Samuel Soares de Souza Santos

UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUÂNTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Orientador:
Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Maceió-AL
Janeiro/2020

UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUÂNTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Samuel Soares de Souza Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:
Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Maceió-AL
Janeiro/2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE FÍSICA
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – Polo 36 - UFAL
Campus A. C. Simões - Av. Lourival de Melo Mota, S/Nº,
Tabuleiro dos Martins - 57.072-970 - Maceió - AL - Brasil
Tels.: Direção: (82) 3214-1645; Coordenação Graduação: (82) 3214-1421;
Coordenação Pós-Graduação: (82) 3214-1423 / 3214 – 1267

PARECER DA BANCA EXAMINADORA DE DEFESA DE

DISSERTAÇAO DE MESTRADO

"UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUÂNTICA PARA O ENSINO MÉDIO"

por

SAMUEL SOARES DE SOUZA SANTOS

A Banca Examinadora composta pelos professores, Dr. Jenner Barretto Bastos Filho, como presidente da banca examinadora e orientador, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Dra. Divanizia do Nascimento Souza, do Departamento de Física da Universidade Federal de Sergipe, Dr. Antônio José Ornellas Farias, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, Dr. Samuel Silva de Albuquerque, do Campus Arapiraca da Universidade Federal de Alagoas, Dra. Maria Socorro Seixas Pereira, do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas, consideram o candidato **aprovado.**

Maceió, 09 de janeiro de 2020.

Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza

Prof. Dr. Antônio José Ornellas Farias

Prof. Dr. Samuel Silva de Albuquerque

Profa. Dra. Maria Socorro Seixas Pereira

FICHA CATALOGRÁFICA

S237p Santos, Samuel Soares de Souza.

Um passeio não-aleatório pelos paradoxos da teoria quântica para o ensino médio / Samuel Soares de Souza Santos. – 2019.
189 f. : il., grafs., tabs. color. + material adicional (1 folheto, 76 f.)

Orientador: Jenner Barreto Bastos Filho.
Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Física. Programa de Pós Graduação de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, 2019.
1 folheto (produto educacional): LIVRO-TEXTO: Um passeio não-aleatório pelos paradoxos da teoria quântica para o ensino médio.

Bibliografia: f. 155-171.
Apêndices: 172-189.

1. Física - Estudo e ensino. 2. Física (Ensino médio). 3. Teoria quântica. 4. Paradoxos em física quântica. I. Título.

CDU: 530.145

Dedico, com amor, esta dissertação a minha família e a meu amor Yasmin Anacleto, minhas grandes fontes de inspiração.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus por me conceder tamanho presente.

Aos meus pais e demais familiares pelo otimismo, estímulo e apoio incondicionais.

Este trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

A Sociedade Brasileira de Física pela iniciativa de âmbito nacional no tocante à formação de professores do ensino médio, consubstanciada pela criação do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, pelo apoio financeiro.

Ao meu orientador, o professor Dr. Jenner Barretto Bastos Filho pela paciência, apoio, orientação de estudos, compartilhamento de conhecimentos e saberes, no âmbito da graduação e do mestrado, bem como também por todas as valiosíssimas contribuições para a minha formação.

Ao professor Dr. Pedro Valentim, por todo apoio no âmbito do mestrado, enquanto coordenador do programa de pós-graduação e, ainda, como professor da disciplina Física Contemporânea (Nanofísica).

Ao professor Dr. Samuel Silva de Albuquerque pelo grande exemplo da constituição moral e ética de um professor de física extensivamente dedicado a aprendizagem dos seus alunos, bem como também por todos os momentos de resolução de dúvidas e estímulo dentro e fora de sala de aula, pelo apoio decisivo na minha preparação para as avaliações de desempenho didático nos concursos para professor efetivo em que concorri recentemente e ainda, pela composição da banca examinadora deste trabalho.

A professora Dra. Maria Socorro Seixas Pereira por todo apoio empreendido na minha formação, desde a física experimental, e posteriormente, enquanto coordenadora do curso de licenciatura em física e, ainda como docente da disciplina Acompanhamento da Implementação do Produto Educacional no âmbito do mestrado profissional, assim como também pela honra no tocante a composição da banca examinadora deste trabalho.

A professora Dra. Divanízia de Nascimento Souza por aceitar tão amavelmente compor a banca examinadora deste trabalho em um período do ano tão difícil como o período corrente, assim como pela avaliação e por todas as contribuições e melhorias apontadas.

Ao professor Dr. Antonio José Ornellas Farias, por todas as contribuições realizadas à minha formação, da graduação ao mestrado, e por todo apoio oferecido, tanto no que concerne a avaliação deste trabalho quanto aos preciosos conselhos presenteados ao longo do tempo, assim como também pela composição da banca examinadora da minha dissertação.

Ao professor Dr. Elton Malta Nascimento, pelo apoio decisivo na minha preparação para as avaliações de desempenho didático nos concursos para professor efetivo em 2019, assim como pela apresentação inspiradora da beleza da teoria da mecânica estatística, enquanto docente do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física em 2017.

Aos meus colegas do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física: Carla Caroline Souza Costa, Ewerton Souza de Araújo, Franck Renaldo Santos, José Maria de Lima Júnior, Paulo José Marques de Souza, Paulo Martins Vieira, Sidney dos Santos Ramos, Vlamir Gama Rocha e Wagner da Costa Vieira por todas as discussões empreendidas no âmbito do ensino de física fora e dentro de sala de aula.

Aos colegas professores, Michael Patrick Costa de Lucena e Marcos Fabrício Lopes Alves por todo estímulo e apoio nesta empreitada.

A minha namorada Yasmin Valéria de Mendonça Anacleto pela paciência e por todo amor compartilhado em todas as horas.

A todos os professores do Instituto de Física da UFAL que contribuíram diretamente ou indiretamente para a minha formação profissional.

Por fim, aos alunos que tão amavelmente participaram da implementação do produto educacional elaborado no âmbito do mestrado.

Deus não joga dados

Albert Einstein

RESUMO

UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUANTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Samuel Soares de Souza Santos

Orientador:
Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Neste trabalho apresentamos uma possibilidade de inserção de tópicos de teoria quântica e natureza da ciência, por meio da elaboração de uma livro-texto didático para o ensino médio, no qual perseguimos o rastro de três paradoxos quânticos belíssimos, o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, o paradoxo da dualidade onda-partícula e o paradoxo da realidade. Para tal, partimos de duas hipóteses fundamentais, a primeira de que a exploração dos aspectos históricos e epistemológicos nos quais esses paradoxos estão envoltos constituem expedientes facilitadores do estabelecimento do processo de alfabetização científica e da aprendizagem significativa. A segunda, por sua vez, consiste na consideração de que o dispositivo heurístico denominado diagrama epistemológico de Gowin, constitua um elemento facilitador e organizador do conhecimento para possíveis discussões e, ainda, de avaliação da aprendizagem. Argumentamos também acerca da necessidade de uma maior integração entre os resultados da pesquisa em ensino de física no contexto escolar e, por conseguinte, sobre a correta utilização desses resultados por professores do ensino médio, sobre a necessidade de atualização curricular e sobre os obstáculos e desafios no que concerne à inserção da física moderna no contexto do ensino médio. Ainda, damos atenção especial ao paradoxalmente ambíguo papel da matemática no ensino da teoria quântica. Apresentamos a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel e a possibilidade de uso dos diagramas epistemológicos de Gowin para o ensino de teoria quântica. No que concerne, à teoria física, o que propomos é a realização de um passeio não-aleatório pelos paradoxos da teoria quântica, tratando de temas fundamentais, que vão da interpolação de Planck ao famoso debate entre Einstein e Bohr sobre a realidade quântica. Também, apresentamos e discutimos os resultados obtidos com a nossa proposta educacional. O experimento didático foi realizado no período de outubro a novembro de 2019, ocasião na qual aplicamos o nosso material instrucional, constituído por um livro-texto didático e uma sequência de ensino, em uma turma do ensino médio, que contou com a participação efetiva de 13 estudantes da 2ª série do ensino médio em uma escola de ensino integral da rede estadual de Alagoas.

Palavras-chave: Ensino de Física, História da Ciência, Filosofia da Ciência, Teoria Quântica, Paradoxos Quânticos. Problemas da Teoria Quântica

ABSTRACT

A NON-RANDOM WALK THROUGH THE PARADOXES OF QUANTUM THEORY FOR HIGH SCHOOL

Samuel Soares de Souza Santos

Supervisor:
Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Abstract of master's thesis submitted to Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mestre em Ensino de Física.

In this work we present a possibility of inserting topics of quantum theory and nature of science, through the elaboration of a textbook for high school, in which we pursue the trail of three beautiful quantum paradoxes, the ultraviolet catastrophe paradox, the paradox of wave-particle duality and the paradox of reality. To this end, we start from two fundamental hypotheses, the first that the exploration of the historical and epistemological aspects in which these paradoxes are involved are facilitating means of establishing the process of scientific literacy and meaningful learning. The second, in turn, is the consideration that the heuristic device called Gowin's epistemological diagram, constitutes a facilitator and organizer of knowledge for possible discussions and also for learning assessment. We also argue about the need for greater integration between the results of research in physics teaching in the school context and, therefore, about the correct use of these results by high school teachers, about the need for curricular updating and about the obstacles and challenges. concerning the insertion of modern physics in the context of high school. Still, we pay particular attention to the paradoxically ambiguous role of mathematics in teaching quantum theory. We present Ausubel's theory of meaningful learning and the possibility of using Gowin's epistemological diagrams for the teaching of quantum theory. As far as physical theory is concerned, what we propose is a non-random walk through the paradoxes of quantum theory, dealing with fundamental themes, ranging from Planck's interpolation to the famous debate between Einstein and Bohr on quantum reality. Also, we present and discuss the results obtained with our educational proposal. The didactic experiment was conducted from October to November 2019, when we applied our instructional material, consisting of a textbook and a teaching sequence, in a high school class, which had the effective participation of Thirteen high school students in a state school in the state of Alagoas.

Keywords: Physics Teaching, Scientific Literacy, History of Science, Philosophy of Science, Quantum Theory Teaching, Quantum Paradoxes, Problems of Quantum Theory

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama V de Gowin.....59

Figura 2 – Diagrama V de Gowin para a dualidade onda-partícula.....61

Figura 3 – Cavidade no interior de um metal.....69

Figura 4 – Onda EM viajando em direção a uma cavidade metálica arbitrária 70

Figura 5 – Ângulo Sólido.....72

Figura 6 – Grande Cavidade de raio r.....73

Figura 7 - Catástrofe do Ultravioleta.....81

Figura 8 - Max Planck (1858-1947).....82

Figura 9 - Modelo do Pudim de Passas de Thomson.....101

Figura 10 - Modelo de Rutherford.....102

Figura 11 - Representação simples da emissão de um fóton na transição de um estado estacionário n =2 para um estado estacionário n=1.....107

Figura 12 - Experiência da dupla fenda de Young com Elétrons.....115

Figura 13 - Geometria da Fenda Dupla de Young.....121

Figura 14 - Tabela de Registros apresentada pelos estudantes sobre a catástrofe do ultravioleta 138

Figura 15 – Gráfico apresentado pelos estudantes sobre a catástrofe do ultravioleta.....138

SUMÁRIO

1 ENSINO DE FÍSICA 15

2 PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA 20

2.1.1 Breve retrospectiva 21

2.1.2 As principais tendências da pesquisa em ensino de física 22

2.1.3 Pesquisa em ensino de física em sala de aula: algumas questões emergentes e entraves na prática docente 25

3 ENSINO DE FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA 29

3.1 Aprendizagem de acordo com a BNCC 29

3.2 As finalidades do ensino médio 31

3.2.1 Alfabetização científica 31

3.2.2 Alfabetização, letramento e enculturação 32

3.2.3 Indicadores de Alfabetização Científica 34

3.3 Atualização curricular dos conteúdos de física 36

3.4 Ensino de Teoria Quântica 37

4 OBSTÁCULOS E DESAFIOS PARA A INTRODUÇÃO DA FÍSICA MODERNA NO ENSINO MÉDIO 40

4.1 Considerações Preliminares sobre alguns obstáculos e desafios 40

4.2 Ainda um recorte complementar, ao longo de algumas décadas, sobre os obstáculos e desafios para a inserção da física moderna no contexto do ensino médio 46

4.3 O paradoxo do papel ambíguo da matemática no ensino. Matemática ajuda ou atrapalha? Pode ao mesmo tempo a matemática ajudar e atrapalhar? 49

4.4 Conclusões 50

5 REFERENCIAL EDUCACIONAL 53

5.1 Elementos da teoria de Ausubel 53

5.2 Aprendizagem Significativa 55

5.3 Teoria de Kuhn 56

5.4 Diagramas de Gowin para o ensino de Teoria Quântica 59

6 UM PASSEIO NÃOALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUÂNTICA 64

6.1 A radiação do corpo negro 67

6.1.1 Conceitos Fundamentais 68

6.2 A Lei de Stefan-Boltzmann 69

6.3 A Lei de Deslocamento de Wien 77

6.4 A Teoria Clássica de Rayleigh-Jeans 80
7 TEORIA QUÂNTICA DA RADIAÇÃO 83
7.1 A Lei de Planck 83
7.2 Einstein e a natureza da luz 87
7.3 A Lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz 90
7.4 A entropia dos osciladores de Planck 94
7.5 Unidades Naturais do Universo 97
7.5.1 Unidades de Planck 98
7.5.2 Escalas de Planck 99
8 DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA 101
8.1 Introdução 101
8.2 Átomo de Bohr 104
8.2.1 À la Bohr 104
8.2.2 Hipótese de Bohr 107
8.2.3 Condição de frequência de Einstein-Bohr 109
8.2.4 A quantização do momento angular 110
8.2.5 O Princípio da Correspondência 111
8.3 Um retorno à teoria corpuscular 112
8.4 O postulado de de Broglie 113
8.5 Dualidade Onda-Partícula: versão fraca 116
8.5.1 Conceitos Fundamentais 117
8.5.2 Debate Einstein-Bohr e o Princípio de Incerteza de Heisenberg 120
9 PRODUTO EDUCACIONAL 127
9.1 Descrição 127
9.1.1 Livro-texto e Sequência Didática 127
9.2 Contexto de aplicação do Produto Educacional 128
9.3 Receptividade/Reação dos alunos 130
9.4 Resultados Obtidos 130
9.4.1 Visões sobre o Conhecimento Científico 131
9.4.2 Visões sobre a Catástrofe do Ultravioleta 135
9.4.3 Visões sobre o Quantum e a Quantização 140
9.4.4 Visões sobre o Átomo 145
9.4.5 Uma breve consideração 148
9.4.6 Visões sobre a dualidade Onda-Partícula 149
9.4.7 Visões sobre o problema do conhecimento da Realidade na teoria quântica 150

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS 152
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 155
11 ANEXOS 172
11.1 Orientações para o Professor 172
11.2 Sequência didática para o ensino médio 173
11.2.1 Encontro 1: Apresentação 175
11.2.2 Encontro 2: Compreendendo aspectos epistemológicos da Ciência 176
11.2.3 Encontro 3: Introdução à teoria quântica da radiação 177
11.2.4 Encontro 4: Teoria Clássica da Radiação de Cavidade 179
11.2.5 Encontro 5: A catástrofe do ultravioleta 180
11.2.6 Encontro 6: A Lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz 181
11.2.7 Encontro 7: Contribuições de Bohr para a compreensão do átomo 183
11.2.8 Encontro 8: A interpretação de de Broglie 184
11.2.9 Encontro 9: Princípio da Incerteza e o Debate Einstein-Bohr 186
11.3 Modelo de Diagrama V 187
11.4 LIVRO-TEXTO: Um Passeio Não-Aleatório Pelos Paradoxos Da Teoria Quântica 189

1 ENSINO DE FÍSICA

É caminhando que se aprende a caminhar

O progresso científico e tecnológico tem marcado a contemporaneidade como condicionante das mentes do futuro e, como consequência, tem contribuído de maneira significativa para a transformação das condições e dos cenários nos quais a profissão docente se inscreve, trazendo ainda, por conseguinte cada vez mais novos horizontes e desafios diários para a pesquisa educacional.

