente para controlar a polarização. Um fenômeno interessante acontece para um grande valor da espessura do defeito nemático ( $d_n = 960$  nm). O ângulo de rotação da polarização  $\theta_{R1}$  aparece invertido e positivo. Esse fenômeno acontece porque  $\theta_{R1}$  é governado pela fase nemática que tende a reorientar no sentido oposto (positivo) ao do material magneto-óptico. Este comportamento continua acontecendo a medida que  $d_n$  aumenta.

**Figura 5.3:** Transmitância e ângulo de rotação da polarização para a sequência alternada de camadas dielétricas ( $SiO_2$ ) e magneto-ópticas (Bi:YIG), quando  $V/V_{th} = 0$  para diferentes espessuras da camada de defeito nemático: (a)  $d_n = 0$  nm, (b)  $d_n = 480$  nm, (c)  $d_n = 720$  nm e (d)  $d_n = 960$  nm. Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm.

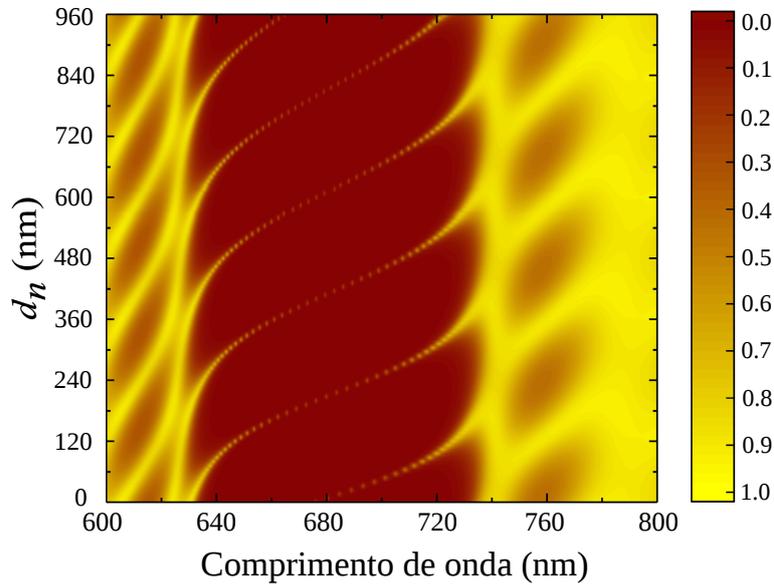


Fonte: Autora, 2019.

Na Figura 5.4, apresentamos a densidade como função da espessura da camada de defeito nemático  $d_n$  para o sistema considerado quando a voltagem aplicada é nula  $V/V_{th} = 0$ , onde mais uma vez consideramos a polarização da luz incidente e o vetor diretor nemático não perturbado  $\hat{n}$  ao longo do eixo  $x$ . A camada de defeito magnético foi mantida cons-

tante  $d_m = 360$  nm. É possível observar o surgimento de um modo ressonante dentro da banda de transmissão proibida no caso em que  $d_n < d_m$ . Tal modo ressonante é devido a presença do defeito magneto-óptico. Por outro lado, o aumento da espessura do defeito nemático ( $d_n > d_m$ ) induz o aparecimento de um segundo modo ressonante dentro da banda de transmissão proibida, como discutido anteriormente.

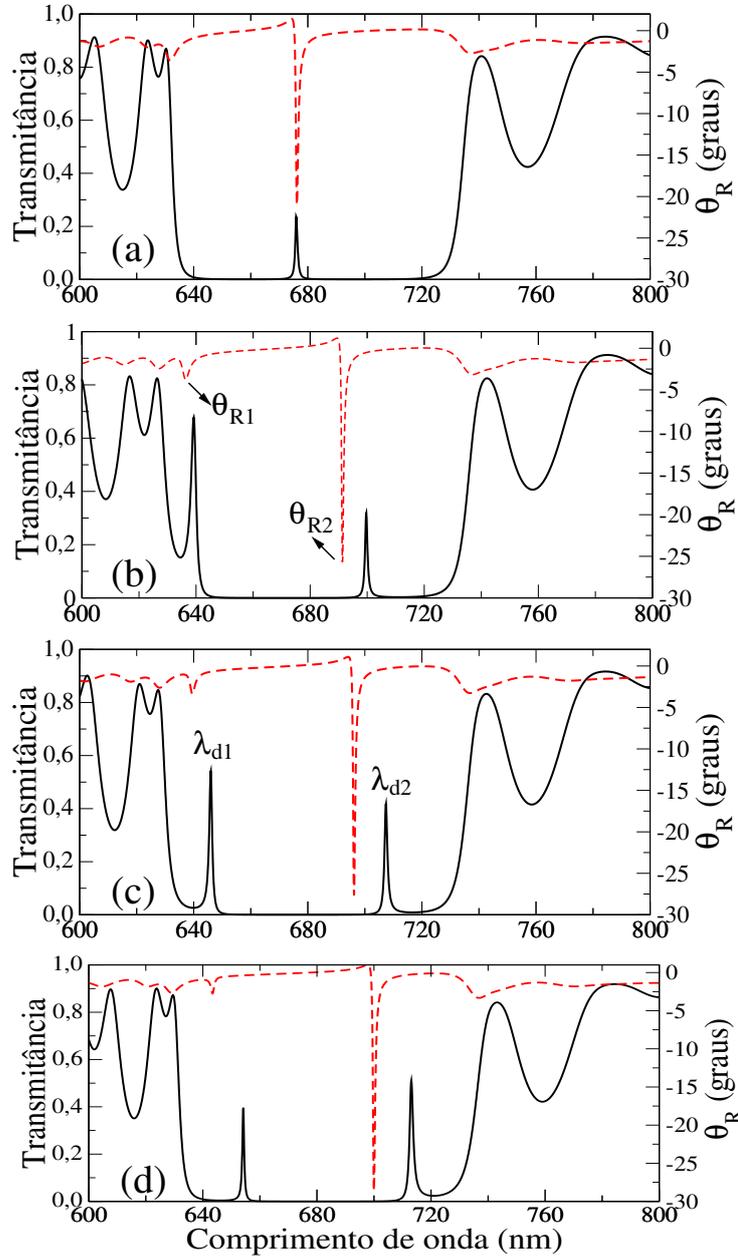
**Figura 5.4:** Densidade como função da espessura da camada de defeito nemático  $d_n$  quando a voltagem aplicada é nula  $V/V_{th} = 0$ . A camada de defeito magnético foi mantida constante  $d_m = 360$  nm.



Fonte: Autora, 2019.

Mais uma vez, na Figura 5.5, temos os espectros de transmissão e o ângulo de rotação da polarização. Foram utilizados os mesmos parâmetros da Figura 5.3 agora para o caso em que fixamos a voltagem um pouco acima do valor limiar, isto é,  $V/V_{th} = 1,6$ . Note que, há um deslocamento do modo ressonante e da máxima rotação da polarização para maiores comprimentos de onda, porém, a distância entre modo ressonante e ângulo de rotação da polarização diminui quando a espessura do defeito nemático aumenta. Além disso, ao contrário do observado na Figura 5.3(d) para  $d_n = 960$  nm a Figura 5.5(d) para o mesmo valor de  $d_n$ , não apresenta o ângulo de rotação  $\theta_{R1}$  invertido e nem positivo, de modo que esse efeito é suprimido pela aplicação da voltagem externa.

**Figura 5.5:** Transmitância e ângulo de rotação da polarização para a sequência alternada de camadas dielétricas ( $SiO_2$ ) e magneto-ópticas (Bi:YIG), quando  $V/V_{th} = 1,6$  para diferentes espessuras da camada de defeito nemático: (a)  $d_n = 0$  nm, (b)  $d_n = 480$  nm, (c)  $d_n = 720$  nm e (d)  $d_n = 960$  nm. Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm.

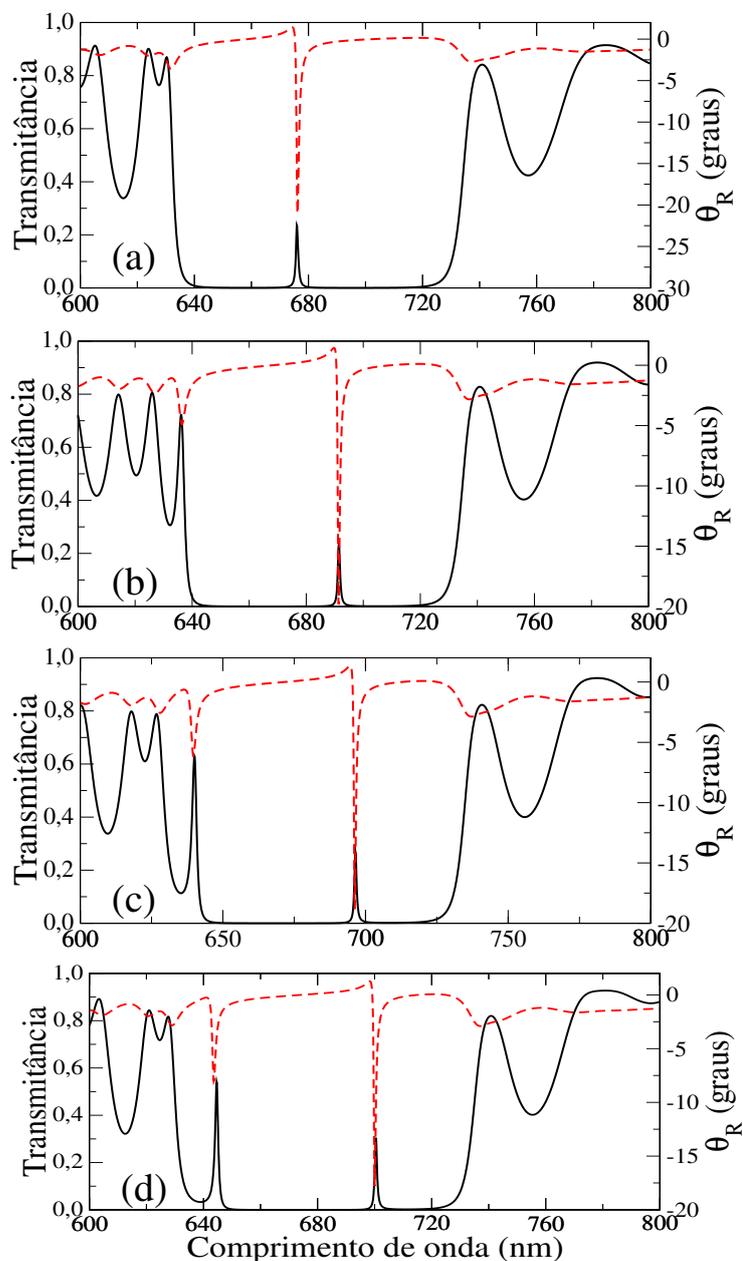


Fonte: Autora, 2019.

Na Figura 5.6 apresentamos o espectro de transmissão e o ângulo de rotação da polarização. Utilizamos uma voltagem bem acima do valor limiar, ou seja,  $V/V_{th} = 8$ . Notamos que em todos os casos o comprimento de onda onde acontece a máxima rotação da polarização coincide com o comprimento de onda do modo de defeito. Isso acontece

pois a voltagem utilizada é bem mais expressiva do que nos casos anteriores. Além disso, observa-se um pequeno deslocamento do modo de defeito e do ângulo de rotação da polarização para maiores comprimentos de onda a medida que a espessura do defeito nemático aumenta.

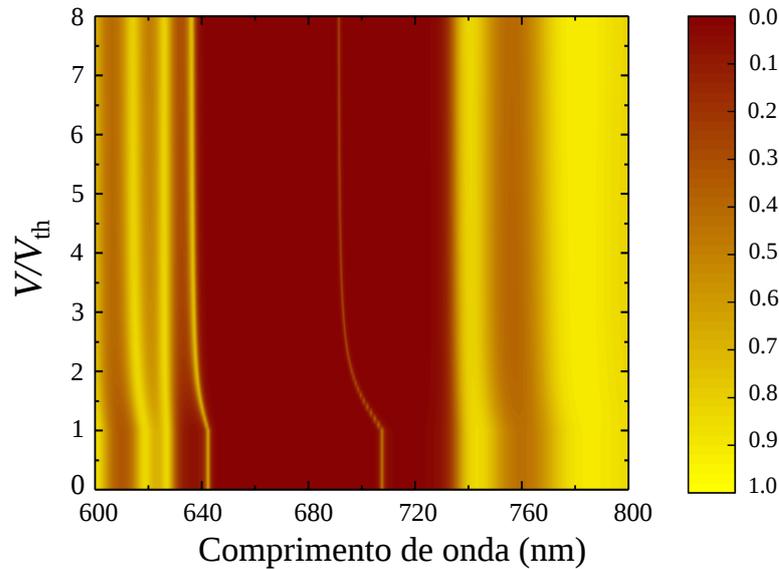
**Figura 5.6:** Transmitância e ângulo de rotação da polarização para a sequência alternada de camadas dielétricas ( $SiO_2$ ) e magneto-ópticas (Bi:YIG), quando  $V/V_{th} = 8$  para diferentes espessuras da camada de defeito nemático: (a)  $d_n = 0$  nm, (b)  $d_n = 480$  nm, (c)  $d_n = 720$  nm e (d)  $d_n = 960$  nm. Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm.



Fonte: Autora, 2019.

Na Figura 5.7, apresentamos a densidade como função da voltagem aplicada para  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm, onde consideramos a polarização da luz incidente e o vetor diretor nemático não perturbado  $\hat{n}$  ao longo do eixo  $x$ . É possível observar que a largura da banda de transmissão proibida não é afetada pela aplicação da voltagem externa, no entanto, os modos ressonantes que estão dentro da banda de transmissão proibida dependem da voltagem externa. Para  $V/V_{th} < 1$  a transmitância permanece constante, no entanto, apresenta um deslocamento para o azul a medida que a voltagem aumenta a partir desse valor. Esse deslocamento está associado com o fato do índice de refração efetivo da camada nemática diminuir [104]. Em particular, a diminuição da transmitância com o aumento da voltagem está associada ao fenômeno de localização da luz.

**Figura 5.7:** Densidade como função da voltagem aplicada para  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm.

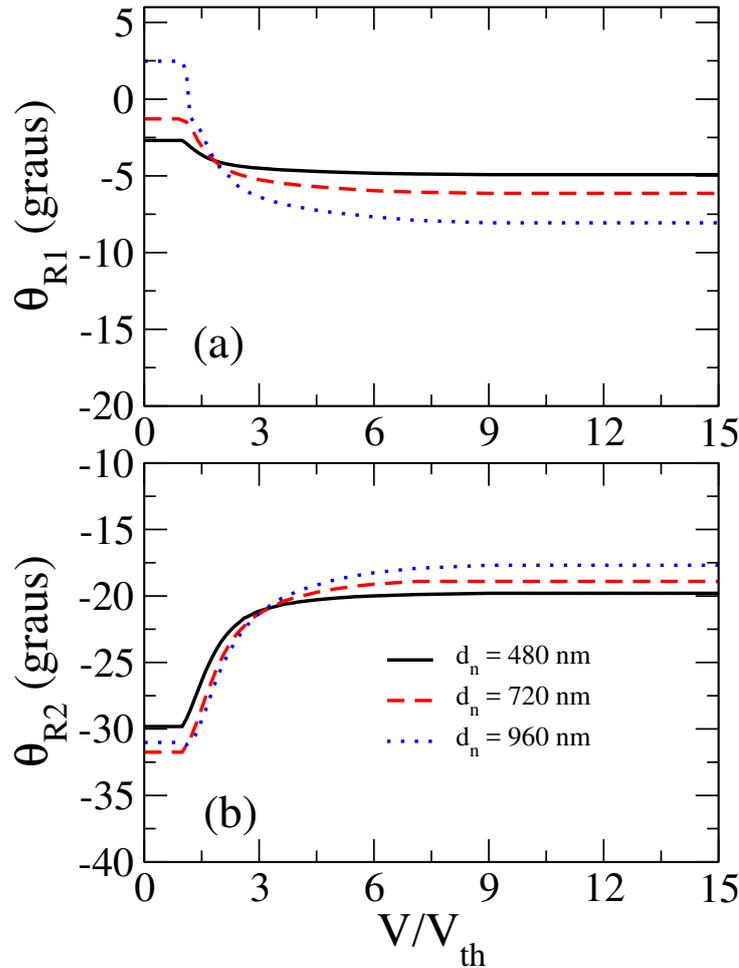


Fonte: Autora, 2019.

Na Figura 5.8 apresentamos os ângulos de rotação da polarização  $\theta_{R1}$  e  $\theta_{R2}$  como função da voltagem aplicada para diferentes valores da espessura do defeito nemático, enquanto a birrefringência nemática é mantida em  $\Delta n = 0,16$ . Na Figura 5.8(a) notamos que para  $V/V_{th} < 1$ , o valor absoluto de  $\theta_{R1}$  se aproxima de zero a medida que a espessura do defeito nemático  $d_n$  aumenta. No entanto,  $\theta_{R1}$  se torna maior que zero para  $d_n = 960$

nm. Este comportamento está associado ao fato de o ângulo de rotação da polarização girar no sentido contrário se tornando positivo, como representado na Figura 5.3(d).

**Figura 5.8:** Ângulos de rotação da polarização  $\theta_{R1}$  e  $\theta_{R2}$  como função da voltagem aplicada para diferentes valores da espessura do defeito nemático. (a) Ângulo de rotação da polarização  $\theta_{R1}$  e (b) Ângulo de rotação da polarização  $\theta_{R2}$ . Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm e  $d_m = 360$  nm.



Fonte: Autora, 2019.

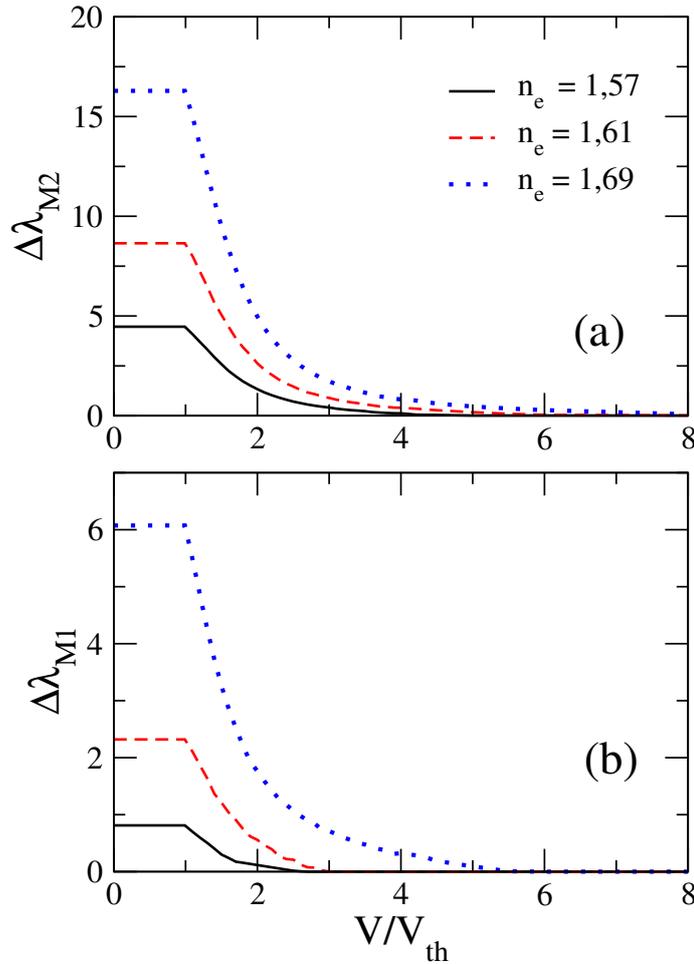
Por outro lado, ao aumentarmos a voltagem aplicada acima do limiar de Fréedericksz, ou seja, para  $V/V_{th} > 1$ , é possível observar um aumento do valor absoluto de  $\theta_{R1}$  que depende da espessura do defeito nemático  $d_n$ . Esse efeito acontece devido ao fenômeno de localização da luz. Na Figura 5.8(b) apresentamos  $\theta_{R2}$  como função da voltagem aplicada. Percebemos que para  $V/V_{th} < 1$  nos casos em que  $d_n = 480$  nm e  $d_n = 720$  nm há um aumento do valor absoluto de  $\theta_{R2}$ , no entanto, para  $d_n = 960$  nm  $\theta_{R2}$

apresenta uma pequena diminuição do seu valor absoluto. Note ainda que ao aumentarmos a voltagem acima do limiar de Fréedericksz ( $V/V_{th} > 1$ ), há uma diminuição monotônico do valor absoluto de  $\theta_{R2}$  que depende da espessura do defeito nemático. Tal fenômeno está associado a um aumento de transmitância, de modo que o valor absoluto do ângulo de rotação da polarização diminui.

Na Figura 5.9, apresentamos a dependência da diferença de comprimento de onda,  $\Delta\lambda_{M1}$  e  $\Delta\lambda_{M2}$ , para os defeitos nemático e magnético, com a voltagem aplicada nas camadas da estrutura megnetrofotônica. Consideramos diferentes valores da birrefringência para a camada nemática, onde usamos distintos valores para os índices de refração extraordinários, enquanto  $n_o$  foi mantido constante ( $n_o = 1.53$ ). Aqui,  $\ell_s = \ell_m = 180$  nm,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm. Em ambos os casos, Figuras 5.9(a) e 5.9(b), observa-se que para  $V/V_{th} < 1$  há uma diferença significativa no comprimento de onda entre as posições de comprimento de onda do modo de defeito e a rotação máxima da polarização que diminui à medida que a birrefringência nemática é reduzida. À medida que a voltagem aplicada é aumentada acima do limiar de Fréedericksz, observa-se uma redução pronunciada da diferença de comprimento de onda, uma vez que o perfil de inclinação não uniforme ocorre na camada nemática. Além disso, essa diferença desaparece quando  $V/V_{th} \gg 1$ .

Na figura 5.10, apresentamos a transmitância em função da voltagem aplicada para a espessura do defeito nemático  $d_n = 720$  nm. A camada de defeito magnético possui espessura  $d_m = 360$  nm e as camadas regulares têm espessuras  $\ell_m = \ell_s = 180$  nm. A curva sólida corresponde aos modos ressonantes que caracterizam-se pelo comprimento de onda  $\lambda_{d1}$ . Note que, para  $V/V_{th} < 1$  a transmitância é constante, no entanto, apresenta um aumento monotônico à medida que a voltagem aplicada aumenta a partir desse valor. Vale salientar que o modo ressonante se desloca para menores comprimentos de onda à medida que a voltagem aplicada aumenta, ficando mais próximo da borda inferior da banda de transmissão proibida. De fato, quanto mais próximo das bordas do *band gap* fotônico o modo ressonante estiver maior será a transmitância. Um cenário semelhante é observado

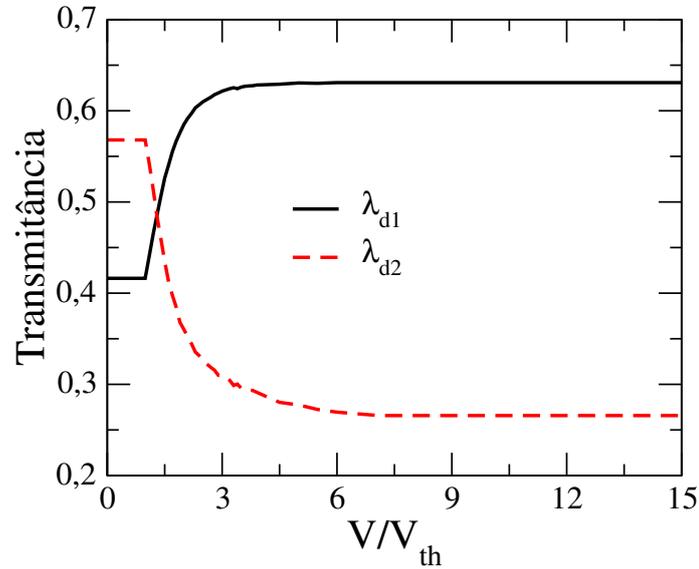
**Figura 5.9:** Deslocamento entre o comprimento de onda do modo ressonante e o ângulo de rotação da polarização como função da voltagem aplicada para valores distintos do índice de refração extraordinário da camada nemática ( $n_o = 1,53$ ):  $n_e = 1,57$  (linha sólida),  $n_e = 1,61$  (linha tracejada) e  $n_e = 1,69$  (linha pontilhada).  $\Delta\lambda_{M1}$  e  $\Delta\lambda_{M2}$  correspondem aos deslocamentos referentes aos defeitos nemático e magnético. Observe que o deslocamento do comprimento de onda desaparece à medida que a voltagem aplicada é aumentada acima do limiar de Fréedericksz. Aqui,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm.



para os modos ressonantes referentes ao comprimento de onda  $\lambda_{d2}$  (curva tracejada). Para  $V/V_{th} < 1$  a transmitância é constante, porém, apresenta uma diminuição monotônica à medida que a voltagem aumenta. Mais especificamente, estes modos ressonantes que antes estavam na região próximo à borda superior do *band gap* fotônico deslocam-se para menores comprimentos de onda, ficando mais próximos do centro da banda proibida, de modo a favorecer o fenômeno de localização da luz, diminuindo assim a transmitância.

Os coeficientes de transmissão da luz,  $T_x$  e  $T_y$ , podem ser usados para calcular o

**Figura 5.10:** Transmitância em função da voltagem aplicada para a espessura do defeito nemático  $d_n = 720$  nm. A camada de defeito magnético possui espessura  $d_m = 360$  nm e as camadas regulares têm espessuras  $\ell_m = \ell_s = 180$  nm. A curva sólida corresponde aos modos ressonantes referentes ao comprimento de onda  $\lambda_{d1}$ . Já a curva tracejada corresponde aos modos ressonantes referentes ao comprimento de onda  $\lambda_{d2}$ .



Fonte: Autora, 2019.

ângulo de rotação da polarização de acordo com a Equação 3.45 e, além disso, podem ser usados para determinar a densidade de estados  $\rho(\omega)$  que é uma importante grandeza na caracterização de sistemas fotônicos, a qual indica o número de estados por unidade de energia por unidade de volume, área ou comprimento para sistemas tridimensionais, bidimensionais e unidimensionais, respectivamente. A densidade de estados pode ser determinada de acordo com a seguinte Equação:

$$\rho(\omega) = \frac{1}{L} \frac{T_y \frac{dT_x}{d\omega} - T_x \frac{dT_y}{d\omega}}{T_y^2 + T_x^2}, \quad (5.1)$$

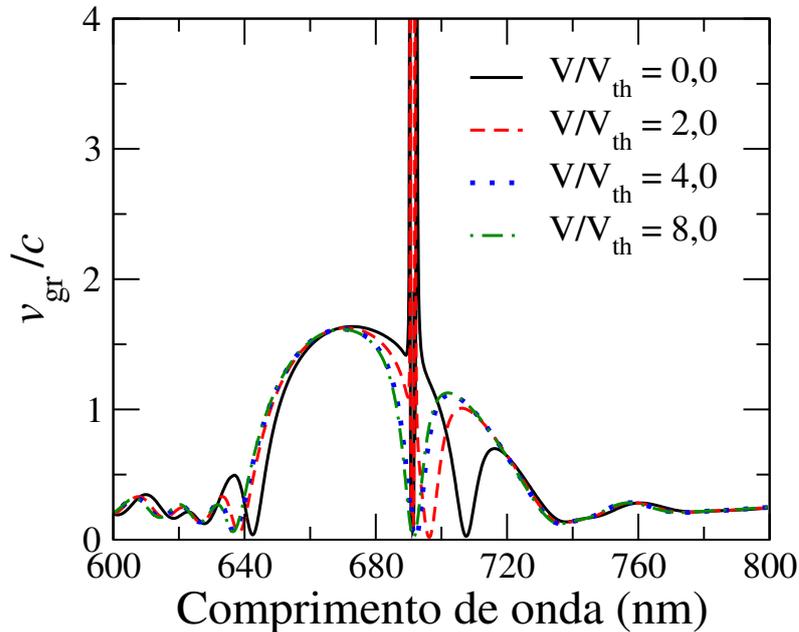
onde  $L$  é a espessura total do filme e  $v_{gr} = 1/\rho(\omega)$  é a velocidade de grupo. Além disso, o ângulo de rotação da polarização depende da diferença entre o inverso das velocidades de grupo  $v_{gr}$  e de fase  $v_{ph}$ , respectivamente:

$$\theta_R = \Omega \left( \frac{1}{v_{gr}} - \frac{1}{v_{ph}} \right) L , \quad (5.2)$$

onde  $\Omega$  é a frequência de Larmor.