As reflexões trazidas à tona por este assunto são diversas e atravessam vários campos de interesse na área de ensino de ciência, constituindo-se como vários problemas de pesquisa em trabalhos científicos nos últimos anos, tais como: *Qual ciência deve ser ensinada na escola? De que modo pode-se tornar o conteúdo de ciência mais atrativo para o aluno? De que maneira se pode promover uma visão mais adequada da ciência, de seus produtos e do seu impacto na sociedade? Quais dimensões e/ou aspectos da ciência devem ser enfatizados na escola?*

Além disso, temos ainda as questões apontadas por Viana (2010) que podem ser colocadas tomando a persona do professor como um ente mais central nesse processo: *Que modelo de professor queremos nas nossas escolas? O bom expositor? O professor reflexivo? O professor-pesquisador? Como professores, de que maneira podemos despertar o interesse pela ciência nos nossos alunos?* Todas estas questões trazem uma série de inquietações para o trabalho docente, o que coloca o professor diante de uma grande pressão diária, modelando a sua persona como um ator de importância significativa para as transformações sociais e intensificando de maneira relevante a sua responsabilidade como agente direto no desenvolvimento humano (VIANA, 2010). Bem entendido, o protagonismo do professor também deve, assim esperamos, ser compartilhado com o necessário protagonismo dos estudantes.

Nesse sentido, a questão de interesse central, não somente na pesquisa em ensino de ciência, como também na pesquisa educacional em toda a sua abrangência constitui-se essencialmente do alinhamento do processo de ensino e aprendizagem às atuais demandas da sociedade.

As comunidades científica, educacional e de pesquisadores em ensino de ciências, têm atacado este problema de diversas maneiras, e uma série de alternativas e soluções pontuais têm sido propostas nos últimos anos (PEREIRA & OSTERMANN, 2009; PINTO & ZANETIC, 1999; SIQUEIRA & PIETROCOLA, 2006; LEONEL & SOUSA, 2012; SOUSA et al., 2007). No entanto, segundo nossa concepção, a extensão cultural deste problema, suas origens e suas repercussões sociais o tornam em primeira instância intratável, no contexto das ações que podem ser empreendidas no ambiente escolar. Todavia, na contramão dessa visão no que concerne à pesquisa educacional, alguns denominadores comuns vêm surgindo ao longo dos tempos e emergiram na forma de linhas de pesquisa centrais no ensino de ciências, em particular no ensino de física, dentre as quais se pode citar: “Física no Cotidiano”, “Uso de Equipamentos de Baixo Custo”, “Ciência, Tecnologia e Sociedade”, “História e Filosofia da Ciência”, e ainda mais recentemente, “Física Moderna e Contemporânea” (MOREIRA, 2000).

A emergência dessas linhas de pesquisa está intimamente relacionada tanto ao modelo de cidadão que a sociedade brasileira deseja construir para o futuro quanto a continuidade das relações de poder atualmente autoritárias e assimétricas vigentes em nosso país.

A riqueza e a ampla variedade de temas atuais em cada uma dessas linhas de pesquisa na literatura em ensino de física são bastante significativas no Brasil. No entanto, é de conhecimento comum a existência da falta de articulação entre os conteúdos que são ensinados na escola, os resultados de pesquisa em ensino e as atuais demandas da sociedade. Um exemplo clássico disso se refere ao uso de LEDS[1] em vários dispositivos presentes no cotidiano dos alunos, cujo conteúdo de física, constitui um assunto que tem sido alvo de diversas pesquisas nos últimos anos, mas que raramente é tratado na educação básica.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> [...] a área de Ciências da Natureza deve contribuir com a construção de uma base de conhecimentos contextualizada, que prepare os estudantes para fazer julgamentos, tomar iniciativas, elaborar argumentos e apresentar proposições alternativas, bem como fazer uso criterioso de diversas tecnologias(BRASIL, p. 537)

[1] Lightning Emissor Diode – traduzido para o português: Diodo Emissor de Luz.

Uma das metas apontadas para a Educação Básica na BNCC se refere ao aprofundamento e ampliação por parte dos estudantes das suas reflexões sobre a tecnologia, os seus meios de produção e o seu papel na sociedade.

Nas últimas décadas, com o intuito de promover avanços nesse aspecto do processo de ensino e aprendizagem em ciência, diversos trabalhos na área de ensino de física têm evidenciado a necessidade de uma atualização curricular para o ensino de física, que constitui um assunto transversal a todas as linhas de pesquisa citadas anteriormente(MOREIRA, 2000, 2004; OSTERMANN & MOREIRA, 2001, 2016; STRIEDER & TERRAZAN, 1998; OSTERMANN, 2000).

Assim, torna-se imprescindível empreender esforços no sentido de, ainda que seja de maneira meramente pontual, promover tanto a melhoria do ensino de física quanto a inserção de uma física mais atual na educação básica.

Nessa perspectiva, os principais periódicos nacionais sobre o ensino de física têm apontado a necessidade de inserção de tópicos de epistemologia da ciência e da Física Moderna e Contemporânea na educação básica. Dessa maneira, o escopo de trabalho deste breve ensaio se inscreve nesse quadro.

No presente trabalho apresentamos uma possibilidade de inserir tópicos introdutórios de teoria quântica na educação básica, tomando como pressuposto fundamental a hipótese de que, de acordo com a epistemologia de Thomas S. Kuhn, o período denominado *ciência extraordinária* de transição e/ou estabelecimento de novos paradigmas científicos constituem-se como episódios históricos cuja natureza os tornam legitimamente potencializadores da aprendizagem em ciência, em particular de aspectos essenciais da natureza da ciência. Para demonstrar isto propomos a inserção no Ensino Médio de discussões relativas a alguns dos mais importantes episódios de transição da teoria clássica para a teoria quântica e colocamos em relevo três dos mais belos paradoxos de toda teoria física: o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, o paradoxo da dualidade onda-partícula e o paradoxo da realidade.

Dessa maneira, o problema que nos propomos a investigar se refere a inserção de tópicos de teoria quântica e de aspectos da natureza da ciência por meio da discussão de episódios da história da ciência, como a interpolação de Planck, a

interpretação de Einstein dos quanta de Planck e o debate entre Einstein e Bohr sobre a mecânica quântica.

Para consecução de tal objetivo dividimos o nosso trabalho em nove capítulos. O segundo capítulo se destina à apresentação de uma breve revisão bibliográfica sobre a pesquisa em ensino de física, no que concerne a sua história, principais tendências a algumas questões emergentes e entraves na prática docente.

No terceiro, discorremos brevemente sobre aprendizagem de acordo com a BNCC, sobre as finalidades do ensino médio, a alfabetização científica, e a necessidade de atualização curricular da disciplina física, assim como também da inserção de tópicos de Física Moderna e Contemporânea na educação básica, e de maneira particular discutimos sobre o ensino de teoria quântica.

No quarto capítulo discutimos sobre os obstáculos e desafios para a introdução da física moderna no ensino médio, fazendo ainda um recorte complementar sobre as recomendações do professor Marco Antônio Moreira e sobre o papel paradoxalmente ambíguo da matemática no ensino de teoria quântica.

No quinto capítulo, apresentamos nosso referencial educacional constituído pela Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e argumentamos a respeito do uso do V epistemológico de Gowin no contexto do ensino de teoria quântica.

No sexto capítulo, apresentamos uma revisão de literatura sobre as origens da teoria quântica, que vai das nuvenzinhas de Kelvin à teoria clássica da radiação, no que concerne aos resultados de Paschen-Wien e Rayleigh-Jeans.

No sétimo capítulo, apresentamos a Lei de Planck, da maneira como foi interpretada por Planck e Einstein, assim como a dedução de Einstein para a Lei de Planck, considerando os processos de absorção, emissão espontânea e emissão estimulada. Nesse capítulo apresentamos também as unidades naturais do Universo e as escalas de Planck.

No oitavo capítulo, realizamos uma revisão de literatura sobre a dualidade onda-partícula, na qual apresentamos uma breve histórico da evolução dos modelos atômicos, que vai de Thomson a Bohr, a tese de de Broglie, a versão fraca da dualidade onda-partícula, os conceitos fundamentais da teoria de Schrödinger e, por fim, o debate entre Einstein e Bohr sobre a realidade na teoria quântica.

No capítulo de número nove, por sua vez, apresentamos nosso produto educacional e nossa proposta de ensino, assim como o contexto no qual ela foi aplicada e os resultados decorrentes de sua aplicação no ensino médio.

Por fim, no último capítulo apresentamos nossas considerações finais acerca do presente trabalho e nossas perspectivas de futuros trabalhos.

2 PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA

Ensinar é uma tarefa muito complexa e que exige muito dos profissionais da educação. Não se pode esperar que ao final de uma intervenção em sala de aula todos os alunos tenham aprendido o tema tratado pelo professor.

O próprio conceito de aprendizagem é relativo, estando condicionado a muitos fatores, inclusive a alguns que em certa medida fogem ao controle docente. Trata-se de um fenômeno que pode também ser interpretado de diversas maneiras. Na maioria das vezes, de uma certa maneira pelo professor e de maneiras distintas pelos discentes e pelo restante da comunidade escolar.

O que não seria necessariamente um problema não fosse a falta de uma concepção minimamente mais formal e precisa na comunidade escolar como um todo acerca dos elementos que constituem os processos que podem levar à aprendizagem.

Em um mundo imediatista como o nosso, a ideia corrente de que o ensino deve levar necessariamente à aprendizagem é muito comum. O corpo discente e a comunidade escolar esperam fórmulas e receitas de ensino do professor, como quem espera truques instantâneos de um mágico, relegando toda a responsabilidade da aprendizagem do aluno ao professor.

Todavia, de acordo com Moreira (2000), apesar do ensino estar diretamente vinculado à aprendizagem, esses dois processos não estabelecem entre si uma relação de causa e efeito. Dessa maneira, surge a necessidade do estabelecimento de uma concepção de aprendizagem entre os atores da comunidade escolar, isto é, pais, alunos e professores.

Uma maneira de se resolver parte deste problema se refere à correta utilização de resultados de pesquisas da área de ensino no ambiente escolar (Nardi, 2004, 2005). No entanto, desde o início de sua história a pesquisa em ensino de física enfrenta dificuldades muito particulares, como será discutido na próxima seção.

2.1.1 Breve retrospectiva

Os primeiros grupos de pesquisa em ensino de física no Brasil ocorreram em 1950 por meio da realização de ações de pesquisa isoladas. Alguns fatores como a dificuldade na determinação de parâmetros de pesquisa e avaliação e a complexidade da própria pesquisa em ensino de física dificultaram o seu desenvolvimento, levando muitos docentes a isolarem suas pesquisas e/ou associarem-se a centros de pesquisa em educação (NARDI, 2004, 2005).

Um fator também preponderante diz respeito à discriminação dos pesquisadores da chamada “ciência dura” com a pesquisa em ensino, o que retardou nos centros e institutos de pesquisa de todo país a institucionalização dos primeiros grupos de pesquisa em ensino (NARDI, 2004, 2005).

Não obstante, até metade da década 1990 a pesquisa em ensino de ciências brasileira, segundo os pressupostos da concepção kuhniana de ciência, ainda não poderia ser considerada um campo disciplinar de conhecimento, encontrando-se ainda em um estado pré-paradigmático, isto é, sem um corpus de pesquisa bem estabelecido (CACHAPUZ, 2001).

Todavia, ao longo da história a pesquisa em ensino de física, se consolidou como um campo de conhecimento aplicado por diversas razões. Nardi (2005) e Nardi e Almeida (2007) *apud* Nardi e Abril (2015) apontam que a pesquisa em ensino de ciências se consolidou como um campo disciplinar de conhecimento devido ao fato de ser o resultado do compartilhamento de uma série de preocupações comuns.

Queiroz e Silva (2008), por sua vez, aponta que a necessidade do processo de alfabetização científica na população brasileira frente à emergência de novas tecnologias foi o grande fator motivador que impulsionou de maneira decisiva a consolidação da pesquisa em ensino de ciências como um campo de conhecimento. Já Delizoicov (2007), um expoente dessa área de pesquisa, defende a tese de que a pesquisa em ensino de ciências constitui um campo social de produção de conhecimento autônomo.

Nessa perspectiva, a pesquisa em ensino de ciências deve ter, fundamentalmente, uma preocupação dupla: no que se refere, primeiro, ao conteúdo curricular que deve ser empreendido na escola; segundo, ao tratamento subjacente à exploração desses conhecimentos em sala de aula.

A questão foco que deve ser colocada em relevo, todavia, se refere à preocupação precípua na pesquisa em ensino de ciências no que concerne à aprendizagem do aluno, posto que esta constitui o grande objetivo do processo de ensino.

2.1.2 As principais tendências da pesquisa em ensino de física

A professora Ana Maria Pessoa de Carvalho realizou uma extensa pesquisa nas Atas e "*Proceedings"* dos simpósios nacionais e internacionais vinculados ao ensino de física, buscando compreender as inovações emergentes e as tendências na estrutura curricular presente na década de 1990, com o objetivo de, por meio disso, verificar a existência de uma relação de causalidade entre as propostas de ensino declaradas e as ações realizadas no âmbito de sala de aula e, por conseguinte, fazer um recorte dos principais objetivos de renovação do ensino de ciências, da visão de ciência predominante no currículo e das metodologias que eram recomendadas a esse ensino(CARVALHO, 1996).

Um resultado bastante significativo obtido pela pesquisadora citada anteriormente nesse período diz respeito necessariamente ao estabelecimento do estudo das concepções prévias como um campo fértil diretamente vinculado ao ensino em quase todos os campos científicos (CARVALHO, 1996). A razão disso tem como fundamento precípuo, de acordo com Gil-Perez (1994) *apud* Carvalho (1996), a possibilidade de integração entre a investigação das concepções espontâneas e outros campos do saber, como, por exemplo, a linguagem e a aprendizagem significativa.

Nesse espírito, tomamos como nossas as palavras de Gil-Perez (1994) ao dizer que um dos principais fatores no incentivo a busca por inovações no ensino de física, e por conseguinte, no rompimento com a inércia da assunção acrítica da tradição do ensino por mera transmissão – adotado pelas teorias comportamentalistas das décadas anteriores –, se refere à compreensão da complexidade intrínseca ao processo de ensino e aprendizagem, o que se justifica de acordo com Carvalho (1996) devido à compreensão naquele período de que a prática docente transcendia as

fronteiras do mero domínio de conteúdo especifico, constituindo-se como preponderante aí também o uso de bom senso didático.

Nesse mesmo trabalho, a referida autora discorre brevemente que, naquele período, a inclusão da História e Filosofia da Ciência e a adoção do Ensino Cognitivista constituíam-se como as duas maiores preocupações apresentadas pela comunidade de pesquisadores da área em eventos e conferências sobre o ensino de física. Não obstante, ainda naquele período, a ênfase demonstrada nos trabalhos apresentados nesses eventos não se refletia nas ações em sala de aula.

Não sem razão, dadas as transformações sociais e políticas por que passava o país naquele período, o que se pode constatar por meio da análise dos periódicos nacionais publicados na década de 1990, isso se devia ao fato de que um dos objetivos centrais do movimento de renovação do ensino de ciências era a aproximação entre a ciência e o cidadão comum(CARVALHO, 1996).

Assim, o ensino de física proposto nos periódicos nacionais e recomendado nessa década tinha como ênfase o aspecto do ensino, combinado ao conteúdo específico e aos progressos da ciência e da tecnologia, com o objetivo de promover a constituição de uma visão mais adequada da ciência, o que, em essência, demanda a compreensão da ciência como um construto humano historicamente situado(CARVALHO, 1996).

Em um trabalho de revisão bibliográfica acerca da pesquisa em ensino de física Bortoletto et al (2007), analisam resumos e/ou artigos completos de pesquisa publicados no *Encontro de Pesquisa em Ensino de Física* (EPEF), *Simpósio Nacional de Ensino de Física* (SNEF), *Revista Brasileira de Ensino de Física*[2](RBEF) e *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*(CBEF) a partir da utilização dos procedimentos de pesquisa “estado da arte”.

Os referidos autores apontam os Encontros de Pesquisa em Ensino de Física como as fontes de informação mais eficientes e adequadas para a delimitação das tendências da pesquisa em ensino de física. Ainda, de acordo com os autores, essa assunção pode ser justificada pelo fato de que, em detrimento a outros eventos

[2] A *Revista Brasileira de Ensino de Física*, anteriormente, denominada *Revista de Ensino de Física* (REF), foi lançada em 1979, durante o Simpósio de Ensino de Física pelo Prof. João Zanetic, sendo este o seu primeiro editor.

científicos da mesma área, desde a sua primeira edição a organização do evento aceita apenas para a comunicação oral trabalhos de pesquisa bem elaborados.

Várias deficiências encontradas nos trabalhos contribuem para a constituição de dificuldades na categorização dos temas de pesquisa presentes na produção acadêmica dos eventos científicos, dentre elas, uma muito marcante se refere à ausência de informações contidas nos resumos, que vai da ausência de palavras-chaves a até mesmo a ausência de resumos (BORTOLETTO et al, 2007)

No período de 2000 a 2007, as áreas temáticas com maior expressão nos EPEF's e nos SNEF's, foram: aprendizagem de conceitos, formação de professores, a inserção da história, filosofia e sociologia da ciência no ensino de ciências, alfabetização científica, tecnologias da informação e comunicação e ensino de ciências, abordagens CTSA no ensino de ciências, ensino por investigação, e experimentação e aprendizagem de habilidades científicas(BORTOLETTO et al, 2007).