A Figura 5.11 apresenta a razão  $v_{gr}/c$  em função do comprimento de onda para diferentes valores da voltagem aplicada. Aqui  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm. É possível notar que nos casos em que a voltagem aplicada é baixa,  $V/V_{th} = 0,0$  e  $V/V_{th} = 2,0$ , existe uma anomalia na velocidade de grupo que acontece dentro da banda de transmissão proibida e que está associada ao comprimento de onda correspondente a máxima rotação da polarização que ocorre em  $\lambda_{R2} = 691$  nm. Essa anomalia, que é caracterizada por uma

**Figura 5.11:** Razão entre a velocidade de grupo e a velocidade da luz  $v_{gr}/c$  em função do comprimento de onda para diferentes valores da voltagem aplicada. Aqui,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm.



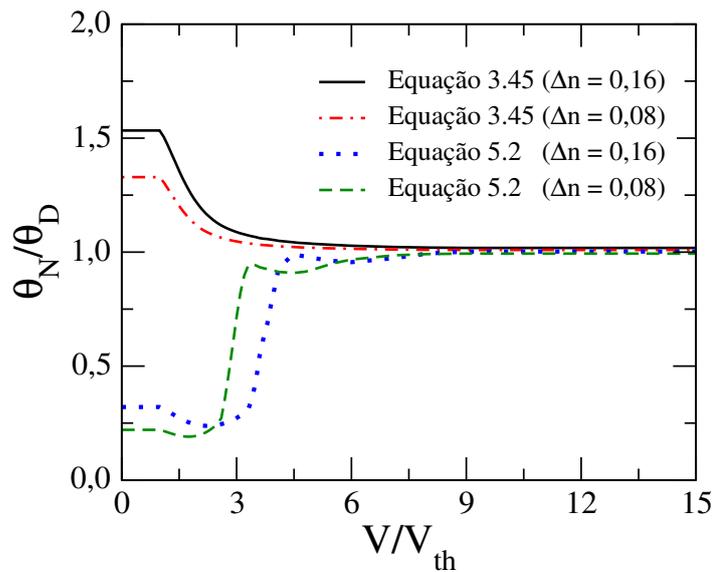
Fonte: Autora, 2019.

velocidade de grupo  $v_{gr}$  maior que a velocidade da luz  $c$ , acontece para baixas voltagens porque existe o deslocamento entre o comprimento de onda do modo ressonante e o comprimento de onda do ângulo de rotação da polarização. O deslocamento acontece porque o modo que gira a polarização da luz não é transmitido, da mesma forma que o modo que

é transmitido não gira a polarização. A anomalia desaparece para altas voltagens, caso em que o comprimento de onda do modo ressonante coincide com o comprimento de onda da máxima rotação da polarização, como podemos observar nos casos em que  $V/V_{th} = 4,0$  e  $V/V_{th} = 8,0$ . Em particular, a velocidade de grupo tende a zero nos comprimentos de onda correspondentes aos modos ressonantes dos defeitos magneto-óptico e nemático.

Na figura 5.12 temos a razão entre o ângulo de rotação da polarização  $\theta_N$  para um sistema contendo dois defeitos, um magneto-óptico e outro nemático, e o ângulo de rotação da polarização  $\theta_D$  de um sistema contendo dois defeitos sendo que um é magneto-óptico e o outro dielétrico, como função da voltagem aplicada para distintos valores da birrefringência nemática  $\Delta n$ . Em particular, mantivemos a espessura do defeito magneto-óptico constante  $d_m = 360$  nm e as espessuras dos defeitos nemático  $d_n = 480$  nm e dielétrico  $d_d = 480$  nm.

**Figura 5.12:** Razão entre o ângulo de rotação da polarização  $\theta_N$  para um sistema contendo dois defeitos, um magneto-óptico e outro nemático, e o ângulo de rotação da polarização  $\theta_D$  de um sistema contendo dois defeitos sendo que um é magneto-óptico e o outro dielétrico, como função da voltagem aplicada para distintos valores da birrefringência nemática  $\Delta n$ . A razão  $\theta_N/\theta_D$  correspondente a Equation 1 foi calculada usando a Equação 3.45 enquanto a razão correspondente a equation 2 foi calculada através da Equação 5.2. Aqui,  $d_m = 360$  nm e  $d_n = 480$  nm.



Fonte: Autora, 2019.

A razão  $\theta_N/\theta_D$  correspondente às curvas preta (linha sólida) e vermelha (linha tracejada-

pontilhada) foi calculada através da Equação 3.45, enquanto a razão correspondente às curvas verde (linha tracejada) e azul (linha pontilhada) foi calculada através da Equação 5.2. É possível observar que, ao analisarmos as curvas correspondentes a Equação 3.45, para  $V/V_{th} < 1$ , a razão  $\theta_N/\theta_D$  permanece constante e depende da birrefringência nemática  $\Delta n$ . Por outro lado,  $\theta_N/\theta_D$  apresenta uma diminuição monotônica que se aproxima da unidade à medida que aumentamos a voltagem acima do limiar de Fréedericksz ( $V/V_{th} > 1$ ). Quando analisamos as curvas referentes a Equação 5.2 notamos que para  $V/V_{th} < 1$ , a razão  $\theta_N/\theta_D$  é constante e depende da birrefringência nemática. À medida que a voltagem aumenta acima do limiar de Fréedericksz ( $V/V_{th} > 1$ ), há um aumento monotônico de  $\theta_N/\theta_D$  que também tende a 1. Em particular, a Equação 5.2 é válida apenas para sistemas que não possuem dupla birrefringência, sendo válida apenas para o caso em que um meio é birrefringente e o outro não. Entretanto, para uma voltagem externa alta percebemos que a razão  $\theta_N/\theta_D$  também tende a 1, como acontece com o resultado correspondente a Equação 3.45 que é válida para sistemas em que os dois meios são birrefringentes. Isso acontece porque no limite  $V/V_{th} \gg 1$ , a camada líquido-cristalina torna-se quase isotrópica sendo governada pelo índice de refração ordinário  $n_o$ .

# 6

## CONCLUSÕES

Neste trabalho, investigamos os efeitos da reorientação do diretor nas propriedades espectrais de uma estrutura multicamadas composta por uma sequência alternada de camadas magnéticas e nemáticas, que apresenta um defeito magneto-óptico central. Utilizando o formalismo de Berreman, estudamos como os fenômenos de localização da luz e de rotação da polarização são afetados pela ocorrência do perfil de inclinação do diretor, quando uma voltagem externa é aplicada nas camadas nemáticas com fortes condições de contorno planares. Nossos resultados revelaram que as posições espectrais do modo de defeito e do *band gap* fotônico são deslocadas para menores comprimentos de onda à medida que a voltagem aplicada é elevada acima do limiar de Fréedericksz. Observou-se que tal deslocamento para o azul está associado à redução do índice de refração efetivo para a propagação de uma onda extraordinária através das camadas líquido-cristalinas, à medida que o diretor nemático é inclinado pelo campo elétrico externo. Além disso, verificamos que a rotação da polarização da luz transmitida aumenta à medida que o diretor é reorientado, sendo governada pela contribuição girotrópica das camadas magneto-ópticas na estrutura magnetofotônica. Observou-se que a reorientação do diretor afeta a diferença de comprimento de onda típico entre as posições do modo de defeito e as rotações máximas da polarização de uma estrutura fotônica unidimensional baseada em materiais que apresentam birrefringência circular e linear. Mais especificamente, mostramos que a reorientação induzida pelo campo no diretor nemático pode suprimir a diferença de comprimento de onda quando o campo elétrico externo está bem acima do limiar de Fréedericksz. Neste caso, a reorientação nemática fornece um mecanismo eficiente para controlar os fenômenos de localização da luz e de rotação da polarização em cristais fotônicos baseados em

materiais que apresentam distintos tipos de birrefringência

O Formalismo de Berreman também foi utilizado para caracterizar as propriedades espectrais de uma estrutura multicamadas unidimensional constituída de camadas magnéticas e dielétricas ( $\text{SiO}_2$ ) contendo dois defeitos centrais, um magneto-óptico e outro nemático. Analisamos os efeitos associados à espessura dos defeitos e à aplicação de uma voltagem externa. Em particular, vimos dois modos ressonantes surgem dentro da banda de transmissão proibida, um devido ao defeito magneto-óptico e outro devido ao defeito nemático. Os resultados obtidos mostraram que ao aumentar-se a espessura do defeito nemático os modos de defeito se deslocam para maiores comprimentos de onda, enquanto a largura da banda proibida permanece praticamente constante. Vimos também que o deslocamento entre o comprimento de onda do modo ressonante e o ângulo de rotação da polarização desaparece quando  $V/V \gg 1$ . Além disso, mostramos que existe uma anomalia na velocidade de grupo que acontece dentro da banda de transmissão proibida e que está associada ao comprimento de onda correspondente a máxima rotação da polarização.

De fato, o controle de campo da transmitância e o estado de polarização dos modos de defeito podem ser úteis para adaptar uma nova geração de dispositivos ópticos baseados em estruturas empilhadas de camadas nemáticas e magnéticas, como isoladores ópticos [93], portas lógicas [99], moduladores espaciais de luz [42] e interruptores ópticos [106].

# Bibliografija

- [1] Painter, O., Lee, R. K., Scherer, A., Yariv, A., O'Brien, J. D., Dapkus, P. D., and Kim, I., *Science* **284**, 1819 (1999).
- [2] Yanik, M. F., Sh. Fan, Soljačić, M. and Joannopoulos, J. D., *Optics Letters* **28**, 2506 (2003).
- [3] Almeida, V. R., Barrios, C. A., Panepucci, R. R., and Lipson, M., *Nature* **431**, 1081 (2004).
- [4] Reinitzer, F. *Monatsh. Chem.* **9**, 421 (1888).
- [5] Reinitzer, F. *Liquid Crystals.* **5**, 7 (1989).
- [6] Dunmur, D. and Sluckin, T. *Soap, science and flat-screen TVs: a history of liquid crystals.* Oxford University Press, (2010).
- [7] O. Lehmann, *Zeitschrift fur Chemie* **4**, 462 (1889).
- [8] Volander, D. *Z. Phys. Chem.* **105**, 211 (1923).
- [9] Friedel, G. *Ann. Physique* **18**, 273 (1922).
- [10] Oseen, C. W. *Arkiv För Matematik, Astronomi Och Fysik* **19A**, 1 (1925).
- [11] Oseen, C. W. *Trans. Faraday Soc.* **29**, 883 (1933).
- [12] Frank, F. C. *Discuss. Faraday Soc.* **25**, 19 (1958).
- [13] Brown, G. H. and Shaw, W. G. *Chem. Rev.* **57**, 1049 (1957)
- [14] Maier, W. and Saupe, A. *Z. Naturforsch.* **A 13**, 564 (1958).
- [15] Maier, W. and Saupe, A. *Z. Naturforsch.* **A 14**, 882 (1959).

- 
- [16] Maier, W. and Saupe, A. *Z. Naturforsch.* **A 15**, 287 (1960).
- [17] Heilmeyer, G., Zanoni, L., and Barton, L., editors. *Dynamic scattering: A new electrooptic effect in certain classes of nematic liquid crystals*, volume 56. Proceedings of the IEEE, Julho (1968).
- [18] de Gennes, P. e Prost, J., *The Physics of Liquid crystals*. Oxford, New York, 2nd edition, (1993).
- [19] Kawamoto, H. *Proceedings of the IEEE* **90**(4) (2001).
- [20] Schadt, M. e Helfrich, W. *Applied Physics Letters* **18**, 127 (1971).
- [21] Lechner, B. J., Marlowe, F. J., Nester, E. O., and Tufts, J. *Proc. IEEE* **59**, 1566-1579 November (1971).
- [22] Termine, R., De Simone, B. C., and Golemme, A. *Applied Physics Letters* **78** (2001).
- [23] Anczykwska, A., Bartkiewicz, S., Nyk, M. and Mysliwiec, J. *Applied Physics Letters* **99**, 191109 (2011).
- [24] Hu, W., Srivastava, A. K., Lin, X.-W., Liang, X., and Wu, Z.-J. *Applied Physics Letters* **100**, 111116 (2012).
- [25] Formariz, T. P., Urban, M. C. C., Junior, A. A. S., Gemião, M. P. D. e Oliveira, A. G. *Revista Brasileira de Ciências Farmacêuticas* **41**, 301 (2005).
- [26] Goymann, C. C. M. *European Journal os Pharmaceutics and Biophaemaceutics* **58**, 343 (2004).
- [27] Stevenson, C. L. e Lechuga-Ballesteros, D. *Journal os Pharmaceutical Sciences* **94**, 1861 (2005).
- [28] Woltman, S. J. , Jay, G. D. e Crawford, G. P. *Nature Materials* **6**, 929 (2007).
- [29] Miroshnichenko, A. E. e Kivshar, Y. *Applied Physics Letters* **91**, 3511 (2008).
-

- 
- [30] Aldred, M.P., Contoret, A. E. A., Farrar, S. R., Kelly, S. M., Mathieson, D., O'Neill, M., Tsoi, W. e Vlachos, P. *Advanced Materials* **17**, 1368 (2005).
- [31] O'Neill, M. e Kelly, S. M. *Advanced Materials* **15**, 1135 (2003).
- [32] Driesena, K., Moorsa, D., Beeckmanb, J., Neytsb, K., Gorller-Walranda, C. e Binnemansa, K. *Journal of Luminescence* **127**, 611 (2007).
- [33] De Cort, W., Beeckman, J., James, R., Anibal Fernández, F., Baets. R. e Neyts, K. *Optics Letters* **34**, 2054 (2009).
- [34] Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., and Meade, R. D. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, 2nd ed. (Princeton University Press, 2008).
- [35] Sakoda, K. *Optical Properties of Photonic Crystals*, 2nd ed. (Springer, 2005).
- [36] John, S. *Physical Review Letters* **58**, 2486 (1987).
- [37] Yablonovitch, E. *Physical Review Letters* **58**, 2059 (1987).
- [38] Joannopoulos, J.D., Villeneuve, P. R., and Fan, S. *Nature* **386**, 143 (1997).
- [39] Chandrasekhar, S., *Liquid Crystals*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1992).
- [40] Amet, J., Baida, F. I., Burr, G. W., and Bernal, M. P. *Photonics and Nanostruct.* **6**, 47 (2008).
- [41] Wang, D.-W., Zhou, H.-T., Guo, M.-J., Zhang, J.-X., Ev-ers, J., and Zhu, S.-Y. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 093901 (2013).
- [42] Inoue, M., Fujikawa, R., Baryshev, A., Khanikaev, A., Lim, P. B., Uchida, H., Aktsipetrov, O., Fedyanin, A., Murzina, T., and Granovsky, A. *J. Phys. D* **39**, R151 (2006).
- [43] Lepeshkin, N. N., Schweinsberg, A., Piredda, G., Bennink, R. S., and Boyd, R. W. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123902 (2004).

- 
- [44] Lahini, Y., Avidan, A., Pozzi, F., Sorel, M., Morandotti, R., Christodoulides, D. N., and Silberberg, Y. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 013906 (2008).
- [45] Inoue, M., Arai, K., Fujii, T., and Abe, M. *Journal of Applied Physics.* **85**, 5768 (1999).
- [46] Yablonovitch, E. and Gmitter, T. J. *Physical Review Letters* **63**, 18 (1989).
- [47] Fleischer, J. W., Segev, M., Efremidis, N. K., and Christodoulides, D. N. *Nature* **422**, 147 (2003).
- [48] Neto, A. F. e Salinas, S. *The physics of lyotropic liquid crystals: phase transitions and structural properties* . Oxford University Press, 1st edition, (2005).
- [49] Zhang, Z. and Satpathy, S. *Physical Review Letters* **65**, 21 (1990).
- [50] Ho, K. M., Chan, C. T. and Soukoulis, C. M. *Physical Review Letters* **65**, 25 (1990).
- [51] Yablonovitch, E., Gmitter, T. J. and Leung, K. M. *Physical Review Letters* **67**, 17 (1991).
- [52] Yablonovitch, E. and Gmitter, T. J. *Physical Review Letters*, **67**, 24 (1991).
- [53] Özbay, E., Abeyta, A., Tuttle, G., Tringides, M., Biswas, R., Chan, C. T., Soukoulis, C. M. and Ho, K. M. *Physical Review* **B50**, 3 (1994).
- [54] Busch, K. and John, S. *Physical Review E* **58**, 3 (1998).
- [55] Meade, R. D., Brommer, K. D., Rappe, A. M. and Joannopoulos, J. D. *Applied Physics Letters* **61**, 4 (1992).
- [56] Villeneuve, P. R., Fan, S. and Joannopoulos, J. D. *Applied Physics Letters* **67**, 2 (1995).
- [57] Yoshie, T., Shchekin, O. B., Chen, H., Deepe, D. G. and Scherer, A., **38**, No 17 (2002).

- [58] Nozaki, K., Kita, S. and Baba, T., *Optics Express* **15**, 12 (2007).
- [59] Skivesen, N., Têtu, A. and Kristensen, M., *Optics Express*, **15**, 6 (2007).
- [60] Lee, M. and Fauchet, P. M., *Optics Express* **15**, 8 (2007).
- [61] Kumar, S. *Liquid Crystals: Experimental Study of Physical Properties and Phase Transitions*. Cambridge, 1st edition, (2001).
- [62] Funahashi, M. and Hanna, J. I. *Physical review letters* **78** 2184 (1997).
- [63] Klinger, D.S., J. L. e Randall, C., *Polarized Light in Optics and Spectroscopy*. Academic Press, San Diego, 1st edition, (1990).
- [64] Khoo, I. C. and Wu, S. T. *Optics and Nonlinear Optics of Liquid Crystals* (World Scientific, Singapore, 1992).
- [65] Andrienko, D. *Introduction to liquid crystals*, volume 7 (2006).
- [66] Mauguin, C.C. *R. A ad. Sci. Paris* **156**, 1246 (1913).
- [67] de Jeu, W., *Physics Properties of Liquid Crystalline Materials*. Academic Press, New York, 1st edition, (1980).
- [68] Zvezdin, A. K. e Belotelov, V. I., *Euro Physics Journal B* **37**, 479 (2004).
- [69] Jeffrey McCord, *Appl. Phys.* **48** (2015) 333001 (43pp).
- [70] Faraday, M., *Trans. Roy. Soc.* **5**, 592 (1846).
- [71] Kerr, J., *Philosophical Magazine* **339** (1877).
- [72] Chen, J. e Chen, L. *Journal of Physics D; Applied Physics* **38**, 1118 (2005).
- [73] Takeda, H. e John, S. *Physical Review A* **78**, 023804 (2008).
- [74] Bitá, I. e Thomas, E. L. *Journal of the Optical Society of America B* **22** , 1199 (2005).

- 
- [75] Kato, H., Matsushita, T., Takayama, A., Egawa, M., Nishimura, K., and Inoue, M. *Journal of Applied Physics* **93**, 3906 (2003).
- [76] Boswarva, I. M., Howard, R. E. e Lidiard, A. B. *The Royal Society Publishing* **269**, 1336 (1962).
- [77] Deuling, H. J. *Solid State Phys. Suppl. 14: Liquid Crystals*, ed. L. Liebert (Academic, New York, 1978).
- [78] Dunmur, D., Fukuda, A. , and Luckhurst, G. *Physical Properties of Liquid Crystals: Nematics* (Inspec, London, 2001).
- [79] Schmidtke, J. e Finkelmann, H. *Physical Review Letters* **90**, 083902 (2003).
- [80] Schmidtke, J. e Stille, W. *The European Physical Journal B* **31**, 179-194 (2003).
- [81] Zografopoulos, D. C., Kriezis, E. E., Mitov, M. e Binet, C. *Physical Review E* **76**, 061701 (2006).
- [82] Berreman, D. W. *Journal of the Optical Society of America B* **62**, 502 (1972).
- [83] Jones, R. *Journal of the Optical Society of America* **31**, 488 (1941).
- [84] Born, M. e Wolf, E. *Principles of optics*. Pergamon, New York, 6th edition, (1970).
- [85] Azzam, R. e Bashara, N. *Ellipsometry and polarized light*. North-Holland, New York, 1st edition, (1987).
- [86] Drude, P. *The Theory of Optics*. Translated by C.R. Mann and R.A. Millikan, New York, 1st edition, (1922).
- [87] Born, M. *Optik: Ein Lehrbuch der Elektromagnetischen Lichttheorie*. Julius Springer, Berlin, 1st edition, (1933).
- [88] Stallinga, S. *Journal of Applied Physics* **85**, 3023 (1999).
- [89] da Silva, R. R., Zanetti, F. M., and de Oliveira, I. N. *Physical Review E* **82**, 061704 (2010).

- [90] Nascimento, E. M., de Oliveira, I. N., and Lyra, M. L. *Journal of Applied Physics* **104**, 103511 (2008).
- [91] Kahl, S. and Grishin, A. M. *Physical Review B* **71**, 205110 (2005).
- [92] Jonsson, F. and Flytzanis, C. *Physical Review Letters* **96**, 063902 (2006).
- [93] Tuz, V. R., Prosvirnin, S. L. and Zhukovsky, S. V. *Physical Review A* **85**, 043822 (2012)
- [94] Romodina, M. N., Soboleva, I. V., Musorin, I. A., Nakamura, Y., Inoue, M., and Fedyanin, A. A. *Phys. Rev. B* **96**, 081401(R) (2017).
- [95] Mehdian, H., Mohammadzahery, Z. and Hasanbeigi, A. *J. Phys. D* **48**, 305101 (2015).
- [96] Gamet, E., Varghese, B., Verrier, I., and Royer, F. *J. Phys. D* **50**, 495105 (2017).
- [97] Sadatgol, M., Rahman, M., Forati, E., Levy, M., and Güney D. Ö. *Journal of Applied Physics* **119**, 103105 (2016).
- [98] Wang, Z. and Fan, S. *Optics Letters* **30**, 1989 (2005).
- [99] Zhou, L. and Sheng, Y. B. *Physical Review A* **92**, 042314 (2015).
- [100] Vasiliev, M., Alameh, K. E., Belotelov, V. I., Kotov, V. A. and Zvezdin, A. K. *J. Lightwave Technol.* **24**, 2156 (2006).
- [101] Murzina, T. V., Kim, E. M., Kapra, R. V., Moshnina, I. V., Aktsipetrov, O. A., Kurdyukov, D. A., Kaplan, S. F., Golubev, V. G., Bader, M. A. and Marowsky, G. *Applied Physics Letters* **88**, 022501 (2006).
- [102] Aktsipetrov, O. A., Dolgova, T. V., Fedyanin, A. A., Murzina, T. V., Inoue, M., Nishimura, K. and Uchida, H. *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 176 (2005).
- [103] da Silva, R. R., Zanetti, F. M. , and de Oliveira, I. N. *Physical Review E* **89**, 012508 (2014).

- 
- [104] Scharf, T. *Polarized Light in Liquid Crystals and Polymers* (Wiley & Sons, New Jersey, 2007).
- [105] Levy, M. *Journal of Applied Physics*. **99**, 073104 (2006).
- [106] Musorin, A. I., Sharipova, M. I., Dolgova, T. V., Inoue, M., and Fedyanin, A. A. *Physical Review Applied* **6**, 024012 (2016).
- [107] Sakaguchi, S., Sugimoto, N. *Journal of Lightwave Technology* 17 (6) (1999).

## APÊNDICE A

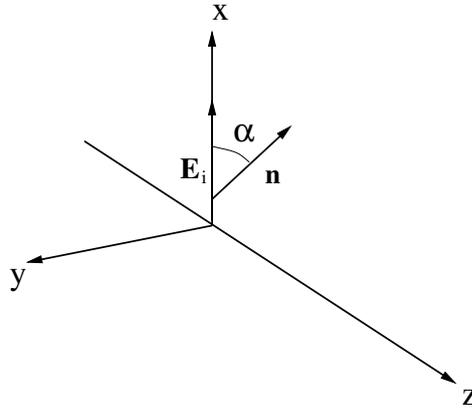
Aqui, nosso objetivo é determinar a equação que governa o ângulo de inclinação do vetor diretor  $\alpha(z)$ .

A densidade de energia nemática  $F_N$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_N = \frac{K_1}{2}(\nabla \cdot \vec{n})^2 + \frac{K_2}{2}[\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n}]^2 + \frac{K_3}{2}[\vec{n} \times (\nabla \times \vec{n})]^2, \quad (7.1)$$

onde  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são as constantes elásticas responsáveis pelo custo energético para gerar deformações.

**Figura 7.1:** Ângulo entre o eixo  $x$  e o vetor diretor  $\hat{n}$ .



Fonte: Autora, 2018.

Pela Figura 7.1 temos que  $\alpha = \alpha(z)$ ,  $n_x = \cos \alpha(z)$ ,  $n_y = 0$  e  $n_z = \sin \alpha(z)$ . Desse modo, podemos escrever o divergente de  $\vec{n}$ :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{n} &= \left( \frac{\partial n_x}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial n_y}{\partial y} \right) + \left( \frac{\partial n_z}{\partial z} \right), \\ &= \cos \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right),\end{aligned}\tag{7.2}$$

e

$$[\nabla \cdot \vec{n}]^2 = \cos^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2.\tag{7.3}$$

O rotacional de  $\vec{n}$  será dado por:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{n} &= \hat{x} \left( \frac{\partial n_z}{\partial y} - \frac{\partial n_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left( \frac{\partial n_x}{\partial z} - \frac{\partial n_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left( \frac{\partial n_y}{\partial x} - \frac{\partial n_x}{\partial y} \right) \\ &= \hat{y} \frac{\partial n_x}{\partial z} \\ &= \hat{y} \left[ -\sin \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right) \right].\end{aligned}\tag{7.4}$$

Dessa forma  $\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n} = 0$ . Temos ainda que

$$\begin{aligned}\vec{n} \times (\nabla \times \vec{n}) &= [\hat{x} \cos \alpha + \hat{z} \sin \alpha] \times \hat{y} \left[ -\sin \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right) \right] \\ &= \hat{x} \left[ \sin^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right) \right] + \hat{z} \cos \alpha \sin \alpha \frac{d\alpha}{dz}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[\vec{n} \times (\nabla \times \vec{n})]^2 &= \sin^4 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 \\ &= \sin^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 [\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha] \\ &= \sin^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2.\end{aligned}\tag{7.5}$$

Sendo assim, podemos reescrever a Equação 7.1 como

$$F_N = \frac{K_1}{2} \cos^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 + \frac{K_3}{2} \sin^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 . \quad (7.6)$$