Os resultados da investigação realizada por Bortoletto et al (2007) nos trabalhos apresentados nesses dois eventos revelaram que a área de formação de professores e a área de inserção da história, filosofia e sociologia da ciência no ensino de ciências constituíam nas duas grandes tendências na pesquisa em ensino de física. Ainda nesse estudo, se for levado em consideração somente o número de publicações da RBEF e do CBEF, os resultados obtidos pelos autores permitiram concluir que as áreas temáticas de Formação de Professores e de Aprendizagem de conceitos científicos constituíram as duas principais tendências(BORTOLETTO et al, 2007).

Ainda, em um trabalho de pesquisa bibliográfica Resende et al (2009) investigou 100 trabalhos publicados EPEF e no SNEF, no período de 2000 a 2007, com a finalidade mapear o estado da arte da produção nacional sobre o ensino de física de maneira tal que seu trabalho pudesse representar uma primeira aproximação à área. Os autores constataram na sua investigação que a temática mais frequente presente na produção acadêmica dos eventos científicos referentes ao ensino de física se constituiu da investigação do processo de ensino e aprendizagem(RESENDE et al, 2009).

De acordo com os referidos autores a ênfase dada aos aspectos cognitivos do ensino-aprendizagem nesses trabalhos não faz justiça à complexidade do processo,

resultado este que aponta a necessidade em prol de uma reflexão mais profunda acerca das muitas dimensões do processo educativo.

Os autores argumentam ainda que essa ênfase demonstra objetivamente a predominância de uma visão instrumentalista da pesquisa em ensino, que ainda remonta as teorias behavioristas[3] do processo educativo, marcada em seu âmago pelo reprodutivismo de conceitos disfarçado de metodologia construtivista, cuja principal finalidade se refere somente ao fornecimento de subsídios para a prática docente (REZENDE et al, 2009)

No período pesquisado, de a acordo com os referidos autores Rezende et al (2009), a predominância de trabalhos de cunho meramente descritivo sugere a necessidade de fomentar a cultura de pesquisa em ensino para que a pesquisa em ensino leve de fato à construção de novos conhecimentos. Urge assim a necessidade de mais investimentos na pesquisa teórica, haja vista a imprescindibilidade de uma reflexão mais profunda e a compreensão das diversas dimensões que configuram o processo educativo (REZENDE et al, 2009).

Nesse sentido, no período de 1990 a 2007, as pesquisas sobre a formação de professores e sobre a inserção da História, Filosofia da Ciência e a adoção do ensino cognitivista emergem como uma preocupação constante dos pesquisadores, constituindo-se como as tendências mais centrais da pesquisa em ensino de física.

2.1.3 Pesquisa em ensino de física em sala de aula: algumas questões emergentes e entraves na prática docente

Ao longo dos anos a pesquisa em ensino de física se consolidou como um campo disciplinar de conhecimento, constatamos isto através da ampla divulgação dos resultados de pesquisa em diversos meios de difusão, como simpósios, conferências, encontros, cursos de formação inicial e continuada de professores, programas de pós-graduação como o Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, e etc. no entanto há uma grande lacuna entre o ensino que vem sendo praticado nas escolas e estes resultados (PENA,2004). As causas disso tem sido

[3] As teorias behavioristas consideram o aprendiz como um receptor passivo, cujo comportamento é condicionado pelos estímulos o ambiente externo fornece. Segundo a teoria de Skinner, o teórico mais representativo da escola behaviorista é Skinner, o conhecimento, constitui, a grosso modo, um repertório de comportamentos que se manifestam por meio destes estímulos (GUIMARÃES, 2003).

amplamente debatidas nos periódicos acadêmicos sobre o ensino de física (PENA, 2004; ROSA, 2012; DELIZOICOV, 2004; MEGID, PACHECO, 1998; MORTIMER, 1996).

Nesse contexto, uma série de dúvidas emergem da tentativa de se compreender a relação entre a pesquisa em ensino e a prática docente, constituindo-se, assim, se colocados na forma de problemas como representantes legitimas das questões norteadoras da pesquisa básica, quais sejam: *de que maneira a prática docente tem sido influenciada pelos resultados das pesquisas em ensino? Que fatores influenciam a aplicação em sala de aula dos resultados das pesquisas em ensino? Que pensam os docentes acerca da utilização dos resultados da pesquisa em ensino em sala de aula? E os estudantes? Quais critérios devem ser adotados para verificar a eficiência da utilização dos resultados das pesquisas em ensino em sala de aula num contexto em que as metodologias de avaliação da qualidade do ensino e da aprendizagem são objeto de dúvidas entre os pesquisadores?* Não obstante, não lançamos essas dúvidas com a intenção de propor resoluções ou caminhos para a sua investigação, ainda que, em muitos casos, tal feito possa constituir-se como uma possibilidade, no entanto, acima de qualquer coisa, apresentamos tais questões aqui para que a sua investigação seja motivada (SANTOS, 2005).

Uma situação muito comum se refere à existência de um descompasso entre os resultados de pesquisa e a realidade escolar no que concerne às adoções metodológicas que são propostas e os resultados de pesquisa em ensino obtidos. Uma das linhas de pesquisa centrais da pesquisa em ensino, a saber, o uso de materiais de baixo custo para a experimentação em sala de aula, como foi apresentado anteriormente, se refere exatamente à consciência desse fato. No entanto, mais do que empreender pesquisas na área de ensino e de fornecer propostas didáticas para a aplicação em sala de aula, em face à atual realidade por que passam as escolas brasileiras, é necessário que os problemas enfrentados pelas escolas constituam o cerne das questões de pesquisa (DELIZOICOV, 2004). Para tal feito, no entanto, é necessário que discussões relativas aos possíveis impactos educacionais da implementação das propostas didáticas sejam incorporados às publicações.

A aprendizagem em física possibilita os estudantes a construção de uma nova maneira de pensar, explicar e conceber o mundo natural divergente com o senso-comum, envolvendo dessa maneira um processo de socialização das práticas da comunidade científica e de suas formas peculiares de pensar e de conceber o mundo, ou seja, exige a inserção do estudante na cultura científica(MORTIMER, 1996).

Dessa maneira, não se pode esperar que a pesquisa em ensino de física aponte soluções absolutas, ou panaceias para o ensino em sala de aula (MOREIRA, 2000). De acordo com o referido autor, a causa disso reside no fato de que, a realidade de parte bastante significativa da pesquisa básica em ensino de física não objetiva aplicação imediata de seus resultados em sala de aula. Todavia independentemente do resultado das pesquisas em ensino fornecerem ou não os subsídios necessários à sua aplicação em sala de aula, a sua transposição para a sala de aula exige em primeira instância que o docente confronte a realidade para a qual a atividade foi desenvolvida e a realidade em que está inserido (MOREIRA, 2000).

No artigo “A prática do professor e a pesquisa em ensino de física: novos elementos para pensar essa relação”, publicado no Caderno Brasileiro de Ensino de Física, as professoras Flavia Rezende e Fernanda Ostermann apontam duas dificuldades encontradas pelos professores no que diz respeito à aplicação dos resultados obtidos: a primeira se refere ao uso de tecnologias de comunicação pelos professores; a segunda, por sua vez, se refere a transposição das teorias de aprendizagem à prática docente(SANTOS & OSTERMANN, 2005). Isso ocorre predominantemente porque os trabalhos publicados não apresentam discussões relativas à integração dos resultados que defendem à prática docente(SANTOS & OSTERMANN, 2005).

Nesse sentido, são as condições reais do ambiente escolar, como a quantidade de alunos por turma e o curto período de duração das aulas, além, ainda da formação na maioria das vezes deficiente do professor, no que concerne tanto ao conteúdo específico quanto à adoção das teorias cognitivistas que delimitam o espectro de aplicação dos resultados das pesquisas.

Todavia, apesar de dificuldades na implementação dos resultados de pesquisa no contexto escolar, a saber, formação inicial e continuada dos professores, condições de trabalho, problemas sociais, políticos e econômicos, faz-se necessário que,

enquanto professores, dada a responsabilidade social intrínseca ao nosso campo de atuação, fazemos o uso das palavras das professoras Santos e Ostermann (2005) como se fossem as nossas próprias palavras, ao defender que precisamos, transcender o mero conhecimento dessas dificuldades e do seu impacto no âmbito escolar para que possamos desenhar novos caminhos para a pesquisa em ensino, visando aperfeiçoar relacionamento entre a pesquisa e a prática.

3 ENSINO DE FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

No dia 4 de dezembro de 2018 o Conselho Nacional de Educação(CNE) aprovou o texto base da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento de caráter normativo cuja finalidade precípua consiste em determinar o conjunto conhecimentos mínimos que os alunos devem desenvolver ao longo do ensino médio. Originalmente, a elaboração da BNCC constituía-se como uma previsão somente para o ensino fundamental. No entanto, foi ampliada para o ensino médio em conformidade com a aprovação do Plano Nacional de Educação na forma da Lei 13.005/2014 (AGUIAR, 2018).

Tanto a BNCC como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional atentam para a necessidade de uma reforma no ensino médio, no que se inclui, primariamente, uma atualização curricular de acordo com as demandas apresentadas pela sociedade vigente.

3.1 Aprendizagem de acordo com a BNCC

No texto da BNCC é defendida uma aprendizagem por competências e habilidades. O termo competência é entendido como

> [...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho [...] (BRASIL, 2018)

Entre as competências gerais da educação básica apresentadas nesse texto, pode-se destacar:

> 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
> 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas [...]
> [...]

> 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
> 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.(BRASIL, 2018, p.3-10)

É importante notar que as competências anteriormente elencadas se referem extensivamente ao relacionamento que os alunos estabelecem com o mundo da tecnologia e das ciências.

Cabe ainda recordar que, já nos Parâmetros Curriculares Nacionais é apontada a necessidade da constituição de uma cultura científica efetiva em sala de aula. Ainda neste documento, o ensino de física tem como papel fundamental:

> [...] construir uma visão da Física que esteja voltada para a formação de um cidadão contemporâneo, atuante e solidário, com instrumentos para compreender, intervir e participar na realidade. (BRASIL, 2002, p.1)

De acordo com os PCNEM uma das finalidades primordiais da formação cientifica[4] dos estudantes como um instrumento determinante à formação cidadão se consubstancia-se como:

> [...] buscar dar abrangência ao conhecimento físico, ou seja, construir um panorama de diferentes fenômenos e processos considerados relevantes para a formação da cidadania. Isso significa que, ao final da educação básica, espera-se que todos os jovens tenham tido oportunidade de ter contato com cada um desses temas, embora, provavelmente, em profundidades ou extensões diferentes. (BRASIL, 2000, p.32)

Esta é uma parte do esboço do problema. A outra trata, do que vem a seguir.

[4] É importante deixar claro que nos referimos aqui à ciência escolar, tendo em vista que pressupomos haver uma distinção primordial entre a ciência que deveria idealmente ser praticada no âmbito da escola e a ciência que é praticada pelos cientistas nos institutos de pesquisa teórica e experimental. Essa concepção se sustenta na crença que alimentamos de que a ciência praticada na escola deve fornecer subsídios aos estudantes para a constituição de uma visão mais alinhada à realidade da atividade científica. Para mais detalhes, ver a tese intitulada *A ciência escolar como instrumento para a compreensão a atividade científica*, de Helder de Figueiredo e Paula, apresentada ao curso de doutorado em educação em 2004.

3.2 As finalidades do ensino médio

De fato, como apresentado anteriormente grande parte do problema consiste em construir uma visão mais adequada da Física, e com mais humildade, da ciência em geral no ensino médio. Isto é, promover a constituição da formação de um cidadão contemporâneo mais crítico e consciente de sua própria realidade, todavia um grande questionamento que aflige o pensamento da maioria dos docentes da educação básica consubstancia-se na forma das seguintes perguntas:

Como promover tais ideais no contexto escolar em meio a tantas dificuldades diárias, algumas decorrentes da própria estrutura organizacional do sistema escolar e outras tão graves e de natureza tão complexa que transcendem as barreiras territoriais da escola? Como propiciar a constituição de uma visão mais visceral da realidade no ensino médio? De outra maneira, como promover a associação de conceitos dos fenômenos que o aluno estuda na escola com aqueles que ele contempla, ou até mesmo participa, fora dela? Mais desconcertante é ainda, como os professores de física que foram treinados em um regime de ensino e aprendizagem descontextualizado e muitas vezes desconexos dos problemas reais podem contextualizar o conhecimento científico para os alunos do ensino médio?

Dada a complexidade inerente a esses problemas, não se pretende de maneira alguma propor a apresentação de respostas, entretanto provocar o leitor a refletir sobre tais questões. Apesar disso, podemos seguir o rastro de uma resposta possivelmente coerente.

3.2.1 Alfabetização científica

Nesse cenário, o rastro que devemos seguir se refere à investigação dos processos que possam levar ao processo de alfabetização científica. No entanto, falar de alfabetização é discutir a cultura humana e, por conseguinte, a dinâmica das relações humanas através da história, tendo em vista que assim como a luta entre as classes é considerado o motor do capitalismo, a alfabetização científica pode ser entendida como o motor do desenvolvimento cultural da humanidade. Reconhecer isto, consiste em perceber que como tais, o relacionamento destes dois processos

configura o estabelecimento do paradigma que rege o desenvolvimento do tripé: ciência, tecnologia e sociedade, ou seja, aquele que, de acordo com a teoria kuhniana, condiciona a compreensão humana da realidade vigente.

A alfabetização científica tem emergido do cenário global como um objeto teórico caracterizado por um conjunto de processos cujas manifestações devem ser extensivamente investigadas, constituindo um tema que tem sido alvo de extenso debate entre alguns dos principais pesquisadores em educação em ciências, na esfera nacional e internacional (CHASSOT, 2001, 2003). O que tem sido consenso universal entre os pesquisadores da área de ensino de ciências, todavia, é a necessidade do estabelecimento da alfabetização científica no contexto escolar. Ainda que o termo esteja envolto em inúmeras controvérsias no que concerne à significação dos vocábulos que a representam, ou as dúvidas oriundas dos documentos oficiais que norteiam a educação em ciências aqui no Brasil e no exterior. Tudo isso advém da necessidade do seu estabelecimento em sala de aula, tendo-se em vista as demandas que dependem de seu desenvolvimento intensivo (CHASSOT, 2001; LORENZETTI & DELIZOICOV, 2001; SASSERON & CARVALHO, 2011).

Assim, faz-se mister, antes de falar de qualquer que seja o conceito científico, e, dada a sua importância no contexto escolar, expor aqui sobre a necessidade de uma breve defesa da compreensão do processo de alfabetização científica. Seja ele expresso por meio do termo alfabetização, letramento, e/ou enculturação, vocábulos que em geral aparecem na literatura especializada, acompanhados pelo vocábulo ciência, em sentido amplo tendo em vista que constitui um assunto cuja compreensão é anterior ao entendimento da ciência e das interfaces que esta estabelece com outros campos do saber.

3.2.2 Alfabetização, letramento e enculturação

De acordo com Freire (1988) *apud* Gadotti (2008), o processo de alfabetização transcende o domínio do código escrito proporcionando uma leitura crítica da realidade, tornando-o assim, um importante instrumento de regaste da cidadania e conseguinte, não obstante, como um fator que impulsiona a melhoria da qualidade de vida e a luta pela igualdade de direitos.

Lorenzetti e Delizoicov (2001) defendem a tese de que o conceito de letramento diz respeito ao uso que as pessoas fazem da leitura e da escrita em seu contexto social, o que remete às teorias cognitivistas clássicas de Piaget e Vygotsky tendo em vista que essas levam em consideração a condição ou o estado que se estabelece sobre o sujeito como uma consequência de ter aprendido a ler e a escrever.

De acordo com Freire (2005) *apud* Sasseron e Carvalho (2011), a alfabetização é um processo no qual se estabelecem conexões entre o mundo em que a pessoa vive e a palavra escrita, sendo os significados e a construção do saber resultados dessas conexões.

Nessa perspectiva, segundo Freire (2005) *apud* Sasseron e Carvalho (2011) a alfabetização vai além da mera leitura da palavra, tendo em vista que é posterior à leitura do mundo, integra também as possibilidades de transformá-lo através da prática social consciente.

As professoras Ana Maria Pessoa de Carvalho e Lucia Helena Sasseron em trabalho de revisão bibliográfica sobre o tema em questão, esclarecem ainda que:

> [..] defendemos uma concepção de ensino de Ciências que pode ser vista como um processo de "enculturação científica" dos alunos, no qual esperaríamos promover condições para que os alunos fossem inseridos em mais uma cultura, a cultura científica. Tal concepção também poderia ser entendida como um "letramento científico", se a consideramos como o conjunto de práticas às quais uma pessoa lança mão para interagir com seu mundo e os conhecimentos dele. No entanto, usaremos o termo "alfabetização científica" para designar as ideias que temos em mente e que objetivamos ao planejar um ensino que permita aos alunos interagir com uma nova cultura, com uma nova forma de ver o mundo e seus acontecimentos, podendo modificá-los e a si próprio através da prática consciente propiciada por sua interação cerceada de saberes de noções e conhecimentos científicos, bem como das habilidades associadas ao fazer científico. (SASSERON e CARVALHO, 2011, p.61)

Não obstante, independente do termo utilizado como base para as pesquisas educacionais na esfera nacional, a alfabetização científica emerge como um objetivo central a ser alcançado no ensino de ciências, em particular a física, dada a sua relação com o desenvolvimento humano(ROSA & MARTINS, 2007).

3.2.3 Indicadores de Alfabetização Científica

No seminal trabalho das professoras Ana Maria Pessoa de Carvalho e Lucia Helena Sasseron sobre o estabelecimento da alfabetização científica no contexto escolar é empreendida uma breve exposição dos padrões subjacentes às intervenções didáticas em sala de aula que podem promover tal processo (SASSERON & CARVALHO, 2008). Estes padrões são identificados a partir das competências e habilidades que devem ser exploradas quando se deseja dar início ao processo de alfabetização científica em sala de aula, sendo, dessa maneira, denominados de indicadores de alfabetização científica (SASSERON & CARVALHO, 2008).

De acordo com as referidas autoras, o empreendimento de atividades que propiciem o aparecimento destes indicadores correlaciona-se necessariamente às similaridades que as investigações no contexto escolar comungam com a atividade científica, isto é, com o fazer do cientista.

Não obstante, cabe salientar que da maneira como foi apresentado pelas autoras da maneira essas similaridades estão associadas em primeira instancia somente a uma das dimensões da atividade científica[5], tornando assim a exploração dos outros aspectos, nesse contexto específico, dependente da habilidade do professor em relacionar diferentes abordagens na execução de uma única atividade didática.

[5] No trabalho das professoras Ana Maria Pessoa de Carvalho e Lucia Helena Sasseron é realizada uma grande defesa no que concerne à necessidade de ações da implementação no contexto escolar de atividades que possam levar a alfabetização científica, processo este que tem se revelado de papel tão central no desenvolvimento da sociedade, sendo também apresentadas as dimensões constituintes da atividade científica, a saber: a natureza da ciência, as linguagens da ciência e as relações CTSA (Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente). Em linhas gerais, a primeira dimensão se refere a compreensão do empreendimento enquanto uma construção humana na história. A segunda, por sua vez, diz respeito a necessidade de compreensão das linguagens nas quais o conhecimento científico é produzido e por meio das quais é interpretado, tendo em vista que, ainda que seja considerada a complexidade do processos biológicos, enquanto seres orgânicos, somos predominantemente construídos, enquanto seres sociais e humanos, por meio da linguagem, como asseverou o professor Attico Chassot em uma das maiores contribuições da história da pesquisa em ensino de física no país no artigo Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social, de acordo com o filosofo francês Roland Barthes: “O objeto em que se inscreve o poder, desde toda a história humana, é: a linguagem – ou, para ser mais preciso, sua expressão obrigatória: a língua”. No que concerne a terceira dimensão, isto é, as relações entre CTSA, se referem necessariamente aos impactos da ciência e da tecnologia na sociedade e no meio ambiente.

Todavia, a presença dos indicadores de alfabetização científica nas atividades em sala de aula não garantem o estabelecimento do processo de ensino e aprendizagem em ciências, tendo em vista que muitos fatores podem contribuir e interferir nos processos promovidos na escola, dentre as quais, como já foi mencionado anteriormente, concorrem de maneira mais acentuada segundo nossa concepção as deficiências decorrentes da formação dos professores, a acepção docente tradicional de que o ato de ensinar constitui uma tarefa simples e a própria cultura local, que muitas vezes relega toda a responsabilidade da aprendizagem dos estudantes a figura do professor, o que por sua vez, descaracteriza a figura do estudante da condição de senhores do seu próprio destino.

Contudo, apesar de tudo isto, faz de bom alvitre que o professor, enquanto um agente de transformação no cenário da escola reconheça a necessidade de identificar os indicadores de alfabetização científica no contexto das atividades científicas que podem ser realizadas e, a partir daí, empreender esforços no que concerne ao estabelecimento efetivo do processo de ensino e aprendizagem em sala de aula.

Assim sendo, podemos recorrer novamente a pesquisa de Sasseron e Carvalho (2011) que categorizaram os principais indicadores de alfabetização científica presentes nas atividades de sala de aula nos seguintes grupos:

- Seriação de informações: constitui a definição dos procedimentos de tratamento dos dados e planejamento das ações dos estudantes durante as atividades didáticas.
- Organização de informações: trata-se do processo de definição da metodologia de análise dos dados durante as atividades didáticas.
- Classificação de informações: trata-se do processo de hierarquização dos dados obtidos. Constitui-se também na busca por uma relação de lógica e/ou conceitual entre as informações tratadas.
- Levantamento de hipóteses: trata-se da percepção da possibilidade de ocorrência de um certo evento.
- Raciocínio Lógico: trata-se do processo caracterizado pela percepção e/ou construção de relações entre ideias, conceitos e informações.
- Explicações: constitui o processo caracterizado pelo fornecimento de ideias sobre as relações de causa e efeito decorrentes da ocorrência de

um fenômeno, isto é, demonstrar de que forma as conexões entre duas ideias distintas tornam são exclusivamente lógicas.

- Previsão: refere-se a ação de conjecturar as possibilidades de ocorrência de eventos em um fenômeno a partir da interpretação de conceitos, ideias e dados.

Nesse sentido, os indicadores de alfabetização constituem-se como processos centrais no processo de aprendizagem em ciências, considerando-se que tornam possível a construção de noções fundamentais sobre as dimensões da atividade científica.

3.3 Atualização curricular dos conteúdos de física

Numa breve incursão nos periódicos nacionais sobre o ensino de física, percebe-se que há um grande descompasso entre a demanda de conhecimentos científicos promovidos na escola e o universo, dominado pelos avanços da tecnologia, no qual se encontram os estudantes (SASSERON & CARVALHO, 2011; OLIVEIRA et al, 2007).

Um exemplo particular desse distanciamento se refere aos tópicos de física moderna e contemporânea. Em raras ocasiões, conteúdos como relatividade restrita e efeito fotoelétrico são tratados no ensino médio. E quando são, em muitos casos, a metodologia utilizada pela maioria dos professores se fundamenta, sobretudo, na exposição tradicional de conceitos, o que afasta o interesse dos alunos.

Segundo Fiolhais e Trindade (2003), dentre outros fatores, um fator preponderante para o elevado quantitativo de reprovações em física está vinculado ao fato dos estudantes do ensino médio, principalmente os mais novos, demonstrarem capacidade de abstração reduzida.

Tendo em vista que a aprendizagem de tópicos de física moderna e contemporânea como a relatividade restrita e a dualidade onda-partícula, por exemplo, exigem capacidade de abstração considerável dos educandos, pode-se inferir que se tais conteúdos fossem explorados extensivamente na educação básica, as taxas de reprovações entre os estudantes seriam ainda mais altas.

Diante desse quadro, muitos pesquisadores da área de ensino de física têm se dedicado à formulação de soluções didáticas para a promoção de um ensino de física mais atual, alinhado às demandas apresentadas pela insurgência constante de novas tecnologias e ainda pela necessidade de superar as dificuldades apresentadas pela comunidade discente. (ROCHA FILHO et al, 2000; OSTERMANN & MOREIRA, 2001; OLIVEIRA et al, 2007; SILVA & SOUZA, 2013; LEBOFSKY, 2013). Neste trabalho, todavia, trataremos somente do ensino de teoria quântica.

3.4 Ensino de Teoria Quântica

Atualmente, a Teoria Quântica cujo desenvolvimento efetivo começou com os trabalhos de Planck e Einstein no início do século XX constitui-se como a mais bem sucedida teoria física existente (FREIRE & BOMBERG, 2011). Além disso, um fenômeno de grande relevância para o ensino de física nos últimos anos se refere ao crescimento vertiginoso do interesse de diversos grupos da sociedade por temas relacionados às fronteiras da ciência, conforme assinala (MACHADO & SOUZA CRUZ, 2016, p. 2):

> Uma rápida análise comprova ou o aumento de programas televisivos (canais aberto ou fechado), colunas de jornais de circulação nacional, mídias eletrônicas específicas sobre ciência e tecnologia, revistas e livros de divulgação que abordam tais temas em vários formatos diferentes. É evidente que esse aumento de produção de meios de divulgação, difusão, popularização e comunicação científica , além do interesse do público, vêm acompanhados com dúvidas sobre a qualidade, a intenção e o alcance da apropriação do conhecimento gerado e estabelecido em tais iniciativas (MACHADO & SOUZA CRUZ, 2016, p. 2).

De fato, conforme é defendido por Freire & Bomberg (2011) as controvérsias presentes nos fundamentos da teoria quântica a tornam um construto teórico fascinante não somente para o círculo fechado de físicos que a estudam nos bancos acadêmicos como também para muitos grupos da sociedade. Até hoje, o controverso debate entre Bohr e Einstein sobre a natureza dos quanta de luz constitui um tema de interesse pela comunidade científica e pela sociedade em sua totalidade, inserindo-nos como participes dele (FREIRE & BOMBERG, 2011). E cada vez mais, os recentes desenvolvimentos tecnológicos propiciam uma imersão mais profunda nessas controvérsias.

De acordo com Thome (1992) e Greenberger (1995), foram os desenvolvimentos tecnológicos das últimas décadas somente que permitiram os cientistas experimentais testar os limites de medição da teoria de Bohr e verificar as suas predições mais dissonantes com a teoria clássica, o que tornou a teoria quântica uma ciência, além de contemporânea, extensivamente fascinante.

Nesse contexto, o ensino de tópicos de física moderna e contemporânea, no que se inclui a teoria quântica, pode contribuir de maneira significativa para despertar a curiosidade científica dos estudantes, promovendo o reconhecimento da física como uma construção humana e atrair os jovens para as carreiras científicas, ampliando assim o quantitativo de professores e pesquisadores na área de ciências(OSTERMANN et al, 1995).

De acordo com Torre (1998) *apud* Monteiro e Bastos Filho (2009) algumas razões justificam a inserção de tópicos de física moderna e contemporânea na educação básica, a saber:

> a) conectar o estudante com a sua história; b) preservar os estudantes dos obscurantismos pós-modernos; c) possibilitar que o aluno possa localizar corretamente o ser humano na escala temporal e espacial da natureza; d) propiciar o entendimento sobre as múltiplas e evidentes consequências tecnológicas da FMC; e) ensejar beleza, como também prazer, pelo conhecimento, haja vista que tudo isso constitui parte inseparável da cultura, pois o saber nos faz livres e valoriza a humanidade (MONTEIRO & BASTOS FILHO, 2009, p.2)

Empreender esforços para a promoção do ensino de teoria quântica, torna-se assim, de vital importância para a inclusão dos discentes na sociedade contemporânea em que estamos inseridos.

No entanto, a implementação do ensino de teoria quântica, considerando-se como finalidade precípua a instauração de um processo de aprendizagem efetiva, encontra, de acordo com os periódicos nacionais de ensino de física, entraves e dificuldades diversos (THOME, 1992; GREENBERGER, 1995; GRECA et al, 2001; PINTO, 1999). Podemos classificar essas dificuldades em três grandes grupos: o primeiro, se refere os relacionados diretamente ao formalismo matemático subjacente a esse belo construto teórico, o segundo, por sua vez, diz respeito às novidades conceituais que surgiram com a descoberta do mundo quântico, assim como o

distanciamento entre os conceitos clássicos e os conceitos quânticos; o terceiro[6], se relaciona com a impossibilidade de empreender um tratamento experimental para os temas quânticos(PINTO & ZANETIC, 1999).

No entanto, se aprender teoria quântica, assim como compreender as suas peculiaridades e estranhezas, não constitui uma tarefa fácil, ensiná-la na educação básica constitui uma tarefa ainda mais complexa, ainda mais pelas múltiplas possibilidades de tratamento que vêm sendo apresentadas na literatura(GRECA, 2001).

De acordo com Niedderer e Deylitz (1999), o ensino de teoria quântica é implementado na educação básica pelo menos por meio da adoção de quatro posturas metodológicas distintas: a) abordagem histórico-filosófica, na qual se busca mostrar a não linearidade da ciência por meio da evolução análise da evolução dos conceitos físicos, b) abordagem semiclássica, na qual é dada ênfase à relação entre os modelos clássicos e quânticos e à validade desses modelos em diferentes escalas, c) a abordagem experimental, na qual são empreendidas discussões relativas às aplicações experimentais e tecnológicas da teoria quântica presentes no cotidiano dos discentes; d) a abordagem quântica, na qual os conceitos quânticos são apresentados sem que seja feita qualquer relação ou referência aos conceitos clássicos correspondentes (NIEDDERER, DEYLITZ, 1999).

Dessa maneira, no presente trabalho adotamos uma postura metodológica que se aproxima simultaneamente da abordagem histórico-filosófica e da abordagem semiclássica, dada a nossa intencionalidade de defender tanto a inserção na educação básica de temas de história e filosofia da ciência quanto a proposição de reflexões acerca dos aspectos epistemológicos da física, que estão diretamente relacionados as limitações das teorias que a constituem.

[6] É importante salientar, que o terceiro entrave é estritamente relativo, tendo em vista que para uma parcela significativa de estudantes de física, constitui na realidade um elemento motivador para o estudo e não um entrave.

4 OBSTÁCULOS E DESAFIOS PARA A INTRODUÇÃO DA FÍSICA MODERNA NO ENSINO MÉDIO

4.1 Considerações Preliminares sobre alguns obstáculos e desafios

Talvez o primeiro livro escrito sistematizando os resultados espetaculares da assim chamada física moderna foi o famoso *Atomic Physics* de Max Born. Em tal livro foram abordados, com notável maestria, muitos dos mais importantes desenvolvimentos da física desde a virada do século XIX para o século XX até as primeiras três décadas do século XX e, em edições posteriores, foram incluídos importantes resultados de décadas seguintes.

Uma edição preliminar do livro fora publicada em alemão em 1933 com o título *Physik Moderne* a partir de um curso redigido por Born na Escola Superior Técnica de Berlin. Dois anos após, em 1935, sai a primeira edição inglesa do livro intitulado *Atomic Physics* no prefácio do qual, escrito em Cambridge, Max Born justifica a mudança do título do livro original em alemão por razões editoriais.

Sucessivas edições e atualizações do livro foram a partir de então publicadas e em uma sétima edição, em inglês, que saiu em 1962, Max Born e R. J. Blin Stoyle explicitam quais as principais atualizações implementadas. No prefácio correspondente, escrito em janeiro de 1961, eles escrevem: *"Em especial, foi introduzido o conceito de paridade e, acidentalmente, é discutida a transgressão da conservação da paridade nos declínios β e μ".*

Em 1966, a Fundação Calouste Gulbekian, sediada em Lisboa, publica a segunda edição em português do livro de Max Born intitulado *Física Atômica* traduzido a partir da sétima edição em inglês sendo que o prefácio à edição portuguesa foi escrito por João R. de Almeida Santos do Laboratório de Física da Universidade de Coimbra e datado de fevereiro de 1965.

Para nós brasileiros é de especial alegria que a partir de algumas dessas atualizações o emblemático e pioneiro livro de Born contenha nas páginas 58 e 60 da 2ª edição portuguesa a referência à descoberta dos mésons π e μ tanto no grupo de Bristol quanto na Califórnia sendo que em ambas as instâncias o nosso compatriota

César Lattes (1924-2005) foi protagonista de primeira ordem. Podemos inclusive acrescentar que, entre os descobridores, Lattes foi o único pesquisador que protagonizou tanto nos experimentos usando emulsões em 1947 quanto nos experimentos do sincrocíclotron da Califórnia em 1948 (ver, por exemplo, MARQUES (2005), BASSALO (1994).