Vamos agora minimizar a densidade de energia nemática. Pela equação de Euler-Lagrange, temos:

$$\frac{\partial F_N}{\partial \alpha} - \frac{d}{dz} \left[ \frac{\partial F_N}{\partial \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)} \right] = 0, \quad (7.7)$$

onde

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_N}{\partial \alpha} &= \frac{K_1}{2} 2 \cos \alpha (-\sin \alpha) \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 + \frac{K_3}{2} 2 \sin \alpha \cos \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 \\ &= (K_3 - K_1) \cos \alpha \sin \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 \\ &= \left( \frac{K_3 - K_1}{2} \right) \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 , \end{aligned} \quad (7.8)$$

e

$$\left[ \frac{\partial F_N}{\partial \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)} \right] = K_1 \cos^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right) + K_3 \sin^2 \alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right) , \quad (7.9)$$

de modo que

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{\partial F_N}{\partial \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)} \right] = (K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz^2} \right) + (K_3 - K_1) \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 . \quad (7.10)$$

Substituindo as equações 7.8 e 7.10 em 7.7, temos:

$$\frac{(K_3 - K_1)}{2} \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 - (K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz^2} \right) - (K_3 - K_1) \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 = 0$$

$$-(K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz^2} \right) - \frac{(K_3 - K_1)}{2} \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 = 0$$

$$(K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz^2} \right) + \frac{(K_3 - K_1)}{2} \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 = 0$$

Quando aplicamos um campo, temos um adicional de energia elétrica, que é dada por:

$$F_{el} = \frac{\varepsilon_a}{2} (\vec{E} \cdot \vec{n})^2 \quad (7.11)$$

Considerando um campo aplicado na direção  $\hat{z}$ , obtemos:

$$\begin{aligned} F_{el} &= \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \hat{z} \cdot \vec{n} \right)^2 \\ &= \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 \sin^2 \alpha \quad , \end{aligned} \quad (7.12)$$

sendo  $V$  a voltagem aplicada e  $\ell_n$  a espessura da camada nemática. A densidade de energia total  $F_T$  é dada por:

$$F_T = F_N + F_{el} \quad . \quad (7.13)$$

Temos que  $\left[ \frac{\partial F_T}{\partial \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)} \right] = \left[ \frac{\partial F_N}{\partial \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)} \right]$ . Desse modo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_T}{\partial \alpha} &= \frac{K_3 - K_1}{2} \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 + \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \frac{K_3 - K_1}{2} \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 + \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 \sin 2\alpha \quad , \end{aligned} \quad (7.14)$$

com isso, podemos minimizar densidade de energia total:

$$\frac{\partial F_T}{\partial \alpha} - \frac{d}{dz} \left[ \frac{\partial F_T}{\partial \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)} \right] = 0 \quad (7.15)$$

$$\sin 2\alpha \left[ \frac{K_3 - K_1}{2} \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 + \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 - (K_3 - K_1) \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 \right] - (K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz^2} \right) = 0$$

---

Reescrevendo, obtemos:

$$\begin{aligned} (K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz} \right) + \\ \left( \frac{K_3 - K_1}{2} \right) \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz} \right)^2 = \frac{\varepsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 \sin 2\alpha , \end{aligned} \tag{7.16}$$

que é a equação que governa o ângulo de inclinação do diretor.

8

## ANEXO A

# Electrically-controlled Faraday rotation and wavelength mismatch phenomena in a magnetophotonic structure containing nematic layers

Cite as: J. Appl. Phys. **124**, 113103 (2018); <https://doi.org/10.1063/1.5040356>

Submitted: 16 May 2018 . Accepted: 31 August 2018 . Published Online: 17 September 2018

E. J. Oliveira, P. B. de Melo, R. R. da Silva, F. M. Zanetti, and I. N. de Oliveira 



View Online



Export Citation



CrossMark

## ARTICLES YOU MAY BE INTERESTED IN

[Polarization engineered N-polar Cs-free GaN photocathodes](#)

Journal of Applied Physics **124**, 113101 (2018); <https://doi.org/10.1063/1.5029975>

[Analytical and numerical simulation of electron beam induced current profiles in p-n junctions](#)

Journal of Applied Physics **124**, 113102 (2018); <https://doi.org/10.1063/1.5049117>

[Luminescence methodology to determine grain-boundary, grain-interior, and surface recombination in thin-film solar cells](#)

Journal of Applied Physics **124**, 113104 (2018); <https://doi.org/10.1063/1.5042532>

### Ultra High Performance SDD Detectors



## Electrically-controlled Faraday rotation and wavelength mismatch phenomena in a magnetophotonic structure containing nematic layers

E. J. Oliveira,<sup>1</sup> P. B. de Melo,<sup>1</sup> R. R. da Silva,<sup>2</sup> F. M. Zanetti,<sup>3</sup> and I. N. de Oliveira<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Física, Universidade Federal de Alagoas, 57072-970 Maceió, AL, Brazil

<sup>2</sup>Instituto Federal da Bahia, Campus Vitória da Conquista, 45030-220 Vitória da Conquista, BA, Brazil

<sup>3</sup>Departamento de Física, Universidade Federal do Paraná, 81531-990 Curitiba, PR, Brazil

(Received 16 May 2018; accepted 31 August 2018; published online 17 September 2018)

In this study, we investigate the effects of the director reorientation on the spectral properties of a one-dimensional magnetophotonic crystal constituted by a sequence of magnetic and nematic layers, which exhibits a magneto-optical defect as the central layer. Using the Eidner-Oldano treatment to solve the Berreman equation, we numerically determine how the Faraday rotation and transmission spectrum of the photonic systems are affected by a field-induced reorientation in the nematic layers. Our results reveal that the transmittance spectrum of the magnetophotonic system is strongly sensitive to the director profile when the applied voltage is raised above the Freedericksz threshold. The director reorientation leads to the suppression of the typical wavelength mismatch between the Faraday rotation and light localization phenomena in one-dimensional photonic structures based on materials with different types of birefringence. Considering the polarization configurations of the propagation eigenmodes for a birefringent medium, the main mechanism behind mismatch suppression is analyzed, emphasizing the effects associated with the field-induced nematic reorientation. Our results show that the electric control of wavelength mismatch in magnetophotonic systems may be used as an efficient mechanism to develop a new class of optical switches and logic gate devices. *Published by AIP Publishing.*

<https://doi.org/10.1063/1.5040356>

### I. INTRODUCTION

Over the past decades, a remarkable interest has been devoted to the optical properties of photonic crystals due to the possibility of designing a new class of electro-optical devices based on the control of light propagation.<sup>1,2</sup> In particular, photonic crystals correspond to dielectric and/or metallic structures that present some kind of recurrence relation in their refractive indices.<sup>3,4</sup> Similar to the electronic spectrum of crystalline solids, the light transmission in these periodic dielectric systems is forbidden in a frequency range, which can be suitably tuned by changing the architecture of the periodic structure.<sup>5</sup> Such a photonic band gap provides an efficient mechanism to the light manipulation, being successfully used in the development of low threshold lasers,<sup>6</sup> all optical switches,<sup>7</sup> superprisms,<sup>8</sup> and optical transistors and diodes.<sup>9,10</sup> Because of their strong sensitivity to the internal structure, photonic crystals present a rich phenomenology associated with the presence of anisotropy,<sup>11</sup> the appearance of a nonlinear optical response,<sup>12</sup> and the introduction of disorder and defect layers.<sup>13</sup> In fact, the polarization selectivity of propagation modes,<sup>14</sup> propagation of spatial solitons,<sup>15</sup> and occurrence of optical localization transitions<sup>13</sup> are some examples of the broadness of physical mechanisms that can be exploited in photonic crystals.

Several studies have shown that the introduction of magneto-optical layers in one-dimensional photonic crystals gives rise to a large variety of physical effects,<sup>11,14,16–19</sup> which are associated with the changes in the polarization states of the reflected and transmitted modes. More specifically, magneto-optic materials exhibit an anisotropic

dielectric tensor with complex off-diagonal elements, leading to the distinct propagation velocities for elliptically polarized waves with different handedness.<sup>11</sup> As a consequence, multilayered structures containing such magnetic layers are known as magnetophotonic crystals, being characterized by the significant increase in their magneto-optical properties due to the light localization and multiple interference along the magnetic layers.<sup>11,14,20</sup> In particular, it has been observed that a resonant mode emerges inside the photonic band gap of magnetophotonic systems when a magnetic defect layer is introduced, which is accompanied by a pronounced Faraday rotation angle in the resonance wavelength due to the light localization.<sup>11,14,16,21,22</sup> An enhanced Faraday rotation has also been verified in the magneto-optical metamaterials,<sup>23</sup> where the incorporation of gold nanowires in a pure magneto-optical material allows to mimic the magneto-optical properties of bulk magnetic materials. Because of the non-reciprocal behavior of the Faraday rotation, magnetophotonic crystals have been used in the development of optical devices, such as optical isolators,<sup>24</sup> non-reciprocal superprisms,<sup>25</sup> quantum logic gates,<sup>26</sup> and optical modulators.<sup>27</sup> Regarding the nonlinear optical effects, magnetization-induced generation of second and third harmonics has been verified in optical microcavities based on magneto-optical materials,<sup>28,29</sup> with the nonlinear magneto-optical Kerr and Faraday effects taking place at the resonant wavelengths. Further, the interplay of nonlinearity and non-reciprocity brings about a bistable optical response in magnetophotonic crystals containing a nonlinear defect,<sup>17,18</sup> where the switching between polarization states of the transmitted and reflected modes depends

on the position of the nonlinear defect inside the multilayered structure.<sup>18</sup>

Recently, photonic structures containing nematic liquid crystals have been widely investigated due to the possibility of controlling their spectral properties from the application of an external field.<sup>30–40</sup> In particular, nematic samples exhibit a long-range orientational order that can be properly described by one symmetry axis, called the director, corresponding to the local average direction of the molecular long axis.<sup>41</sup> Such a director can be reoriented by an external field with a strength that exceeds the Fredericksz threshold,<sup>41</sup> thus providing an efficient mechanism to control optical phenomena related to the large birefringence of nematic liquid crystals. A prominent example is the electric field tuning of the photonic band gap in porous opals infiltrated with nematic liquid crystals.<sup>30,31</sup> Further, field-induced director reorientation has been successfully used to adjust the laser emission of one-dimensional photonic structures presenting a dye-doped nematic sample as a defect layer.<sup>33</sup> In magnetophotonic crystals, the interplay of the nematic birefringence and the gyrotropic behavior of magnetic layers give rise to a wavelength mismatch between the defect modes and the maximum polarization rotation,<sup>37</sup> which is associated with the distinct Bragg resonances for the propagation eigenmodes of a medium presenting a linear or circular birefringence.<sup>42–44</sup>

The present study is devoted to the characterization of the external field effects on the optical properties of a one-dimensional magnetophotonic structure consisting of an alternated sequence of magnetic and nematic layers. Using the Eidner-Oldano treatment to solve numerically the  $4 \times 4$  Berreman equation, we determine how the applied voltage in the nematic layers affects the transmittance and Faraday rotation of the multilayered structure. Our results reveal that the field-induced reorientation of the nematic director induces a significant modification in the spectral properties of the system, thus leading to the suppression of the typical mismatch between the wavelengths of the defect mode and Faraday rotation angle of one-dimensional photonic structures based on materials with different types of birefringence.

## II. MODEL

We consider a multilayered structure consisting of a sequence of nematic and magnetic layers, containing a central magnetic defect as represented in Fig. 1. The resultant stratified structure is expressed as  $(M/N)^p/D_m/(N/M)^p$ , which exhibits a symmetric architecture in relation to the central magnetic defect  $D_m$  of thickness  $\ell_d$ . Here,  $N$  represents the nematic layers of thickness  $\ell_n$ , while  $M$  corresponds to the magnetic slabs with thickness  $\ell_m$ . The number of repetitions for each one of the dual layer subsets  $M/N$  and  $N/M$  is represented by the stacking number  $p$ . As a result, the magnetophotonic crystal has  $4p + 1$  layers, with a total thickness  $L = 2p(\ell_n + \ell_m) + \ell_d$ . In the liquid crystal layers, the nematic director is uniform in the  $xy$  plane, with the orientation of the optical axis in relation of the  $x$  direction being defined by the angle  $\alpha$ .

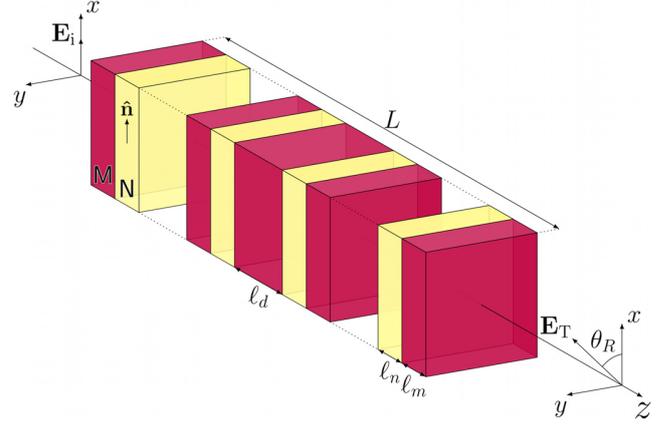


FIG. 1. Representation of a magneto-optical multilayered structure consisting of a sequence of nematic (yellow) and magnetic (red) layers, containing a central magnetic defect. Defect and regular magnetic layers present the same dielectric properties. The unperturbed nematic director  $\hat{n}$  is parallel to the  $x$  axis, with the nematic layer presenting strong planar boundary conditions.