Muito se tem escrito sobre as causas externas de tão especial feito não ter redundado na atribuição a Lattes do prestigiadíssimo Prêmio Nobel de Física; muitos especulam se tal premiação a Lattes não ocorreu devido ao ainda pálido prestígio da ciência brasileira à época, se pela tênue diplomacia brasileira para defender o seu nome, se pela juventude de Lattes que tinha apenas 24 anos de idade, se pelo fato de Eugene Gardner (1913-1950), seu colaborador na Califórnia, ter falecido precocemente de câncer aos 37 anos de idade o que poderia ter desestimulado o forte lobby estadunidense a se interessar pela premiação a um brasileiro, se devido a tudo isso somado e mais outras importantes circunstâncias políticas etc. O fato é que o chefe do grupo de Bristol Cecil Frank Powell (1903-1969) é que foi o único agraciado com o Prêmio Nobel de Física de 1950. De grande destaque também na descoberta do méson π foi Giuseppe Occhialini (1907-1993) italiano, amigo de Lattes e com fortes vínculos de amizade e de colaboração científica com o Brasil.

Depois dessa nossa digressão inicial sobre o affaire Lattes, retornemos ao nosso tema central. O nosso tema central é o dos obstáculos e dos desafios para que venhamos a introduzir ideias de física moderna no contexto do ensino médio.

O pioneiro livro de Max Born aparece nesse contexto pois ele apresenta, em nome da compreensão ou de uma melhor compreensão do assunto a ser abordado, uma maneira singular, que não segue o desenvolvimento cronológico da física quântica.

Bem entendido, cronologia não se confunde com história; a história requer cronologia, mas cronologia por si só, não se confunde com história e nem necessariamente a acarreta. História requer interpretação, hermenêutica, exegese de fatos e situações à luz de teorias evocadas para tais fins e assim, as produções de significado de natureza epistemológica são inevitáveis.

A propósito, detenhamo-nos em uma importante citação de Max Born acerca de seu plano pedagógico. No capítulo *Estatística Quântica* que se constitui no oitavo capítulo de seu *Física Atômica* Max Born escreve:

> Já dissemos por várias vezes que a teoria quântica tem origem estatística; foi imaginada por Planck ao tentar deduzir a lei da radiação do calor (1900). Se discutimos a teoria quântica do átomo antes da estatística quântica, ao contrário da ordem do desenvolvimento histórico, é porque temos as nossas razões. Em primeiro lugar, o fracasso da teoria clássica revela-se na mecânica atômica -por exemplo, na explicação dos espectros de riscas ou na difração dos elétrons - de uma maneira ainda mais flagrante do que nas tentativas de ajustar a lei da radiação à moldura da física clássica. Em segundo lugar, é vantajoso compreender-se o mecanismo das partículas individuais e dos processos elementares antes de procurar estabelecer um sistema estatístico baseado no conceito quântico (BORN, 1966, p. 275)

Max Born procede a uma adoção didático-pedagógica clara. Em prol de uma melhor compreensibilidade para o leitor que se debruça sobre o seu livro, ele considera que se viéssemos a optar por seguir a ordem de desenvolvimento histórico então uma tal opção seria algo pedagogicamente mais difícil do que se viéssemos a examinar primeiramente, por exemplo, o átomo de Bohr e suas riscas espectrais à luz das ideias quânticas.

O problema da radiação de Planck enquanto problema que funda a teoria quântica é mais difícil de ser abordado em uma primeira instância ao longo de um curso acadêmico em qualquer nível de escolaridade, além de sua contextualização ser bem mais complexa devido ao fato histórico da física clássica ter se submetido a uma ampla e severa crise explicativa de análise sutil, razão pela qual Born opta por tratar desse problema depois de uma abordagem na qual as ideias quânticas transparecem com mais facilidade.

Tal adoção didático-pedagógica parece se coadunar com a recomendação de Lakatos segundo a qual

> Ao redigir o estudo de um caso histórico, deve-se, creio eu, adotar o seguinte procedimento: (1) faz-se uma reconstrução racional; (2) tenta-se cotejar essa reconstrução racional com a história real e criticar tanto a reconstrução racional pela falta de historicidade quanto a história real por falta de racionalidade. Dessa maneira, todo estudo histórico deve ser precedido de um estudo heurístico: a história da ciência sem a filosofia da ciência é cega. (LAKATOS, 1979, p. 169)

Ao se fazer a reconstrução racional sugerida por Lakatos, tal como Born a faz, isso favorece, ou pode favorecer a compreensibilidade do conteúdo abordado, mas isso também põe, ou pode pôr, em evidência uma violação da história real na medida em que se comete assim alguns pecados decorrentes da falta de historicidade. Por isso, Lakatos recomenda que se proceda a uma contraposição da abordagem anterior com uma outra baseada na história real e na qual inevitavelmente transparecerá uma certa falta de "racionalidade" do desenvolvimento histórico. O confronto entre as duas abordagens é recomendável e fértil principalmente porque *a história da ciência sem a filosofia da ciência é cega*, ou seja, o suscitar de questões epistemológicas é, portanto, irremovível.

A questão levantada revela ainda obstáculos e desafios que são comuns ao ensino tanto no que se refere à introdução da física moderna quanto no que se refere à inserção da história e da filosofia da ciência no contexto do ensino do nível médio e no contexto do ensino superior, notadamente, enfatizamos, no que diz respeito ao nível médio.

Várias tentativas de levar a física moderna ao ensino médio e também de melhorar sensivelmente a física moderna ensinada no ensino superior tem sido objeto de atenção nas últimas décadas. De especial destaque podemos citar o monumental livro de Caruso e Oguri escrito em língua portuguesa (CARUSO, OGURI, 2006). Na apresentação do livro, os autores definem um público-alvo de largo espectro que compreende, estudantes de graduação e pós-graduação, estudantes do mestrado profissional em física, professores do ensino médio, professores universitários em física, e enfim, o leitor culto interessado, acrescentaríamos nós, em qualquer campo do conhecimento.

No belo prefácio do livro de Caruso & Oguri, de lavra de Henrique Fleming, pontos muito importantes são realçados. Fleming enfatiza que o livro de Caruso & Oguri se insere na ilustre linhagem dos livros de Física Moderna cujo pioneiro é o *Física Atômica* de Max Born. Outrossim, ele assevera que ao lançar mão de fontes primárias, Caruso & Oguri optam por uma abordagem *"...em que a Física mostra a sua face real, sem os retoque dos epígonos, e onde se aprende o* ***fazer*** *dos físicos ou, em outras palavras, o que a Física realmente* ***é****".*

Fleming ainda elogia o estilo à la Goldstein da bibliografia comentada, da oportunidade do livro em um país carente de bibliotecas, e da abordagem *" [...] dos problemas difíceis, como a teoria termodinâmica da radiação do equilíbrio, que imortalizou Max Planck e inaugurou a Física Quântica e a tornam, não fácil, pois que fácil não é, mas acessível, porque abordada racional e gradualmente"*.

Finaliza Fleming: *"Um livro sério e honesto, a obra de Caruso e Oguri não recorre a prestidigitações e não simplifica (no mau sentido) o seu tema. O leitor não encontrará aqui uma Física* ***ad usum delfini****, mas a Física verdadeira, tornada perfeitamente acessível ao leitor dedicado"*. E conclui escrevendo : *"Era isso que precisávamos".*

É importante que comentemos o Prefácio de Fleming ao livro de Caruso & Oguri, pois ele suscita pontos de grande relevância para o ensino de Física, diríamos, em qualquer nível de escolaridade e ainda com maior razão no contexto do ensino médio.

Fleming usa expressões como "sem o retoque dos epígonos" , "prestidigitações", "não simplifica (no mau sentido)" e inclusive a expressão latina ***ad usum delfini*****,** para enfatizar, e aí supomos que interpretemos bem, que a Física embora seja compreensível para o leitor dedicado, não existe simplificação possível sem a contrapartida de esforços intelectuais correspondentes e, decididamente, não há ilusionismos nem panaceias para aprendê-la.

O problema da teoria termodinâmica da radiação do equilíbrio é um exemplo emblemático não apenas para a introdução da física moderna no contexto do ensino médio como também o é para a discussão do tema no contexto do ensino superior. Não é fácil, mas é acessível e compreensível se viermos a abordá-lo racional e gradativamente.

O problema que a partir de então se coloca é o seguinte:

- Como, justamente o problema que funda a teoria quântica, se constituiria em sério obstáculo para a introdução da própria física quântica?

E outras questões correlatas como,

- Será que teríamos necessariamente de recorrer a apresentar as principais ideias da física quântica mediante exemplos, mais dóceis matematicamente, como a

teoria de Einstein do efeito fotoelétrico e a teoria do átomo de Bohr para então somente depois, e se possível, enfrentarmos o "monstro" da radiação do corpo negro?

- Não seria justamente essa simplificação didático-pedagógica que contribuiria para distorcer justamente uma boa concepção da natureza da ciência a ponto de nos impedir de conceber a Física como ela é, sem prestidigitações, ilusionismos e panaceias?

No entanto, nada disso é consensual. Se é verdade que para nos debruçarmos racionalmente sobre um tema deveremos nos dedicar de corpo e alma a ele procurando compreende-lo o mais profundamente que pudermos, também é verdade que Bruner (BRUNER, 1998; ver também o artigo de HARRY, 2016) tenha razão quando asseverou que se pode ensinar honestamente qualquer coisa para qualquer pessoa, desde que os termos sejam adequados para os propósitos almejados.

Deste modo, nem toda simplificação, desde que não comprometa o seu conteúdo, seria necessariamente má.

De fato, todos esses são obstáculos e desafios que são importantes para que sejam, pelo menos parcialmente superados, mas não são apenas esses os que concretamente existem. Por exemplo, uma pesquisa de Maria Amélia Monteiro (MONTEIRO, 2010) em sua tese de doutorado identifica que a dificuldade central para se introduzir a física moderna no ensino médio está bem mais centrada na maneira meramente instrumental com a qual tais professores do ensino médio aprenderam de seus professores por ocasião de quando eles próprios cursaram os seu cursos universitários. Deste modo, a racionalidade meramente instrumental seria o obstáculo mais evidente (MONTEIRO et al2009).

Importante salientar que neste trabalho argumentamos que uma maneira bastante fértil de tentar superar, ainda que parcialmente, a questão grave da racionalidade meramente instrumental por meio de fórmulas matemáticas pouco digeridas quanto ao seu significado é a abordagem da teoria significativa e em especial do Vê de Gowin. No capítulo 5 do presente trabalho discorremos brevemente acerca da possibilidade de utilização do Vê de Gowin no contexto da teoria de Ausubel

e no capítulo 9 apresentamos os resultados obtidos por meio da implementação da nossa proposta educacional, na qual o Vê de Gowin constitui um elemento central para a avaliação da aprendizagem dos estudantes.

4.2 Ainda um recorte complementar, ao longo de algumas décadas, sobre os obstáculos e desafios para a inserção da física moderna no contexto do ensino médio

No que diz respeito à inserção da Física Moderna no contexto do ensino médio, os desafios e as tentativas de solução se manifestam por uma literatura já razoavelmente vasta tanto no Brasil quanto em outros países. Quase que inevitavelmente, tais tentativas de solução são sempre parciais e isso se dá devido à eterna recorrência de um problema difícil e abrangente e para o qual não há panaceias. Há vários periódicos nos quais vários artigos são publicados abordando o tema e vários experimentos pedagógicos são realizados. Há também muitos livros e capítulos de livro que de maneira crescente abordam sob diferentes pontos de vista o complexo problema do ensino de física e de seu aprendizado.

Devido a essa amplitude, não nos resta outra alternativa, dentro do pouco tempo disponível para uma dissertação de mestrado profissional, do que recorrer a um pequeno recorte desse universo de abordagens.

A partir da constatação de que a Física habitualmente abordada no ensino médio não passaria daqueles desenvolvimentos até o século XIX, e na tentativa de mitigar essa situação no que concerne à necessidade de tornar o ensino de física no nível médio mais atualizado, podemos citar algumas tentativas importantes como (TERRAZZAN, 1992; 1994); (ALVARENGA, 1994); (MOREIRA, 2011)

Em um livro decorrente de um congresso organizado pelos Professores Santoro e Caruso em 1994, a Professora Beatriz Alvarenga publica um capítulo sobre a enorme relevância de se ensinar conteúdos de física das partículas elementares já no contexto do segundo grau (o que seria na notação mais atual o assim chamado ensino médio) (ver ALVARENGA, 1994).

Mais recentemente, o Prof. Marco Antonio Moreira argumenta em prol de uma profunda modificação na maneira de se ensinar física. Na Apresentação ao seu livro sobre Partícula Elementares, ele assim se manifesta:

> Estamos em pleno século XXI, e a Física ensinada na escola é a do século XIX. Um verdadeiro absurdo. Por mais importante que seja a Mecânica Newtoniana dentro da Física, começar por ela o ensino de Física, e desde uma perspectiva formulista, tem sido um grande fracasso. Só não reconhece quem não quer (MOREIRA, 2011, p. 6).

Prossegue ainda Moreira:

> Faria muito mais sentido, e provavelmente seria muito mais motivador, se a Física do Ensino Médio fosse muito mais conceitual e abordasse tópicos de Mecânica Quântica , Relatividade, Física dos Plasmas, Física de Partículas, Astrofísica, Física Nuclear, Estado Sólido, ou seja, Física Moderna e Contemporânea. O argumento de que para isso seria necessário primeiramente dominar a Física Clássica não se sustenta, inclusive porque, em certos casos, conceitos clássicos podem funcionar como obstáculos epistemológicos para a aprendizagem de conceitos da Física Moderna e Contemporânea. (MOREIRA, 2011, p. 6-7)

Moreira dialoga com teóricos como Fodor (1998), Mayr (1998), Toulmin (1972) e Vergnaud (1990) para enfatizar a concepção segundo a qual *conceitos [...] estão na essência da compreensão humana* e que *é construindo conceitos que o indivíduo se desenvolve cognitivamente*.

Comentemos um pouco sobre as interessantes e criteriosas recomendações de Marco Antonio Moreira.

Ele, de fato, está coberto de razão ao recomendar muito enfaticamente que evitemos um ensino formulista e repleto de procedimentos meramente instrumentais sem que haja qualquer contrapartida na compreensão dos significados subjacentes por parte de professores e estudantes de física.

Moreira também nos adverte, muito apropriadamente, sobre a questão daquilo que chamaríamos de *mito dos pré-requisitos*. Efetivamente, não há necessidade de se dominar completamente a Física Clássica para que nos adentremos no estudo de Mecânica Quântica. Em tempos anteriores alguns argumentariam que para que estudemos adequadamente a mecânica quântica teríamos necessariamente que estudar a Mecânica clássica nas formulações Lagrangeana e Hamiltoniana pois perguntaríam eles: como entender um Hamiltoniano quântico sem primeiramente entender o Hamiltoniano Clássico que lhe serve de base?

Ora, não é necessário qualquer estudo aprofundado de Hamiltonianos clássicos se de antemão viermos a compreender que as suas análogas quânticas são

perfeitamente inferidas com a ajuda da estrutura das equações de autovalores que é um assunto de álgebra linear. Basta que admitamos que onde estiver o momento linear na equação Hamiltoniana clássica (energia cinética + energia potencial), passemos a colocar, no Hamiltoniano quântico, o operador momento linear compatível com a equação de autovalores correspondente e situação análoga ocorre para a grandeza física coordenada. Aliás, há um experimento pedagógico emblemático e historicamente importante no qual não se exige tal pré-requisito. Trata-se do famoso curso de Feynman et al de quantum mechanics no 3º volume do Lectures on Physics (ver FEYNMAN, LEIGHTON., SANDS, 1965, *Lectures on Physics*, Addison Wesley). Neste importante experimento pedagógico levado a termo no CALTECH na década de 60 do século XX, Feynman e colaboradores exploram o conceito quântico de amplitudes de probabilidade antes mesmo de tratar da equação de Schrödinger que somente seria abordada no final, ou seja, no capítulo 21 de seu curso.

Desde modo, pode-se contornar com habilidades e competências a questão dos pré-requisitos e levarmos conteúdos atualizados de Física Moderna e Contemporânea tal como recomenda Moreira.

No que concerne à questão de que os pré-requisitos clássicos poderiam até mesmo funcionar como obstáculos epistemológicos para o estudo da mecânica quântica, diríamos que o problema é bastante complexo e controvertido.