We use the Berreman's formalism to study the spectral properties of the magnetophotonic structure, which allows us to compute the transmittance and phase retardation of a monochromatic plane wave propagating along a stratified dielectric medium.<sup>45</sup> Assuming that all layers are uniform in the  $xy$  plane, we consider a matrix representation for the  $x$ – $y$  components of electromagnetic fields as follows:

$$\begin{pmatrix} E_x(\vec{r}, t) \\ E_y(\vec{r}, t) \\ H_x(\vec{r}, t) \\ H_y(\vec{r}, t) \end{pmatrix} = \psi(z)e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

where  $\psi(z)$  is a column vector and  $\omega$  is the angular frequency. By considering Maxwell's equations in Gaussian units and the regime of normal incidence, the equation of the light propagation along the  $z$  axis is given by

$$\frac{d\psi(z)}{dz} = ik\Delta\psi(z), \quad (2)$$

with  $\Delta$  being the Berreman matrix, which is a function of the dielectric tensor of the propagation medium. In the configuration of normal incidence, the Berreman matrix for a uniaxial dielectric material is defined as

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \varepsilon_{yz} \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} - \varepsilon_{yx} & -\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yz} \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{xz} \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} & \varepsilon_{xy} - \varepsilon_{xz} \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Although the nematic and magneto-optical layers present a uniaxial symmetry, each material exhibits a Berreman matrix with distinct non-null components, reflecting the nature of the birefringence of the material. In what follows,

we describe in details the dielectric properties of the magnetic and nematic layers.

### A. Magnetic layers

Let us consider magnetic materials presenting a magnetization along the propagation direction of a monochromatic plane wave, defined as the  $z$  axis. In this configuration, the dielectric tensor of the magnetic medium can be written as

$$\tilde{\epsilon}_M = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Here, the off-diagonal elements,  $\epsilon_2$ , represent the magnetic gyration coefficient, which is a linear function of the magnetization of the medium. In particular, the presence of the magnetic gyration coefficient in the dielectric tensor leads to a rotation of the polarization state of electromagnetic waves, with the propagation eigenmodes corresponding to two circularly polarized waves with different handedness. Further, the transversal components of the dielectric tensor are complex quantities, being written as  $\epsilon_1 = \epsilon'_1 + i\epsilon''_1$  and  $\epsilon_2 = \epsilon'_2 + i\epsilon''_2$ . In this case, the real and imaginary parts of  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_2$  are related to the refractive index and the extinction coefficient of the magneto-optical layers.<sup>46</sup>

### B. Nematic layers: Director distribution

In the nematic layers, the director vector is represented by  $\hat{n} = (\cos \alpha, 0, \sin \alpha)$  and the components of the optical dielectric tensor are defined by  $\epsilon_{ij} = \epsilon_{\perp}^{opt} \delta_{ij} + (\epsilon_{\parallel}^{opt} - \epsilon_{\perp}^{opt}) n_i n_j$ . Here,  $(i, j) \in x, y, z$ , and  $\delta_{ij}$  is the Kronecker delta.  $\epsilon_{\parallel}^{opt}$  and  $\epsilon_{\perp}^{opt}$  are the optical dielectric permittivities of the nematic sample, being defined in terms of the extraordinary and ordinary refractive index:  $\epsilon_{\parallel}^{opt} = n_e^2$  and  $\epsilon_{\perp}^{opt} = n_o^2$ .

The director orientation may present a spatial variation along the nematic layer when an external electric field is applied in the  $z$  direction. For simplicity, we introduced a local coordinate frame  $(x, y, z')$  in each nematic layer, with  $0 \leq z' \leq \ell_n$ . Considering a planar nematic sample under strong anchoring conditions ( $\alpha(z'=0) = \alpha(z'=\ell_n) = 0$ ), the director tilt angle  $\alpha(z')$  is governed by the following equation:<sup>47,48</sup>

$$(K_1 \cos^2 \alpha + K_3 \sin^2 \alpha) \left( \frac{d^2 \alpha}{dz'^2} \right) + \left( \frac{K_3 - K_1}{2} \right) \sin 2\alpha \left( \frac{d\alpha}{dz'} \right)^2 = \frac{\epsilon_a}{2} \left( \frac{V}{\ell_n} \right)^2 \sin 2\alpha, \quad (5)$$

where  $V$  is the external voltage, while  $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$  corresponds to the static dielectric anisotropy, with  $\epsilon_{\parallel}$  and  $\epsilon_{\perp}$  being the static dielectric permittivities of the nematic sample.  $K_1$  and  $K_3$  are, respectively, the splay and bending elastic constants. By introducing the parameters  $\sin \alpha = \sin \alpha_m \sin \Omega$  and  $\eta = \sin^2 \alpha_m$ , we obtain the pair of integral equations<sup>48</sup>

$$\frac{V}{V_{th}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 + \gamma\eta} \int_0^{\pi/2} f(\Omega) d\Omega, \quad (6)$$

$$\frac{2z'}{\ell_n} = \frac{\int_0^{\pi/2} g(\Omega) d\Omega}{\int_0^{\sin^{-1}(\sin \alpha / \sqrt{\eta})} g(\Omega) d\Omega}, \quad (7)$$

where the functions  $f(\Omega)$  and  $g(\Omega)$  are given by

$$f(\Omega) = \left[ \frac{1 + \kappa\eta \sin^2 \Omega}{(1 + \gamma\eta \sin^2 \Omega)(1 - \eta \sin^2 \Omega)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

and

$$g(\Omega) = \left[ \frac{(1 + \gamma\eta \sin^2 \Omega)(1 + \kappa\eta \sin^2 \Omega)}{(1 - \eta \sin^2 \Omega)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Here,  $V_{th} = \pi(K_1/\epsilon_a)^{1/2}$  corresponds to the threshold voltage, while  $\kappa = K_3/K_1 - 1$  and  $\gamma = \epsilon_a/\epsilon_{\perp}$  are parameters associated with the elastic and dielectric anisotropy, respectively. Below the Freedericksz threshold ( $V < V_{th}$ ), the solutions of Eqs. (6) and (7) correspond to a uniform director along the nematic layer, with  $\alpha(z') = 0$ . On the other hand, the director exhibits a non-uniform profile along the nematic slab for  $V > V_{th}$ , as shown in Fig. 2(a). Here, we used the typical parameters of the 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl (5CB) liquid crystal, with  $K_1 = 6.2 \times 10^{-7}$  dyn,  $K_3 = 8.2 \times 10^{-7}$  dyn,  $\epsilon_{\perp} = 7$ , and  $\epsilon_{\parallel} = 18.5$ .<sup>49</sup> Due to the strong anchoring conditions, a significant distortion in the director takes place along the nematic layer as the applied voltage becomes greater than the Freedericksz threshold,  $V_{th} \approx 0.78$  V. More specifically, the director tilt angle presents a maximum value  $\alpha_m$  in the center of the nematic layer, with  $\alpha_m \rightarrow \pi/2$  for  $V \gg V_{th}$ . In what follows, we assume that the effects of the optical electric field on the nematic profile are negligible, with the distortions in the nematic director being governed by the static electric field. Figures 2(b) and 2(c) show the schematic representations of the director profile inside the nematic layers of the magnetophotonic crystals for  $V < V_{th}$  and  $V > V_{th}$ , respectively.

### C. Transmittance and polarization rotation

The solution of the propagation equation in the Berreman formalism can be solved by using the Eidner-Oldano treatment,<sup>50,51</sup> where the column vector  $\psi(z)$  is defined as a superposition of four distinct plane waves as follows:

$$\psi(z) = \sum_{l=1}^4 C_l \psi^{(l)} e^{ik\lambda_l z}. \quad (10)$$

Here,  $\psi^{(l)}$  and  $\lambda_l$  correspond to the eigenvectors and the eigenvalues of the Berreman matrix defined in Eq. (3), respectively. The relation between the electric and magnetic fields at the interfaces  $z=0$  and  $z=L$  is defined in the transfer-matrix form

$$\psi(L) = \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \dots \cdot \tau_{4p+1} \cdot \psi(0), \quad (11)$$

$$\tau_j = \Psi_j \Gamma_j \Psi_j^{-1}, \quad (12)$$

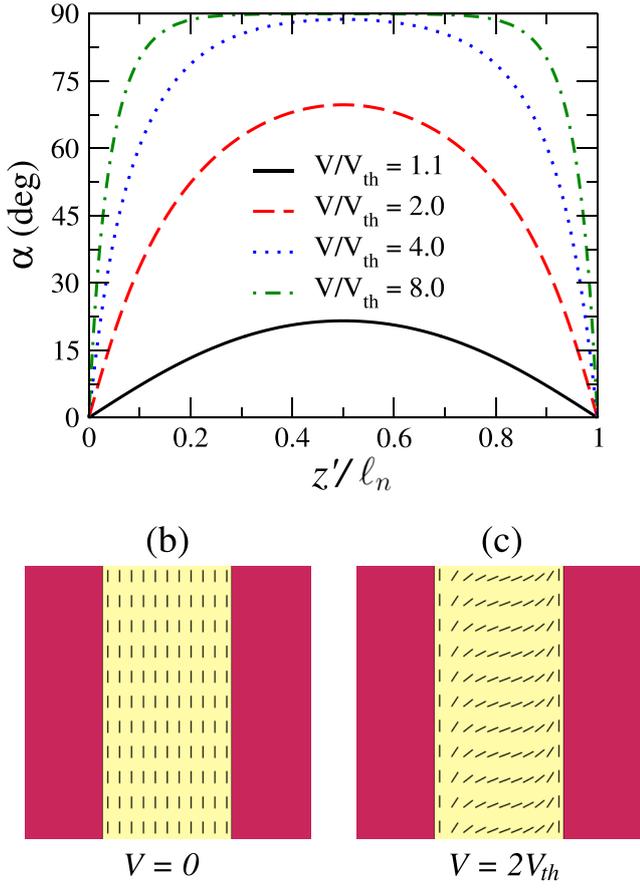


FIG. 2. (a) Director tilt profile inside a nematic layer presenting a thickness  $\ell_n$ , for different values of the applied external voltage:  $V/V_{th} = 1.1$  (black solid line),  $V/V_{th} = 2.0$  (red dashed line),  $V/V_{th} = 4.0$  (blue dotted line), and  $V/V_{th} = 8.0$  (green dashed-dotted line). The director tilt angle presents a maximum value  $\alpha_m$  in the center of the nematic layer, with  $\alpha_m \rightarrow \pi/2$  for  $V \gg V_{th}$ . Depending on the applied external voltage, magnetophotonic crystals may present nematic layers with a (b) uniform or (c) non-uniform tilt profile.

where  $\tau_j$  corresponds to the transfer matrix of the  $j$ th layer.  $\Psi_j$  is a unitary matrix formed by the eigenvectors of  $\Delta$ , while  $\Gamma_j$  is a diagonal matrix with elements defined by  $\Gamma_{l,l} = e^{ik_l \ell_j}$ , with  $\ell_j$  being the thickness of the  $j$ th layer. For a nematic layer ( $j = 2, 4, \dots, 4p$ ) presenting a non-uniform director profile along the propagation direction, the transfer matrix  $\tau_j$  can be written as

$$\tau_j(\ell_n) = \left[ \prod_{s=1}^D (\Phi_s \Upsilon_s \Phi_s^{-1}) \right] \tau_j(0). \quad (13)$$

$\Phi_s$  and  $\Upsilon_s$  are, respectively, the transfer and unitary matrices associated with the  $s$ th virtual slice of the nematic layer. In particular, the field-induced distortions of the nematic director give rise to a  $z$  dependence of the Berreman matrix, which invalidates an exact solution using Eq. (10). However, an approximate numerical solution can be obtained by virtually slicing the nematic layer into a large number  $D$  of thin slabs, presenting a thickness much smaller than  $\ell_n$ . In this case, we assume that the Berreman matrix is fairly constant regardless of the slight variation of the director orientation along the slab. Such a procedure provides an

accurate relation between the fields at the interfaces of each slab. In particular,  $\Phi_s$  is composed by the eigenvectors of  $\Delta$  in the  $s$ th virtual slice and  $\Upsilon_s$  is a diagonal matrix with  $\Upsilon_{s,s} = e^{ik_s \ell_n / D}$ .

The transfer matrix method is an accurate procedure to compute the transmittance and reflectance of stratified structure of nematic and magnetic layers. The components of the transmitted ( $T_x, T_y$ ) and reflected ( $R_x, R_y$ ) electric fields can be numerically determined from the solution the set of linear equations<sup>45</sup>

$$\begin{aligned} E_x^i + R_x &= (F_{11} + F_{12}n_0)T_x + (F_{13} + F_{14}n_0)T_y, \\ (E_x^i - R_x)n_0 &= (F_{21} + F_{22}n_0)T_x + (F_{23} + F_{24}n_0)T_y, \\ E_y^i + R_y &= (F_{31} + F_{32}n_0)T_x + (F_{33} + F_{34}n_0)T_y, \\ (E_y^i - R_y)n_0 &= (F_{41} + F_{42}n_0)T_x + (F_{43} + F_{44}n_0)T_y, \end{aligned} \quad (14)$$

where  $E_x^i$  and  $E_y^i$  are the components of the incident electric field and  $F_{ij}$ 's correspond to the elements of the inverse transfer matrix, with  $F = \tau^{-1}$ . In fact,  $\tau$  is defined as the product of the transfer matrices of each layer,  $\tau = \prod_{j=1}^{4p+1} \tau_j$ . In Eq. (14),  $n_0$  represents the refractive index of the incident medium, which is defined as the value of glass slides,  $n_0 = 1.5$ . The transmittance of the multilayered structure can be computed from the components of the transmitted electric field, with  $T = |T_x|^2 + |T_y|^2$ . Besides, the polarization rotation angle  $\theta_R$  can be written as

$$\theta_R = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{2\text{Re}(T_y/T_x)}{1 - |T_y/T_x|^2} \right]. \quad (15)$$

In our study, we consider an incident plane wave presenting a linear polarization along the  $x$  axis, with the polarization rotation angle being determined from the relative direction between the polarization of the transmitted light and the  $x$  axis, as it is represented in Fig. 1.