Se bem que conceitos quânticos como *não-localidade* , *estados emaranhados, spin* não tenham correspondentes análogos na teoria clássica, e portanto algumas relações de incomensurabilidade entre teoria clássica e teoria quântica possam existir, há também situações como no velho átomo de Bohr da velha mecânica quântica em que a teoria clássica é reproduzida como um limite para grande números quânticos e aí também se manifesta uma relação de comensurabilidade entre as duas teorias, tal como é ensejado pelo *Princípio da Correspondência* de Bohr, procedimento esse que nos permite explicitar a constante de Rydberg em termos de constantes fundamentais da física atômica, a saber, a constante de Planck, a carga e a massa do elétron (ver BASTOS FILHO, 2003; 2004). Tudo isso revela que ensinar uma ciência com o grau de complexidade da física é também um difícil empreendimento.

4.3 O paradoxo do papel ambíguo da matemática no ensino. Matemática ajuda ou atrapalha? Pode ao mesmo tempo a matemática ajudar e atrapalhar?

É longa a história da importância da matemática na pesquisa do real. Aqui, lembremos de nomes emblemáticos e seminais da cultura ocidental em várias épocas como Platão, Pitágoras, Galileu, Wigner, Einstein, Schrödinger[7] entre outros.

Analisemos uma situação que nos parece paradoxal principalmente se nos ativermos ao ensino de física no nível médio.

O problema pode ser assim colocado:

− Ora, se festejamos a intuição galileana do Grande Livro da Natureza que está escrito em linguagem matemática por que também restringimos a utilização da matemática no ensino de física?

Em outras palavras:

− A matemática seria ao mesmo tempo salvação e obstáculo?

− Ainda em outras palavras, a matemática é esclarecedora das leis físicas, mas ao mesmo também seria obstáculo da compreensão do conteúdo de física?

Trata-se de uma tensão com a qual todos os professores e todos os estudantes de física tem que lidar e tomar decisões. Ao mesmo tempo em que as leis físicas requerem a matemática, pois elas são assim expressas, a explicação e a compreensão das mesmas, notadamente em situações de ensino- também exigem uma metalinguagem que faça uso de analogias, metáforas, imprecisas ou não, a fim de que seja superada, ainda que parcialmente, uma sensação de aridez caso não lancemos mão de outros expedientes, principalmente agora com as novas tecnologias que tornam o tempo mais acelerado.

Em uma Mesa Redonda ocorrida em 2012 por ocasião do XIV EPEF os debatedores abordaram o tema do diálogo entre três comunidades que abordam a Física e o seu Ensino. Elas são, respectivamente: (1) a comunidade dos físicos assim chamados de físicos duros (hard physicists); (2) a comunidade dos educadores assim chamados de puros, notadamente alocados nos Centros de Educação das Universidades; (3) e a comunidade dos pesquisadores em ensino de física.

[7] Para mais detalhes sobre a pesquisa do real dos grandes nomes citados acima sugerimos uma leitura cuidadosa da marcante obra do físico brasileiro José Leite Lopes intitulado *Imagem física do mundo.*

Um dos pontos abordados nessa mesa redonda foi o relativo a como cada uma das três comunidades acima concebe o papel da matemática no contexto do ensino de física. Se bem que não exista uma linha demarcatória tão rígida entre essas três comunidades, no sentido em que um mesmo pesquisador pode pertencer a mais de uma dessas, podemos dizer que o papel da matemática atribuído pelos físicos duros é mais enfatizado e o dos educadores puros é menos enfatizado; os pesquisadores em ensino de física ficariam numa ênfase que seria intermediária entre as duas comunidades anteriormente aludidas. (Ver BASTOS FILHO, 2014, p. 245-264)

O professor José Osvaldo Harry, a partir da discussão ampliou o espectro de comunidades afetas ao ensino de física e introduziu a quarta comunidade envolvida que era justamente a dos professores de física do ensino médio. Fundamentalmente, nisso se constituiu a sua dissertação e o seu produto educacional , ambos defendidos em 2016 junto ao PPGECIM/UFAL (HARRY, 2016)

Harry, inclusive foi a Lisboa e a Genebra e conjuntamente com outros professores de física do ensino médio dos países de língua portuguesa e de outros países, participou de várias atividades envolvendo professores do ensino médio e de pesquisadores de física de altas energias do CERN[8] (Centre Européenne pour la Recherche Nucléaire) em uma colaboração muito proveitosa e sinérgica. Isso tudo mostra que todos os obstáculos que porventura existem, e eles existem de fato, são passíveis de superação, ainda que parcial e que tal cooperação é o melhor caminho para o progresso da sociedade e das instituições de ensino.

Após as considerações tecidas acima, partamos para as nossas conclusões no presente capítulo.

4.4 Conclusões

Neste capítulo nos propusemos a tecer algumas considerações sobre um certo número de obstáculos e desafios com os quais os professores se deparam quando

[8] Desde 2009 com a retomada dos experimentos no LHC, o *Large Hadrons Colisor* ou trazindo para o português *Grande Colisor de Hadrons*, a Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear, mantém um programa no âmbito educacional, batizado aqui no Brasil de Escola de Professores no CERN, cujo objetivo é o de desenvolver aulas na área de Física de Partículas e outras áreas associadas.

aceitam a implementação de conteúdos de física moderna e contemporânea no contexto do ensino de física do ensino médio.

De fato, nos restringimos a apenas alguns desses obstáculos e desafios como a própria dificuldade dos conteúdos e como dispô-los em sequências que venham a se constituir em boas reconstruções racionais que levantem questões históricas e epistemológicas que permitam situar melhor o mundo em que vivemos.

Trouxemos à baila importantes experimentos pedagógicos como aqueles já clássicos como o de Max Born, o de Feynman, os mais recentes como o de Caruso & Oguri, os de Moreira entre vários outros.

Poderíamos acrescentar ainda, o que não tivemos oportunidade de fazê-lo por razões meramente de delimitação de espaço, de experimentos didático-pedagógicos relevantes como o livro dedicado ao nosso próprio Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), protagonizado pela SBF, pelas Universidades através de seus vários polos de atuação e pela CAPES como, por exemplo, o livro atualizado de mecânica quântica escrito por Novaes e Studart (ver NOVAES & STUDART, 2016)

Aqui, neste capítulo, não centramos a nossa atenção em obstáculos e desafios bastante severos como a falta de ajuda institucional para que as direções das escolas nas quais atuam os professores de física na rede estatal que cursam o mestrado profissional sejam afastados para cursá-lo. Além disso, tais direções reagem no sentido de conceder afastamento aos seus professores ainda que isso seja episódico e concentrado em apenas um dia da semana. Insistem em dizer que a prioridade das escolas é a preparação para o ENEM e não que eles sejam mestres em física. Isso revela uma dada insensibilidade.

A questão de qual matemática é a melhor opção para que seja veiculada em um curso no qual a leveza de tratamento no sentido de tornar a experiência de ensino mais lúdica e atraente não seja confundida com negativas superficialidades.

Concluímos este capítulo com a esperança de que todos nós, sem exceção, sejamos protagonistas nas decisões tomadas com autonomia intelectual em sinergia com nossos colegas na constatação de que não devemos esperar por panaceias nem por soluções mágicas.

O trabalho e o nosso exercício de autonomia são os nossos melhores conselheiros. E aqui finalizamos o nosso capítulo.

5 REFERENCIAL EDUCACIONAL

Nesta seção vamos apresentar os principais elementos que constituem a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel e a possibilidade de uso do dispositivo heurístico conhecido como V de Gowin para o ensino de teoria quântica.

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel tem seus alicerces teóricos na psicologia cognitivista de Piaget e Vygotsky e foi apresentada pela primeira vez em 1963 na obra intitulada *The Psychology of Meaning Verbal Learning*. Os seus fundamentos, todavia, foram desenvolvidos tardiamente em uma obra de 1968 denominada *A cognitive view*.

A psicologia cognitivista parte do pressuposto de que o aprendiz que chega a escola constitui-se, de maneira geral, como um indivíduo único em absoluto cuja história pessoal e identidade própria é o resultado do seu substrato biológico, sendo este representado pelo seu organismo e pelos padrões culturais de seu contexto cotidiano, que se manifesta em uma configuração particular de experiências (OLIVEIRA, 1992). Dessa maneira, a teoria de aprendizagem de David Ausubel, carrega em seu âmago elementos conceituais da psicologia cognitivista cuja centralidade os tornam extensivamente necessários para a compreensão da aprendizagem significativa.

Assim sendo, antes de ensejar qualquer que seja a discussão acerca da teoria de Ausubel e de suas aplicações no contexto escolar, faz-se necessário primeiro introduzir alguns elementos tanto da teoria de Ausubel como da psicologia cognitivista, para que se torne possível a constituição de um processo de compreensão integral da aprendizagem significativa.

5.1 Elementos da teoria de Ausubel

Nesta seção apresentaremos os elementos mais fundamentais da teoria de Ausubel, com a finalidade de promover a compreensão das condições que levam à constituição do processo de aprendizagem significativa.

Conhecimento Prévio: constitui um termo que se refere ao conjunto de conceitos, proposições, princípios, fatos, ideias, imagens, símbolos conhecidos previamente pelo aprendiz (MOREIRA, 2010).

Significado: consiste em uma experiência consciente articulada e precisamente diferenciada decorrente da interação entre signos, símbolos, conceitos ou proposições potencialmente significativos que se relacionam e incorporam componentes relevantes da estrutura cognitiva de um determinado individuo (AUSUBEL, 2000).

Aprendizagem: de acordo com a teoria de Ausubel a aprendizagem constitui um processo ampliação das estruturas cognitiva e conceitual dos indivíduos como resultado da sua interação com o meio (MOREIRA, 2010).

Estruturas cognitiva e conceitual: são dois conceitos introduzidos por Piaget na sua teoria de equilibração, correspondendo a construções hipotéticas que representam todos os padrões de comportamento, pensamento e ideias que um indivíduo utiliza para organizar os eventos externos que ocorrem em seu cotidiano, enquanto estrutura conceitual se refere aos esquemas por meio dos quais o indivíduo organiza os seus conhecimentos (PIAGET, 1975).

De acordo com (AUSUBEL, 2000, p.11), dentre as variáveis mais importantes da estrutura cognitiva são, estão:

> (1) a disponibilidade de ideias ancoradas e especificamente relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz, a um nível óptimo de inclusão, generalidade e abstracção;
> (2) o ponto até onde se podem discriminar estas ideias dos conceitos e princípios quer semelhantes, quer diferentes (mas potencialmente confusos), no material de instrução; e
> (3) a estabilidade e clareza das ideias ancoradas.
> (AUSUBEL, 2000, p.11)

Subsunçor: De acordo com Moreira (2010), o termo subsunçor se refere a um “conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto”, ou seja, trata-se somente de um conhecimento prévio que, por meio da assimilação de um novo conhecimento ganhou um novo significado.

5.2 Aprendizagem Significativa

Ainda de acordo com Moreira (2010), a aprendizagem significativa emerge nesse cenário como um processo no qual uma ideia nova, relacionada a algum conhecimento pré-existente na estrutura conceitual do aprendiz, interage com aquilo que o aprendiz já sabe.

Nessa perspectiva Moreira (2010) defende a ideia de que, a aprendizagem significativa pode ser caracterizada:

> [...] pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva (MOREIRA, 2010, p. 2).

Dessa maneira, no processo de aprendizagem significativa, os conhecimentos prévios que interagem com os novos conhecimentos, figurando como elementos de base para a constituição de novos conhecimentos também se modificam, adquirindo, por sua vez, novos significados e progressivamente se estabilizando e diferenciando (OLIVEIRA, 1992; MOREIRA, 2010; AUSUBEL, 2000).

De acordo com Ausubel (1980, 2000) e Pelizzari (2002), a aprendizagem depende de fatores biológicos e sociais. Assim, Ausubel parte do pressuposto de que o aprendiz apresenta uma estrutura cognitiva interna baseada em conhecimentos de caráter conceitual, de modo tal, que a aprendizagem significativa se dá mediante o estabelecimento de algumas condições: primeiro, o aprendiz precisa querer aprender; em segundo lugar, o conteúdo a ser aprendido deve ser apresentado de maneira potencialmente significativa.

Os referidos autores também atentam para o fato de que conteúdo potencialmente significativo é aquele no qual o discente, durante a realização de uma filtragem dos significados para si próprio, associa conhecimentos de valor lógico e psicológico (AUSUBEL, 1980, 2000; PELIZZARI, 2002).

De acordo com Moreira e Salzano (2011), um material instrucional potencialmente significativo é todo material elaborado e organizado para despertar a atenção dos estudantes, através de situações que fazem parte do seu cotidiano, de tal maneira que:

> (1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante (i.e., que possui significado 'lógico') e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material (MOREIRA, SALZANO, p. 12)

Nesse sentido, haja vista a necessidade de criar condições no ambiente escolar para o estabelecimento do processo de aprendizagem significativa em ciências, este trabalho se enquadra no contexto de elaboração de um material instrucional potencialmente significativo para o ensino de teoria quântica. Dessa forma, enquanto professores, considerando-se as atuais demandas impostas pela sociedade e as finalidades do ensino de ciências na educação básica presentes nos documentos oficiais legais, podemos colocar o problema central da pesquisa em ensino de ciências por meio da seguinte questão: *como podemos criar condições para a aprendizagem significativa em ciências? Ou ainda mais complexo do que isso e restrito a disciplina física como podemos ajudar os nossos alunos a refletir melhor sobre o processo de resolução de problemas científicos?*(THIESSEN, 1993).

Investigando questões similares a essas, o professor de biologia da Universidade da Cornell University D. B. Gowin juntamente com J. D. Novak, acerca do processo de aprendizagem de seus estudantes em aulas experimentais, com a intencionalidade de ajudá-los a entender como o conhecimento é produzido e quais são os seus impactos na sociedade, propôs um método heurístico com a finalidade de desempacotar o conhecimento científico (SILVA et al, 2013). Esse método ficou conhecido método de Gowin, sendo a sua característica mais marcante a utilização de um diagrama em forma de V, o qual foi mais tarde batizado de Vê epistemológico de Gowin.

5.3 Teoria de Kuhn

Em 1962, o até então físico teórico formado pela Universidade de Harvard Thomas Samuel Kuhn publicou um livro intitulado *A estrutura das Revoluções Cientificas*, obra que embora fosse direcionada a alunos de ciências humanas em

pouquíssimo espaço de tempo se tornou um marco da História e da Filosofia da Ciência (SANTOS, 2020).

Para Kuhn, a ciência constitui uma construção humana historicamente situada, concepção esta que diverge com o pensamento limitador e cotidiano de que a ciência é constituída por um conjunto de conhecimentos acumulados ao longo do tempo, cuja evolução se dá ao longo do tempo e em etapas bem definidas.

A grande inovação da obra de Kuhn, a ideia paradigma científico, emergiu no campo da História, Filosofia e Sociologia das Ciências, assim como a ideia de falseacionismo científico concebida pelo grande físico e filosofo austríaco Karl Popper, como um expediente de pensamento de importantes aplicações para o estudo das teorias científicas.

Em um comentário à sua própria obra, Kuhn escreve:

> Um paradigma é o que os membros de uma comunidade científica e somente eles compartilham. Por outro lado, é a posse de um paradigma comum que constitui uma comunidade científica de um grupo de homens sem sentido (KUHN, 1974, p.2)

Na concepção kuhniana de desenvolvimento científico, a evolução da ciência ocorre de maneira aberta por meio das seguintes etapas: fase pré-paradigmática, ciência normal, crise científica, nova ciência normal e revolução científica.

De acordo Kuhn (1978), os paradigmas constituem:

> [...] as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modulares para uma comunidade de praticantes de uma ciência (KUHN, 1978, p.113).

Todavia, a primeira etapa constitui a pré-história da ciência e se caracteriza pela adoção de um *paradigma*, ou seja, constitui uma fase pré-paradigmática. Trata-se de um período em que há divergências entre os cientistas sobre quais devem ser os fenômenos estudados, como eles devem ser investigados, como podem ser explicados, quais os instrumentos e técnicas utilizados na coleta dos dados, quais valores devem direcionar a busca, dentre muitos outros.

Após isso, segue o período da *ciência normal* no qual o trabalho dos cientistas é baseado em um paradigma sendo definido então “implicitamente os problemas e métodos legítimos de um campo de pesquisa para as gerações posteriores de praticantes da ciência”.

Após a aquisição de um paradigma, começa o período de ciência normal, no qual cientista analisa três classes de fatos científicos. De acordo com Kuhn, enquanto a adoção do paradigma se mostrar frutífera para a investigação dos fenômenos e não surgirem inconsistências de ordem superior entre a teoria e a realidade, o cientista deve seguir seu compromisso na adoção do paradigma para a compreensão da realidade.