### III. RESULTS

In Fig. 3, we present the transmittance spectra of the magnetophotonic structure consisting of an alternated sequence of nematic and magnetic layers, considering a normal incidence light with a linear polarization along the  $x$  axis. The spectral properties were computed using the typical parameters of the bismuth substituted yttrium iron garnet (Bi:YIG) and the 4'-n-pentyl-4-cyanobiphenyl (5CB) as reference materials for the magnetic and nematic layers, respectively. We used  $\epsilon_1' = 5.59$ ,  $\epsilon_1'' = 5.42 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_2' = -3.69 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_2'' = 2.08 \times 10^{-3}$ ,  $\epsilon_{\perp}^{opt} = n_o^2$  ( $n_o = 1.53$ ), and  $\epsilon_{\parallel}^{opt} = n_e^2$  ( $n_e = 1.69$ ). Here, we assume that magnetic parameters of the Bi:YIG layers are not affected by the applied voltage in nematic liquid crystals, as the converse magnetoelectric effect is negligible for a stacked structure of a magnetic compound and a soft material without a piezoelectric or ferroelectric response.<sup>52,53</sup> Further, we considered a magnetophotonic system presenting a stacking number  $p = 5$ , with  $\ell_m/\ell_n = 1$ ,  $\ell_d = 2\ell_m$ , and  $\ell_n = 100$  nm. It is important to highlight that  $\ell_d = 2\ell_m$  corresponds to the optimized configuration where the maximum rotation angle can be observed.<sup>37</sup> For a null applied

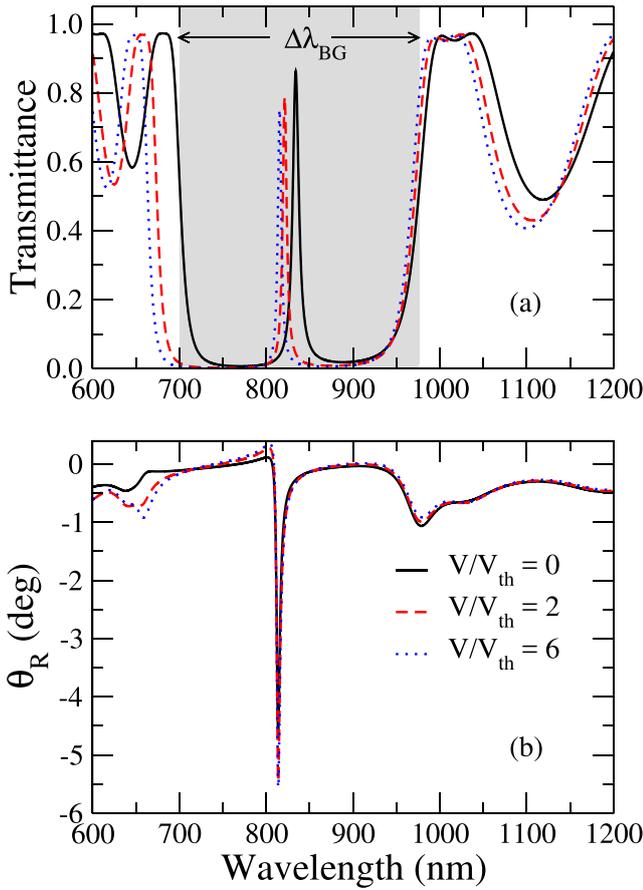


FIG. 3. (a) Transmittance spectrum and (b) polarization rotation angle of the magnetophotonic structure for distinct values of the applied voltage:  $V/V_{th} = 0$  (black solid line),  $V/V_{th} = 2.0$  (red dashed line), and  $V/V_{th} = 6$  (blue dotted line). Here,  $\ell_d/\ell_n = 2$ ,  $\ell_m/\ell_n = 1$ , and  $\Delta n = 0.16$ . The grey region marks the band gap width  $\Delta\lambda_{BG}$  for a null applied voltage. Notice that a blue shift takes place in the resonant mode as the applied voltage is enhanced, while a small increase in the polarization rotation angle is observed.

voltage, one can observe that the transmittance spectrum exhibits a broad photonic band gap in the near-infrared region, with a defect mode centered in  $\lambda_d = 833$  nm. Once the director tilt is null ( $\alpha(z) = 0$ ) in the nematic layers for  $V < V_{th}$ , such a mode corresponds to an extraordinary wave propagating through the nematic slab when the incident polarization is parallel to the director.<sup>37</sup> In fact, previous studies showed that one or two defect modes may emerge inside the photonic band gap of an alternated sequence of magneto-optical and nematic layers, depending on the relative orientation between the nematic director and the polarization of incident light.<sup>37</sup> Above the Fredericksz threshold, we notice that a blue shift takes place in the transmittance spectrum as the voltage is increased, with a broadening of the photonic band gap. In particular, we observe that the transmittance and wavelength of defect mode decrease as the applied voltage is enhanced, indicating that the director tilt profile inside the nematic layers affects the spectral properties of the magnetophotonic structure. A distinct scenario is observed for the polarization rotation angle, as exhibited in Fig. 3(b). More specifically, the increase in the applied voltage does not modify the wavelength where the maximum polarization rotation occurs. This

behavior is associated with the fact that the maximum polarization rotation occurs at a wavelength corresponding to the ordinary wave,<sup>37</sup> which is not affected by a director reorientation in the  $xz$  plane.

In Fig. 4(a), we present the voltage dependence of the band gap width,  $\Delta\lambda_{BG}$ , in magnetophotonic structures containing nematic layers with a different birefringence. The birefringence was modified by changing the ordinary refractive index, while the extraordinary refractive index was kept constant ( $n_e = 1.69$ ). We used the same parameters of Fig. 3, with the incident light polarization and the unperturbed nematic orientation being parallel to the  $x$  axis. We observe that the band gap is constant for  $V/V_{th} < 1$ , being independent of  $n_o$ . On the other hand, the band gap presents a monotonic increase as the applied voltage is enhanced above the threshold, reaching a maximum value that depends on the ordinary refractive index. As we have observed in Fig. 3(a), the broadening of the forbidden transmission band is mainly associated with the blue shift of the bottom band edge as the

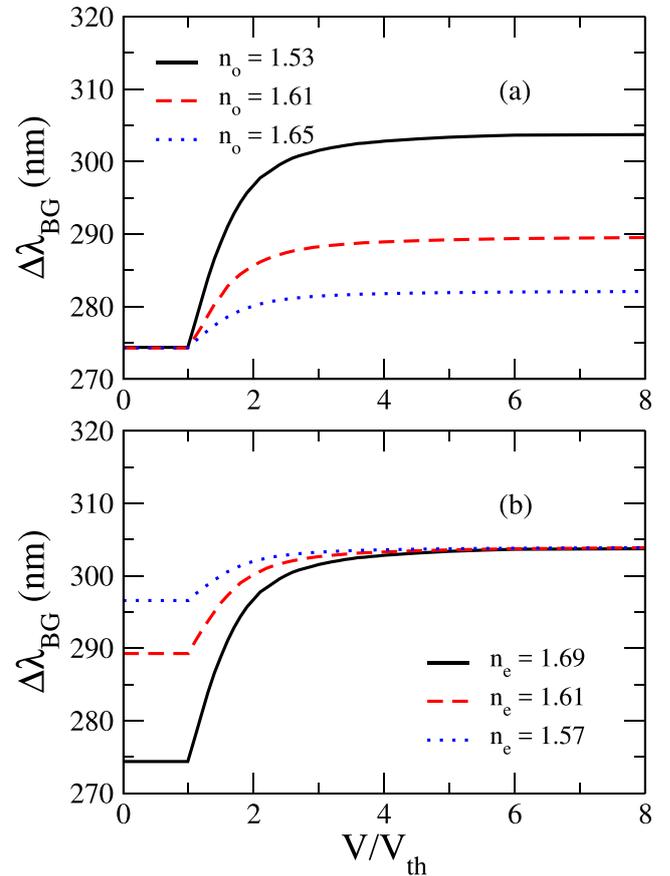


FIG. 4. Band gap width,  $\Delta\lambda_{BG}$ , of a magnetophotonic structure as a function of the applied voltage in the nematic layers. (a) The birefringence of nematic layers was varied by changing their ordinary refractive index, while their extraordinary refractive index was kept constant ( $n_e = 1.69$ ):  $n_o = 1.53$  (black solid line),  $n_o = 1.61$  (red dashed line), and  $n_o = 1.65$  (blue dotted line). In all cases, one can notice a monotonic increase in the band gap as the applied voltage is enhanced, exhibiting the asymptotic value that depends on the ordinary refractive index. (b) The birefringence of nematic layers was varied by changing their extraordinary refractive index, while their ordinary refractive index was kept constant ( $n_o = 1.53$ ):  $n_e = 1.69$  (black solid line),  $n_e = 1.61$  (red dashed line), and  $n_e = 1.57$  (blue dotted line). Notice that the asymptotic value of  $\Delta\lambda_{BG}$  is independent of  $n_e$ .

director is reoriented, with the top edge remaining almost constant. In fact, the bottom band edge is determined by the effective refractive index for the propagation of the extraordinary wave through the nematic layers, defined as<sup>54</sup>

$$n_{eff} = \frac{1}{\ell_n} \int_0^{\ell_n} \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \alpha(z) + n_e^2 \sin^2 \alpha(z)}} dz. \quad (16)$$

Considering the director tilt profile for  $V/V_{th} = 8$  in Fig. 2(a), we obtain that  $n_{eff} \approx n_o$  for all values of the  $n_e$  and  $n_o$ . As a consequence, the bottom edge of the forbidden band is shifted to a shorter wavelength as the director tilt becomes pronounced, reaching an asymptotic value in the limit  $n_{eff} \rightarrow n_o$ , when  $V/V_{th} \gg 1$ . As exhibited in Fig. 4(b), a similar behavior takes place if the nematic birefringence is varied by changing the extraordinary refractive index, with ordinary refractive index being fixed. However, the maximum band width becomes independent of the extraordinary refractive index as  $n_{eff} \rightarrow n_o$  for  $V/V_{th} \gg 1$ . In this case,  $n_e$  is only relevant to the band width for  $V/V_{th} < 1$ , with  $\Delta\lambda_{BG}$  decreasing as the extraordinary refractive index becomes larger.

Now let us analyze in Fig. 5 the effects of the director reorientation on the polarization rotation angle,  $\theta_R$ . Again, we consider a magnetophotonic structure containing nematic layers, with distinct birefringence. In particular, the liquid crystal birefringence was varied by changing the ordinary refractive index, with  $n_e = 1.69$ . We used the same parameters of Fig. 3, with the incident light being polarized along the unperturbed director. The polarization of transmitted light is analyzed for  $\lambda = 815$  nm, corresponding to the wavelength where the maximum rotation takes place. For  $V/V_{th} < 1$ , one can notice that the absolute value of  $\theta_R$  increases as the nematic birefringence is enhanced, indicating that the phase retardation induced by nematic slab plays an important

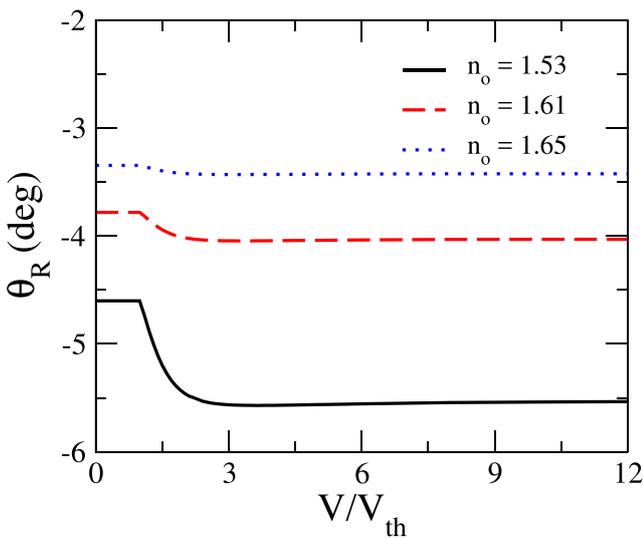


FIG. 5. Polarization rotation angle as a function of the applied voltage in a magnetophotonic crystal containing nematic layers. Different nematic birefringence are considered by changing the ordinary refractive index, while the extraordinary refractive index is maintained constant ( $n_e = 1.69$ ):  $n_o = 1.53$  (black solid line),  $n_o = 1.61$  (red dashed line), and  $n_o = 1.65$  (blue dotted line).

role in the change of the polarization state of the transmitted light. However, it is important to highlight that  $\theta_R$  increases as the difference between the refractive indices of magnetic and non-magnetic layers becomes larger.<sup>11</sup> Such a behavior results from the light localization in the vicinity of the magnetic defect inside the periodic structure.<sup>11,37,44</sup> In fact, the reduction of the ordinary refractive index leads to a decrease in the average refractive index of nematic layers, defined as  $\bar{n} = \sqrt{(n_e^2 + n_o^2)}/2$ , which favors the mechanism of light localization. A similar scenario occurs as the applied voltage is raised above the threshold ( $V/V_{th} > 1$ ). In this case, the liquid crystalline slab presents a non-uniform tilt profile, with

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{n_{eff}^2 + n_o^2}{2}}. \quad (17)$$

Here,  $n_{eff}$  is the effective refractive index for the extraordinary wave, given by Eq. (16). As the director is reoriented, the average refractive index in the  $xy$  plane decreases, resulting in an enhancement of the polarization rotation of the transmitted light. In the limit  $V/V_{th} \gg 1$ , the  $xy$  plane becomes almost isotropic as  $n_{eff} \rightarrow n_o$ , and consequently  $\bar{n} \rightarrow n_o$ . Such a result demonstrates that the polarization rotation angle is strongly sensitive to the ordinary refractive index of the nematic layers.