A primeira constitui aquela na qual a adoção do paradigma tem como resultado a revelação de uma realidade escondida nos processos e fenômenos investigados. Sendo a investigação deste conjunto de fatos científicos que demonstra a amplitude do paradigma na resolução de problemas e análise de uma variedade maior de situações. A segunda classe, por sua vez, se refere aos fenômenos cuja explicação se apresenta em pleno acordo com as predições da teoria do paradigma. Não obstante, há ainda, a terceira classe, na qual são esgotadas as atividades de coletas de fatos para observações e experiências, consistindo das atividades nas quais é proposta a resolução de problemas que haviam somente sido apontados pela teoria do paradigma.

Essas três classes de fatos científicos esgotam a ciência normal e começam a surgir inconsistências entre a teoria e os fatos empíricos, constituindo assim problemas que não podem ser resolvidos com as metodologias decorrentes do paradigma em vigor. Kuhn chama isto de anomalias.

É nesse contexto que surge a crise da ciência normal. De imediato o que se busca então é propor ajustes nas teorias, reconstruindo ou remodelando alguns de seus fundamentos.

Esse período de ajustes foi chamado por Kuhn de *ciência extraordinária*, e ele tanto pode contribuir para a resolução da crise e, conseguinte, para a manutenção dos alicerces do paradigma vigente, como para a conclusão de que os problemas decorrentes da crise não possuem solução, assim como também pode apontar a necessidade de estabelecimento de um novo paradigma, promovendo assim uma *revolução científica*.

Em um comentário sobre a transição da teoria corpuscular de Newton e seus seguidores para a luz para a teoria ondulatória defendida por Huygens e Fresnel, Kuhn escreve:

> A teoria ondulatória que substituiu a newtoniana foi anunciada em meio a uma preocupação cada vez maior com as anomalias presentes na relação entre a teoria de Newton e os efeitos de polarização e refração. A termodinâmica nasceu da colisão de duas teorias físicas existentes no século XIX e a mecânica quântica de diversas dificuldades que rodeavam os calores específicos, o efeito fotoelétrico, a radiação de um corpo negro(KUHN, 2011, p.95)

Nesse sentido, a teoria de Kuhn constitui um bom expediente de pensamento para a investigação das teorias científicas. O que nos propomos a fazer na proposta didática que apresentamos nos anexos do capítulo 11, se refere à adoção da teoria de Kuhn como um referencial filosófico para discussões concernentes ao ensino de teoria quântica no ensino médio.

5.4 Diagramas de Gowin para o ensino de Teoria Quântica

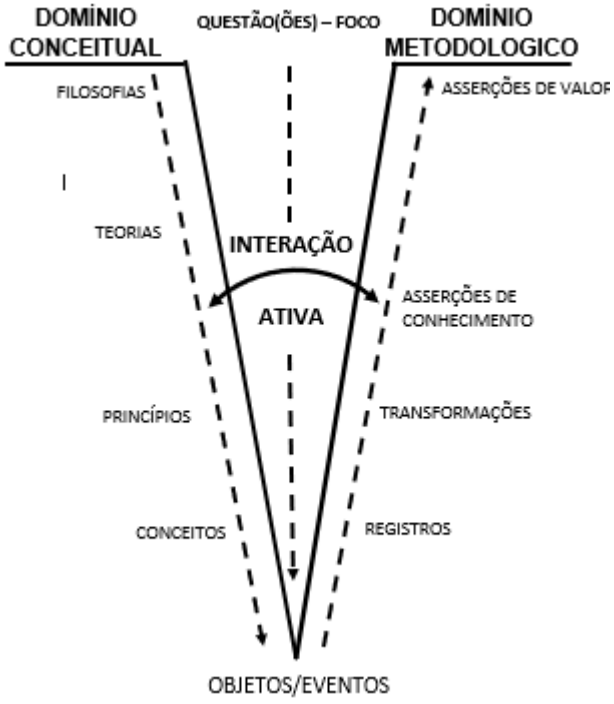
A teoria de Ausubel, forneceu-nos os pilares básicos para a constituição de uma estratégia facilitadora da aprendizagem significativa. Nesse espírito, na presente seção será apresentada a possibilidade de utilização do diagrama epistemológico de Gowin para o ensino de teoria quântica. Para tal empreendimento, discorreremos brevemente acerca da estrutura desse valioso instrumento e sobre as razões que justificam o uso do vê epistemológico no tratamento de um tema de natureza tão complexa como a teoria quântica, associando essa escolha de instrumento avaliativo às finalidades da educação básica apresentadas nas seções anteriores.

O método epistemológico de Gowin, ou simplesmente Vê de Gowin, foi desenvolvido por D. B. Gowin com a intencionalidade de propor um dispositivo heurístico para a análise da produção de conhecimentos presentes em artigos de pesquisa científica (GOWIN, 1981).

Para Gowin e Novak, o processo de desempacotamento do conhecimento científico deve então ser norteado por cinco questionamentos fundamentais*: Qual(is) é(são) a(s) questão(ões)-foco?; Quais são os conceitos-chave?; Qual(is) é(são) o(s) método(s) usado(s) para responder a(s) questão(ões) foco?; Quais são as asserções de conhecimento? Quais são as asserções de valor?*(SILVA et al, 2013).

De acordo com Gowin (1981), o processo de investigação científica pode ser entendido através da contínua interação entre estas questões. Para suscitar essa interação, Gowin organizou essas questões em forma de um V, como é apresentado na Figura 1 a seguir:

Figura 1 – Diagrama V de Gowin



Fonte: Autor.

O Vê de Gowin é dividido em duas estruturas ou domínios fundamentais. No lado esquerdo são colocadas as estruturas conceituais e no lado direito as metodológicas. A ideia fundamental do uso do dispositivo consiste em fornecer uma resposta para a questão-foco no topo do vê, direcionada para o evento em foco ou para os objetos envolvidos no evento(SILVA et al, 2013). Enquanto um lado considera somente os produtos do conhecimento científico, o outro põe em relevo os processos que levaram a sua construção, o que remete claramente a constituição de uma visão mais completa da atividade científica no que concerne ao uso desse dispositivo pelos discentes.

No domínio conceitual, devem ser elencados os produtos teóricos do conhecimento a ser investigado, de maneira tal que devem ser evidenciados no V a(s) filosofia(s) subjacente(s), a(s) teoria(s), o(s) princípio(s) e o(s) conceito(s). De maneira análoga, como se observa na figura anterior, no domínio metodológico, devem ser

elencados as relações entre o conhecimento que foi produzido, seu processo de produção, o papel que desempenha ou os impactos que ele exerce na sociedade(GOWIN, 1981; THIESSEN, 1993; SILVA et al, 2013).

Como já foi discutido anteriormente, a maneira como a ciência, em particular a física, é ensinada atualmente tende a reduzir a história da ciência a episódios desvencilhados do contexto social e político no qual o conhecimento científico foi produzido. O uso do diagrama epistemológico de Gowin no contexto da educação básica, promove a compreensão dos conceitos científicos em três frentes fundamentais: as formas através das quais podem ser representadas, a linguagem na qual são veiculados e as aplicações a ele subjacentes, representando assim os processos de pensamento do aluno e constituindo-se como uma “cartografia da cognição”(WANDERSEE, 1990).

Acerca do processo de construção do Vê de Gowin, Wandersee (1990) comenta que:

> Ao construir um diagrama de Vee, comece com a pergunta de foco e, em seguida, decida sobre os eventos que você deve estudar, elabore o lado metodológico ou o "fazer" do seu estudo.
> Em seguida, desenvolva o lado teórico e você poderá ver como a teoria (conceitos) afeta e modifica a prática. No entanto, uma vez concluída a pesquisa, você poderá ver ainda mais como o fazer ou a prática afeta a teoria e vice-versa. (WANDERSEE, 1990, **tradução nossa**)

Nesse sentido, sendo tanto os episódios históricos da teoria quântica quanto a própria teoria pela sua natureza uma construção teórica, como já mencionado anteriormente, rica em controvérsias e um exemplo legitimo de mudança de paradigma científico, o uso do V para o ensino de teoria quântica constitui uma possibilidade de facilitação de criação de condições no contexto da sala de aula para a aprendizagem significativa.

De acordo com Thiessen (1993), isso se dá pelo fato do uso dos diagramas epistemológicos construídos pelos discentes nos ajudar, enquanto professores, não somente como uma ferramenta para organizar e orientar nosso pensamento na investigação do conhecimento científico, como também para o processo de resolução de problemas científicos e, ainda mais importante que isto, para o processo de

resolução de problemas pelos discentes como resultado de uma interação entre os conceitos relacionados e a processo de resolução do problema investigado.

Nesse espírito, apresentamos na Figura 2 um exemplo de diagrama V para o experimento de dupla fenda de Young:

Figura 2 - Diagrama V de Gowin para a dualidade onda-partícula

Fonte[9]**:** Autor.

Se utilizado como uma ferramenta motivadora de discussões no contexto de sala de aula, o diagrama de Gowin promove o confronto de dois modelos de realidade, e consequentemente duas concepções distintas de ciência: o realismo de Schrödinger e a complementaridade de Bohr, servindo de base para a constituição e motivação de situações de exposição de argumentos pelos discentes. Com a finalidade de prover subsídios para o ensino de teoria quântica na educação básica, no capítulo seguinte apresentamos os fundamentos de teoria quântica que acreditamos que sejam

[9] O diagrama de Gowin mostrado acima, foi preenchido por meio da consulta do célebre Livro do Professor Osvaldo Pessoa Jr, *Conceitos de Física Quântica, vol. I.*

indispensáveis a constituição de uma visão visceral desse belo construto do pensamento humano, considerando como primordial o entendimento da natureza da ciência em seus diferentes aspectos, como apontado anteriormente.

6 UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUÂNTICA

No final do século XIX, o progresso da ciência e o sucesso das aplicações tecnológicas das teorias físicas se comparados com os desenvolvimentos dos séculos anteriores haviam sido espantosos(HORVATH, ALLEN, 2007).

A Mecânica Hamiltoniana havia sido desenvolvida como uma reformulação de sua ancestral mais próxima a Mecânica de Lagrange. Não obstante, muito mais sofisticadas matematicamente, essas duas teorias, ambas equivalentes e grandes sucessoras da teoria de Newton revelaram um conjunto completamente novo de insights para a análise dos problemas clássicos, assim como também propiciaram a elaboração de explicações para os movimentos complexos, como o dos piões e dos giroscópios, e aplicações das ideias físicas em diversos aparatos tecnológicos, como navios, dirigíveis e submarinos (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006).

Os trabalhos de Maxwell, Boltzmann e Gibbs sobre a Teoria dos Gases haviam proporcionado uma outra revolução na física. A suposição de que os corpos macroscópicos são constituídos por uma grande quantidade de partículas interagindo entre si, de que essa interação se dava de acordo com as Leis de Newton e a análise estatística do movimento destas partículas interagentes conduziram à grande Unificação da Mecânica com a Termodinâmica, isto é, a gênese da Mecânica Estatística (MARTINS, 2016).

Sobre os ombros de gigantes como Faraday, Coulomb, Biot, Savart, Ampere, Ohm, Oersted, Henry e Lenz, dentre muitos outros, tomando como base o princípio do éter[10], Maxwell unificou a teoria da eletricidade à do magnetismo. Mostrou que todos os fenômenos elétricos, magnéticos e ópticos podem ser descritos por meio de quatro leis físicas fundamentais, originalmente escritas por meio da utilização dos

[10] Até o início do século XX acreditava-se que o éter consistia de um meio material hipotético constituído por uma substância invisível, sem cheiro e sem massa através do qual as ondas eletromagnéticas eram transportadas (CARUSO, OGURI, 2006).

quatérnios[11] de Hamilton e que podem ser dadas na forma de equações diferenciais parciais, quais sejam:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{D} = \rho && \text{(lei de Gauss)} \\ &\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{B} = 0 && \text{(lei de ausência de monopolo magnético)} \\ &\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} && \text{(lei de Ampère-Maxwell)} \\ &\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} && \text{(lei de Faraday)} \end{aligned} \qquad (6.0.1)$$

em que $\boldsymbol{\nabla}$ é o operador diferencial nabla, $\boldsymbol{E}$ é uma campo elétrico e $\boldsymbol{D}$**,** um campo relacionado, $\boldsymbol{B}$ é o campo magnético e $\boldsymbol{H}$ o campo auxiliar, ρ e $\boldsymbol{J}$ são, respectivamente, a densidade volumétrica de cargas e o vetor densidade de corrente, e t é o tempo (CARUSO, OGURI, 2006).

Ainda nesse período, o desenvolvimento da indústria óptica contribuiu de maneira significativa para o avanço da pesquisa em astronomia, a teoria ondulatória da luz tinha alcançado um alto grau de confiabilidade, em contraposição à teoria corpuscular dominante nos séculos anteriores.

Os trabalhos de físicos como Fresnel e Young sobre os fenômenos de interferência e difração foram pioneiros no tratamento matemático das propriedades ondulatórias da luz (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006). Além disso, a teoria ondulatória da luz levou à criação de importantes aplicações tecnológicas, como a fotografia por Niepce e Daguerre, por exemplo (MARTINS, 2016).

Foi também nesse período que J. J. Thomson mediu pela primeira vez a razão carga/massa do elétron e Milikan demonstrou experimentalmente a quantização das cargas elétricas, marcando assim, o final do século XIX com um enorme avanço para a evolução do conceito de matéria (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006; THOMSON, MILIKAN, 1962).

[11] Os quatérnios de Hamilton nasceram da pretensão de se construir uma estrutura algébrica que efetuasse naturalmente as reflexões, rotações, outras isometrias e similaridades no espaço tridimensional. No entanto, tal generalização não era possível. Os quatérnios, constituem uma álgebra de dimensão quatro sobre o corpo dos números reais que possui todas as propriedades de um corpo, com exceção da comutatividade da multiplicação. A álgebra dos quatérnios foi a primeira álgebra não-comutativa da história(SANTOS, 2011; ORIHUELA, 2017).

Esses eventos históricos, marcados pelo sucesso das ideias científicas dominantes na época, levaram ao estabelecimento de um clima de grande otimismo na comunidade científica (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006)

Além disso, havia também um grande interesse na área de engenharia em obter novas técnicas de metalurgia, de forma que uma das maiores pesquisas da Alemanha nesse período, consistia em conhecer a temperatura exata de um forno sem interferir no processo industrial. Emergia daí o problema de medir a temperatura com base no espectro da radiação emitida pelos corpos, que mais tarde se tornaria conhecido como problema da radiação do corpo negro (BUCKINGHAM, 1912).

Entretanto, como prelúdio de uma revolução iminente na física, em um discurso proferido em uma conferência da Royal Society no ano de 1900, e publicado no ano seguinte em um artigo intitulado *Nuvens do século dezenove sobre a teoria dinâmica do calor e da luz*[12], Lord Kelvin indica a existência de duas nuvens escuras no céu azul da física:

> A beleza e a claridade da teoria dinâmica, que assevera serem calor e luz formas de movimento, estão atualmente obscurecidas por duas nuvens. I. A primeira envolve a questão: como é possível que a Terra se mova através de um sólido elástico, o éter luminífero? II. A segunda é a doutrina de Maxwell-Boltzmann com respeito à equipartição da energia (KELVIN, 1900, *apud* SCHULZ, 2007).

As palavras de Lord Kelvin foram proféticas. A primeira nuvem escura começou a se dissipar no *annus mirabilis* de Einstein, 1905, com a publicação de um artigo intitulado *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (*Sobre a Eletrodinâmica dos corpos em movimento*), no qual estão presentes os fundamentos da teoria da relatividade especial.

Ainda em 1900, entretanto, com a publicação de um trabalho intitulado *Sobre a Lei de Distribuição do Espectro Normal,* Max Planck introduziu a hipótese do quantum de energia para o estudo da radiação de um corpo negro, trazendo importantes insights para a resolução de um paradoxo que viria mais tarde a ser chamado de

[12] Para mais detalhes, consultar: SCHULZ, Peter A. et alDuas nuvens ainda fazem sombra na reputação de Lorde Kelvin. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2007.

Catástrofe do Ultravioleta[13] e marcando assim o nascimento da teoria quântica (FELDENS, 2010). É sobre este problema que nos debruçaremos na próxima seção.

6.1 A radiação do corpo negro

A interação da radiação eletromagnética com a matéria é um fenômeno de grande interesse em física. A radiação eletromagnética que incide sobre um corpo se comporta segundo os princípios da ótica geométrica. Uma parte dela é absorvida, uma parte refletida e o restante é transmitido através do corpo de volta ao meio em que ele se encontra. Esse fenômeno envolve uma troca entre a energia de radiação dos campos eletromagnéticos ao redor do corpo e a energia térmica devido as partículas que o constituem, sendo por isto denominado de radiação térmica.