In Fig. 6, we present the dependence of the wavelength mismatch,  $\Delta\lambda_M$ , on the applied voltage in nematic layers of a magnetophotonic structure. We consider different values of the birefringence for the liquid-crystalline layers, where distinct values for the ordinary refractive indices have been used, while  $n_e$  was kept constant. We used the same parameters of Fig. 3. For  $V/V_{th} < 1$ , a significant wavelength mismatch is observed between the wavelength positions of the defect mode and the maximum polarization rotation, which decreases as the nematic birefringence is reduced. Such a

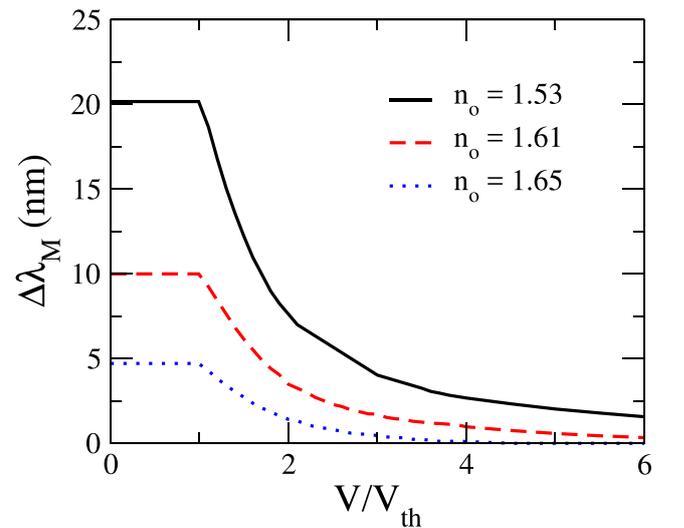


FIG. 6. Wavelength shift between resonant mode and polarization rotation angle as a function of the applied voltage, for distinct values of the ordinary refractive index in the nematic layers ( $n_e = 1.69$ ):  $n_o = 1.53$  (black solid line),  $n_o = 1.61$  (red dashed line), and  $n_o = 1.65$  (blue dotted line). Notice that wavelength shift vanishes as the applied voltage is enhanced.

wavelength mismatch is associated with the distinct propagation eigenmodes of electromagnetic waves for each layer of the magnetophotonic structure. In particular, the linear or/and circular birefringence of a medium determines the polarization state of its propagation eigenmodes. For magneto-optical layers, the normal modes consist of a pair of circularly polarized waves with opposite handedness, exhibiting different propagation velocities. On the other hand, the optical eigenmodes in nematic liquid crystals correspond to ordinary and extraordinary waves, exhibiting distinct propagation velocities and orthogonal polarizations. In order to satisfy the optical characteristic of each material, the optical eigenmodes for a stratified structure of nematic and magnetic layers are two elliptically polarized waves with opposite handedness, which present mutually perpendicular semi-major axes and distinct Bragg resonances.<sup>37,44</sup> As the applied voltage is increased above the Fredericksz threshold, a pronounced reduction of the wavelength mismatch is observed as the non-uniform tilt profile takes place in the nematic layers. More specifically, the director tilt reduces the effective birefringence in the  $xy$  plane of nematic layers, which is given by  $\Delta n_{eff} = n_{eff} - n_o$ . In the limit  $V/V_{th} \gg 1$ , the nematic layers become almost isotropic in the  $xy$  plane when  $n_{eff} \rightarrow n_o$ , with the polarization rotation of the transmitted light being governed by the gyrotropic contribution of magneto-optical layers. In fact, the propagation eigenmodes of electromagnetic waves for the magneto-optical layers tend to be supported in the reoriented nematic layers as their anisotropy in the  $xy$  plane is reduced. In addition, a blue shift is observed in the defect mode as  $V/V_{th} \gg 1$ , thus leading to the reduction of  $\Delta\lambda_M$ . However, one can notice that the mismatch seems to vanish only when the nematic layers present a small birefringence. Although the applied voltage reduces the effective birefringence for TEM waves propagating along the  $z$  direction, a residual mismatch persists as the director tilt profile is not uniform along the nematic slab. For  $n_e - n_o = 0.16$ , our results reveals that  $\Delta\lambda_M < 1$  nm in the limit of  $V/V_{th} \gg 1$ . This field-control of the wavelength mismatch opens the possibility to use stacked structures of nematic and magnetic layers in different optical devices, such as optical isolators,<sup>18</sup> spatial light modulators,<sup>11</sup> logic gates,<sup>26</sup> and fast optical switches.<sup>55</sup>

#### IV. SUMMARY AND CONCLUSIONS

In summary, we investigated the effects of the director reorientation on the spectral properties of a multilayered structure consisting of an alternated sequence of magnetic and nematic layers, which presents a central magneto-optical defect. By using Berreman's formalism, we studied how the light localization and polarization rotation phenomena are affected by the occurrence of a director tilt profile, when an external voltage is applied in nematic layers with strong planar boundary conditions. Our results revealed that the spectral positions of the defect mode and the photonic band gap are displaced to shorter wavelengths as the applied voltage is raised above the Fredericksz threshold. It was observed that such a blue shift is associated with the reduction of the effective refractive index for the propagation of an extraordinary

wave through the liquid-crystalline layers as the nematic director is tilted by the external electric field. Further, we verified that the polarization rotation of the transmitted light increases as the director is reoriented, being governed by the gyrotropic contribution of magneto-optical layers in the stacked structure. The director reorientation was observed to affect the typical wavelength mismatch between the positions of the defect mode and the maximum polarization rotations of a one-dimensional photonic structure based on materials presenting circular and linear birefringence. More specifically, we showed that the field-induced reorientation of nematic director may suppress the wavelength mismatch when the external electric field is well above the Fredericksz threshold. In this case, the nematic reorientation provides an efficient mechanism to control the light localization and polarization rotation phenomena in photonic crystals based on materials presenting distinct types of birefringence. In fact, the field-control of the transmittance and the polarization state of defect modes may be useful to tailor a new generation of optical devices based on stacked structures of nematic and magnetic layers, such as optical isolators,<sup>18</sup> logic gates,<sup>26</sup> spatial light modulators,<sup>11</sup> and optical switches.<sup>55</sup>

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was partially supported by Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Fluidos Complexos (INCT-FCx), CAPES, CNPq/MCT, FAPEAL, and FINEP (Brazilian Research Agencies).

<sup>1</sup>J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, 2nd ed. (Princeton University Press, 2008).

<sup>2</sup>K. Sakoda, *Optical Properties of Photonic Crystals*, 2nd ed. (Springer, 2005).

<sup>3</sup>S. John, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2486 (1987).

<sup>4</sup>E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987).

<sup>5</sup>J. D. Joannopoulos, P. R. Villeneuve, and S. Fan, *Nature* **386**, 143 (1997).

<sup>6</sup>O. Painter, R. K. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. D. O'Brien, P. D. Dapkus, and I. Kim, *Science* **284**, 1819 (1999).

<sup>7</sup>V. R. Almeida, C. A. Barrios, R. R. Panepucci, and M. Lipson, *Nature* **431**, 1081 (2004).

<sup>8</sup>J. Aмет, F. I. Baida, G. W. Burr, and M. P. Bernal, *Photonics Nanostruct.* **6**, 47 (2008).

<sup>9</sup>M. F. Yanik, S. Fan, M. Soljačić, and J. D. Joannopoulos, *Opt. Lett.* **28**, 2506 (2003).

<sup>10</sup>D.-W. Wang, H.-T. Zhou, M.-J. Guo, J.-X. Zhang, J. Evers, and S.-Y. Zhu, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 093901 (2013).

<sup>11</sup>M. Inoue, R. Fujikawa, A. Baryshev, A. Khanikaev, P. B. Lim, H. Uchida, O. Aktsipetrov, A. Fedyanin, T. Murzina, and A. Granovsky, *J. Phys. D* **39**, R151 (2006).

<sup>12</sup>N. N. Lepeshkin, A. Schweinsberg, G. Piredda, R. S. Bennink, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123902 (2004).

<sup>13</sup>Y. Lahini, A. Avidan, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti, D. N. Christodoulides, and Y. Silberberg, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 013906 (2008).

<sup>14</sup>M. Inoue, K. Arai, T. Fujii, and M. Abe, *J. Appl. Phys.* **85**, 5768 (1999).

<sup>15</sup>J. W. Fleischer, M. Segev, N. K. Efremidis, and D. N. Christodoulides, *Nature* **422**, 147 (2003).

<sup>16</sup>S. Kahl and A. M. Grishin, *Phys. Rev. B* **71**, 205110 (2005).

<sup>17</sup>F. Jonsson and C. Flytzanis, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063902 (2006).

<sup>18</sup>V. R. Tuz, S. L. Prosvirnin, and S. V. Zhukovsky, *Phys. Rev. A* **85**, 043822 (2012).

<sup>19</sup>A. Chakravarty, M. Levy, A. A. Jalali, Z. Wu, and A. M. Merzlikin, *Phys. Rev. B* **84**, 094202 (2011).

<sup>20</sup>M. N. Romodina, I. V. Soboleva, I. A. Musorin, Y. Nakamura, M. Inoue, and A. A. Fedyanin, *Phys. Rev. B* **96**, 081401(R) (2017).

- <sup>21</sup>H. Mehdian, Z. Mohammadzahery, and A. Hasanbeigi, *J. Phys. D* **48**, 305101 (2015).
- <sup>22</sup>E. Gamet, B. Varghese, I. Verrier, and F. Royer, *J. Phys. D* **50**, 495105 (2017).
- <sup>23</sup>M. Sadatgol, M. Rahman, E. Forati, M. Levy, and D. Ö. Güney, *J. Appl. Phys.* **119**, 103105 (2016).
- <sup>24</sup>Z. Wang and S. Fan, *Opt. Lett.* **30**, 1989 (2005).
- <sup>25</sup>I. Bitá and E. L. Thomas, *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 1199 (2005).
- <sup>26</sup>L. Zhou and Y. B. Sheng, *Phys. Rev. A* **92**, 042314 (2015).
- <sup>27</sup>M. Vasiliev, K. E. Alameh, V. I. Belotelov, V. A. Kotov, and A. K. Zvezdin, *J. Lightwave Technol.* **24**, 2156 (2006).
- <sup>28</sup>T. V. Murzina, E. M. Kim, R. V. Kapra, I. V. Moshnina, O. A. Aktsipetrov, D. A. Kurdyukov, S. F. Kaplan, V. G. Golubev, M. A. Bader, and G. Marowsky, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 022501 (2006).
- <sup>29</sup>O. A. Aktsipetrov, T. V. Dolgova, A. A. Fedyanin, T. V. Murzina, M. Inoue, K. Nishimura, and H. Uchida, *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 176 (2005).
- <sup>30</sup>D. Kang, J. E. MacLennan, N. A. Clark, A. A. Zakhidov, and R. H. Baughman, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4052 (2001).
- <sup>31</sup>E. Graugnard, J. S. King, S. Jain, C. J. Summers, Y. Zhang-Williams, and I. C. Khoo, *Phys. Rev. B* **72**, 233105 (2005).
- <sup>32</sup>E. M. Nascimento, F. M. Zanetti, M. L. Lyra, and I. N. de Oliveira, *Phys. Rev. E* **81**, 031713 (2010).
- <sup>33</sup>R. Ozaki, Y. Matsuhisa, M. Ozaki, and K. Yoshino, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 1844 (2004).
- <sup>34</sup>H. X. Da, P. Xu, J. C. Wu, and Z. Y. Li, *J. Appl. Phys.* **104**, 033911 (2008).
- <sup>35</sup>V. G. Arkhipkin, V. A. Gunyakov, S. A. Myslivets, V. Ya. Zyryanov, V. F. Shabanov, and W. Lee, *J. Exp. Theor. Phys.* **112**, 577 (2011).
- <sup>36</sup>I. V. Timofeev, Y.-T. Lin, V. A. Gunyakov, S. A. Myslivets, V. G. Arkhipkin, S. Ya. Vetrov, W. Lee, and V. Ya. Zyryanov, *Phys. Rev. E* **85**, 011705 (2012).
- <sup>37</sup>R. R. da Silva, F. M. Zanetti, and I. N. de Oliveira, *Phys. Rev. E* **89**, 012508 (2014).
- <sup>38</sup>S. Keramati, M. Zamani, and M. Ghanaatshoar, *J. Appl. Phys.* **114**, 023101 (2013).
- <sup>39</sup>R. R. da Silva, F. M. Zanetti, M. L. Lyra, and I. N. de Oliveira, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **657**, 11 (2017).
- <sup>40</sup>H.-X. Da, Z.-Q. Huang, and Z. Y. Li, *Opt. Lett.* **34**, 356 (2009).
- <sup>41</sup>P. G. De Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals* (Clarendon, Oxford, 1993).
- <sup>42</sup>R. Li and M. Levy, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 251102 (2005).
- <sup>43</sup>X. Huang, R. Li, H. C. Yang, and M. Levy, *J. Magn. Magn. Mater.* **300**, 112 (2006).
- <sup>44</sup>M. Levy, *J. Appl. Phys.* **99**, 073104 (2006).
- <sup>45</sup>D. W. Berreman, *J. Opt. Soc. Am.* **62**, 502 (1972).
- <sup>46</sup>H. Kato, T. Matsushita, A. Takayama, M. Egawa, K. Nishimura, and M. Inoue, *J. Appl. Phys.* **93**, 3906 (2003).
- <sup>47</sup>I. C. Khoo and S. T. Wu, *Optics and Nonlinear Optics of Liquid Crystals* (World Scientific, Singapore, 1992).
- <sup>48</sup>H. J. Deuling, "Liquid crystals," in *Solid State Physics Supplement*, edited by L. Liebert (Academic, New York, 1978), Vol. 14.
- <sup>49</sup>D. Dunmur, A. Fukuda, and G. Luckhurst, *Physical Properties of Liquid Crystals: Nematics* (Inspec, London, 2001).
- <sup>50</sup>S. Stallinga, *J. Appl. Phys.* **85**, 3023 (1999).
- <sup>51</sup>R. R. da Silva, F. M. Zanetti, and I. N. de Oliveira, *Phys. Rev. E* **82**, 061704 (2010).
- <sup>52</sup>M. Fiebig, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38**, R123 (2005).
- <sup>53</sup>W. Eerenstein, N. D. Mathur, and J. F. Scott, *Nature* **442**, 759 (2006).
- <sup>54</sup>T. Scharf, *Polarized Light in Liquid Crystals and Polymers* (Wiley & Sons, New Jersey, 2007).
- <sup>55</sup>A. I. Musorin, M. I. Sharipova, T. V. Dolgova, M. Inoue, and A. A. Fedyanin, *Phys. Rev. Appl.* **6**, 024012 (2016).