Neste capítulo, vamos discutir a teoria clássica da radiação de cavidade, o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, a sua resolução através da hipótese do quantum de luz formulada por Planck e a interpretação dada por Einstein à teoria quântica da radiação de Planck. Entretanto, antes de prosseguirmos com isto, vamos apresentar algumas quantidades relevantes à descrição do fenômeno da radiação térmica. Nos capítulos seguintes, a saber o sétimo e o oitavo capítulos, o que nos propomos a realizar constitui-se do objetivo de levar o leitor em um breve, porém significativo, passeio por três paradoxos fundamentais da teoria quântica velha: o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, o paradoxo da dualidade onda-partícula e o paradoxo da realidade.

No que se refere aos três paradoxos escolhidos para a discussão da sequência didática, como já atentamos anteriormente, tal escolha se deu devido a adoção de uma postura metodológica histórica-filosófica e semiclássica. Assim sendo, começaremos nossa discussão pelo paradoxo chamada catástrofe do ultravioleta, o qual constitui uma expressão da mais completa inadequação da física clássica no que concerne a resolução do problema da radiação do corpo. Feito isto, empreenderemos esforços nas discussões relativas ao paradoxo da dualidade onda-partícula, o qual consiste em admitir que aspectos contraditórios, um extenso no espaço-tempo e outro

[13] O termo catástrofe do ultravioleta foi utilizado pela primeira em 1911 por Ehrenfrest para referir ao desacordo teórico entre os modelos de Paschen-Wien e Rayleigh-Jeans.

localizado, possam coexistir, ou ainda se excluírem mutuamente. E, por fim, prosseguiremos discutindo o paradoxo da realidade quântica no contexto do episódio histórico do debate entre Einstein e Bohr acerca da existência ontológica dos quanta.

6.1.1 Conceitos Fundamentais

Primeiro, vamos definir poder de absorção espectral α_υ de um corpo como a fração de energia incidente que é absorvida pelo corpo, a refletância espectral r_υ como a fração de energia incidente que é refletida, e de maneira análoga, o coeficiente de transmissão espectral τ_υ como a fração de energia que é transmitida através do corpo. Essas frações são dadas por unidade de tempo, por unidade de área e por unidade de intervalo de frequências e dependem da temperatura T do corpo, de maneira que considerando como dQ_υ como a energia total incidente entre as frequências υ e $\upsilon + d\upsilon$ incidentes sobre o corpo, é fácil notar que,

$$\alpha_\upsilon(T) + r_\upsilon(T) + \tau_\upsilon(T) = 1 \qquad (6.1.1)$$

No equilíbrio termodinâmico, as taxas espectrais de emissão e absorção são numericamente equivalentes. Assim, um corpo negro é definido como o modelo teórico de um corpo que absorve toda a radiação que incide sobre ele, de modo tal que $\alpha_\upsilon\,(T) = 1$.

A radiância $\mathcal{R}$ é uma função da temperatura T, sendo medida em unidades de watts/metro quadrado, e definida como a energia total emitida pelo corpo por unidade de tempo e por unidade de área em um intervalo de radiação de frequência υ e $\upsilon + d\upsilon$, sendo expressa pela equação

$$\mathcal{R}(T) = \int_0^\infty \mathcal{R}_\upsilon(T)\, d\upsilon \qquad (6.1.2)$$

e como a radiância é definida em termos de um espectro contínuo de frequências, o integrando acima é definido como a radiância espectral, isto é, a energia total emitida por unidade de área, de tempo e de intervalo de frequência.

No final do século XIX, já se sabia que corpos submetidos a uma dada temperatura T emitem radiação eletromagnética. Tal fato encontrava-se firmemente estabelecido no corpus da então teoria física da radiação na forma de duas leis físicas comprovadas empiricamente quase que em toda a sua abrangência. Estas leis podem

ser obtidas, como mostraremos nas próximas seções, usando argumentos provenientes da teoria eletromagnética clássica e da termodinâmica.

6.2 A Lei de Stefan-Boltzmann

Foi o grande interesse econômico em determinar com exatidão a temperatura dos altos fornos das primeiras grandes fábricas alemãs sem interferir nos processos industriais, que levou muitos cientistas se interessarem pelo problema da radiação do corpo negro (BUCKINGHAM, 1912). Uma contribuição notável foi a de Jozef Stefan que, com bases experimentais em 1879, propôs que a intensidade de energia total irradiada por um corpo negro dependia da quarta potência da sua temperatura absoluta:

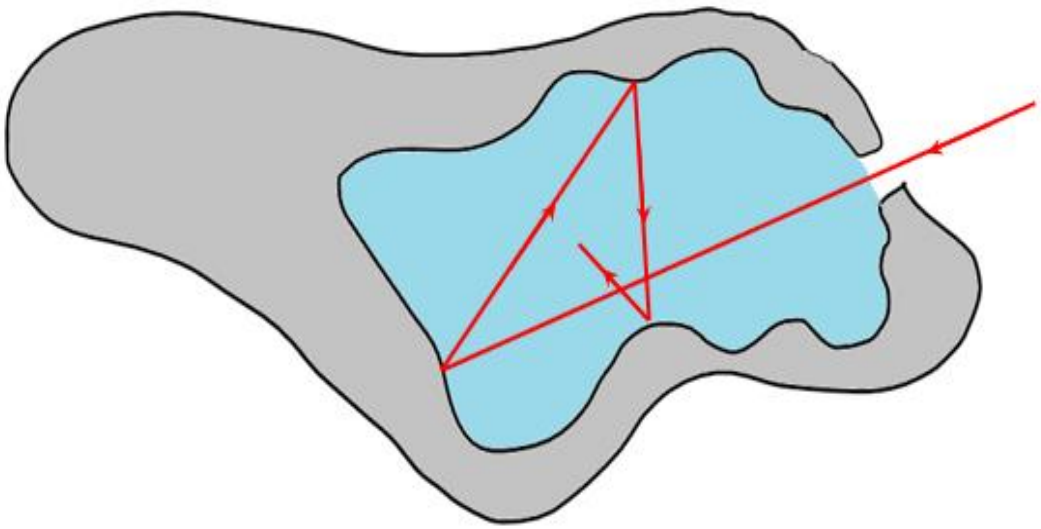
$$\mathcal{R}(T) = \sigma T^4 \qquad (6.2.1)$$

em que $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2}.K^4$ é a constante de Stefan-Boltzmann, estabelecendo experimentalmente a lei que levaria seu nome (PARGA, GUTIÉRREZ-MEJÍA, 2010; BREHM, MULLINS, 1989; EISBERG, RESNICK, 1979; BORN, 1962).

A dedução teórica da lei de Stefan-Boltzmann pode ser obtida por meio da teoria do calor e se assenta na existência da pressão de radiação (BASSALO, 1996). De fato, mais tarde, em 1884, Boltzmann deduziu teoricamente, usando argumentos termodinâmicos, a equação empírica de Stefan. Para tanto, Boltzmann considerou a radiação como uma máquina térmica, e aplicou as leis da termodinâmica (FELDENS, 2010).

Consideremos um corpo negro cujas paredes internas são revestidas com material totalmente refletor, de maneira tal que as reflexões das ondas eletromagnéticas em seu interior sejam responsáveis por sua pressão termodinâmica, como apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Ondas eletromagnéticas confinada em uma cavidade metálica



Fonte: Autor

Vamos seguir então o raciocínio de Boltzmann para demonstrar a equação empírica de Stefan. Comecemos por considerar W como o total de radiação por unidade de tempo e por unidade de área, U como a energia radiada pelo nosso sistema, P como a pressão da radiação e V como o volume.

Assim, podemos escrever a primeira Lei da Termodinâmica como,

$$dW = dU + PdV \qquad (6.2.2)$$

Considerando a densidade de energia como $u = \frac{U}{V}$, podemos reescrever a equação acima:

$$dW = d(uV) + PdV \qquad (6.2.3)$$

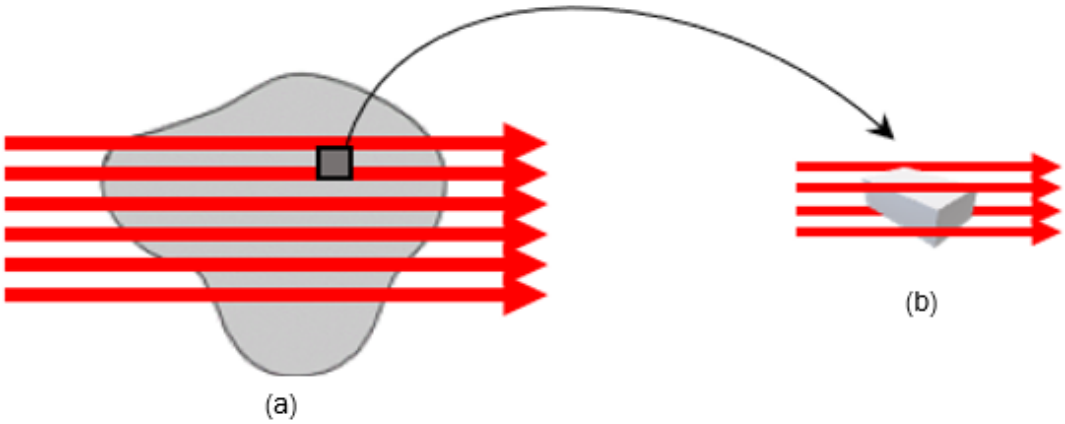
A pressão termodinâmica exercida pela radiação sobre as paredes do sólido é decorrente do momento linear que é transportado pelas ondas eletromagnéticas em seu interior.

Na Figura 4 a seguir apresentamos na parte (a) uma onda eletromagnética incidindo a uma cavidade metálica arbitrária. Não obstante, na parte (b) é descrito a mesma onda incidindo sobre um elemento infinitesimal de volume dessa mesma cavidade metálica.

Para encontrar uma expressão para a densidade de energia precisamos inicialmente determinar a pressão que a radiação exerce nas paredes da cavidade

considerada. Para tanto, precisamos imaginar uma onda plana incidindo sobre o corpo negro e determinar a força resultante dessa interação, conforme é descrito na Figura 4.a abaixo.

Figura 4 – Onda EM viajando em direção a uma cavidade metálica.



Fonte: Autor

Vamos considerar então uma onda eletromagnética e monocromática no vácuo, viajando em direção ao sistema que descrevemos anteriormente, cujos campos elétricos e magnéticos são dados, respectivamente, por:

$$\vec{\boldsymbol{E}}(r,t) = \overrightarrow{\boldsymbol{E_0}} e^{i\,\vec{\boldsymbol{k}}.\vec{\boldsymbol{r}}-\omega t}$$

$$\text{e } \vec{\boldsymbol{B}}(r,t) = \overrightarrow{\boldsymbol{B_0}} e^{i\,\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}-\omega t}$$

de forma que $\vec{\omega} = c\vec{\boldsymbol{k}}$, em que o número de onda $\vec{\boldsymbol{k}}$ indica a direção e o sentido de propagação dessa onda.

É fato conhecido da teoria eletromagnética clássica que um dos resultados da Lei de Conservação de Energia para um sistema formado por cargas e correntes que produzem campos elétricos e magnéticos é a média da densidade de energia transportada pela onda, sendo esta expressa pela equação a seguir:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \ \boldsymbol{E}_0^2 \qquad (6.2.4)$$

E que o fluxo de energia por unidade de área e por unidade de tempo, é expresso pelo vetor:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\mathcal{R}}} = \vec{\boldsymbol{E}} \times \vec{\boldsymbol{H}} \qquad (6.2.5)$$

Como o campo auxiliar $\vec{\boldsymbol{H}}$ pode ser escrito em termos do campo magnético $\vec{\boldsymbol{B}}$, temos que:

$$\vec{\mathcal{R}} = \frac{1}{\mu_0}\,\vec{E} \times \vec{B} \tag{6.2.6}$$

Mas, ainda, como os campos elétricos e magnéticos são perpendiculares, se imaginarmos que o campo elétrico oscila na direção x, e lembrando que $\vec{B} = \frac{1}{c}\hat{k} \times \vec{E}$, podemos escrever,

$$\vec{\mathcal{R}} = \frac{1}{c\mu_0}\vec{E} \times \left(\hat{k} \times \vec{E}\right) \tag{6.2.7}$$

Mas sabemos da análise vetorial que, para quaisquer três vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, vale a identidade:

$$\vec{A} \times \vec{B} \times \vec{C} = \left(\vec{A}.\vec{C}\right)\vec{B} - \left(\vec{A}.\vec{B}\right)\vec{C}$$

Assim, vemos que,

$$\vec{E} \times \left(\hat{k} \times \vec{E}\right) = \left(\vec{E}.\vec{E}\right)\vec{B} - \left(\vec{E} \times \hat{k}\right)\vec{E}$$

E como $\vec{E}$ e $\hat{k}$ são ortogonais, vemos que a equação anterior se reduz a,

$$\vec{E} \times \left(\hat{k} \times \vec{E}\right) = \left(\vec{E}.\vec{E}\right)\hat{k} = E^2\hat{k} \tag{6.2.8}$$

Considerando somente a parte real do campo elétrico, obtemos,

$$Re\{E(r,t)\} = E_0 \cos\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t\right) \tag{6.2.9}$$

Combinando (6.2.8) e (6.2.9), obtemos:

$$\vec{E} \times \left(\hat{k} \times \vec{E}\right) = E^2\hat{k} = E_0^2 \cos^2\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t\right)\hat{k} \tag{6.2.10}$$

Usando (6.2.10) em (6.2.7), vemos que o fluxo é expresso por,

$$\vec{\mathcal{R}} = \frac{1}{c\mu_0} E_0^2 \cos^2\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t\right)\hat{k} \tag{6.2.11}$$

Assim sendo, observando que valor médio de $\cos^2\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t\right)$ equivale a $\frac{1}{2}$, o valor médio do quadrado do campo elétrico $\frac{1}{2}E_0^2$ e o fluxo médio $\langle\mathcal{R}\rangle$ é expresso pela equação:

$$\langle\mathcal{R}\rangle = \frac{1}{2c\mu_0} E_0^2 = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_0^2 \tag{6.2.12}$$

Assim, percebendo que $u = \frac{\varepsilon_0}{2} E_0^2$, podemos escrever,

$$\langle\mathcal{R}\rangle = cu \tag{6.2.13}$$

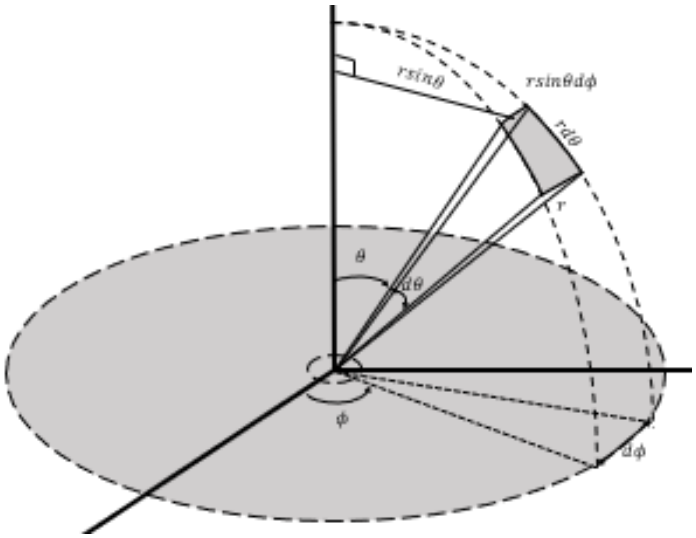
É bem conhecido também o fato de que o momento linear $\vec{p}$ transportado pela onda é dado pela expressão:

$$\langle p \rangle = \frac{1}{c} \langle \mathcal{R} \rangle \tag{6.2.14}$$

Assim, se a onda em consideração incidir sobre uma placa perfeitamente absorvedora de área A, aplicará uma força F de magnitude $|F| = uA$.

Suponhamos então que a radiação nessa cavidade é isotrópica, isto é, a energia que incide ou que irradia da superfície é exatamente a mesma independente do ponto que foi tomado como referência. Implicando assim que a magnitude do fluxo e da densidade de energia não variam com a direção.

Figura 5 – Ângulo Sólido.



Fonte: Autor

Como já vimos, o fluxo $\mathcal{R}$ é uma função da temperatura, isto é, $\mathcal{R} = \mathcal{R}(T)$. Considerando então $\tilde{\mathcal{R}}$ como a energia total por unidade de área e por unidade de tempo que irradia de uma pequena porção de área dA em um ângulo sólido de 2π, a energia dW que irradia em um ângulo sólido $d\Omega$ (ver Figura 5 acima) em um ângulo θ formado com a normal à superfície é dada pela relação:

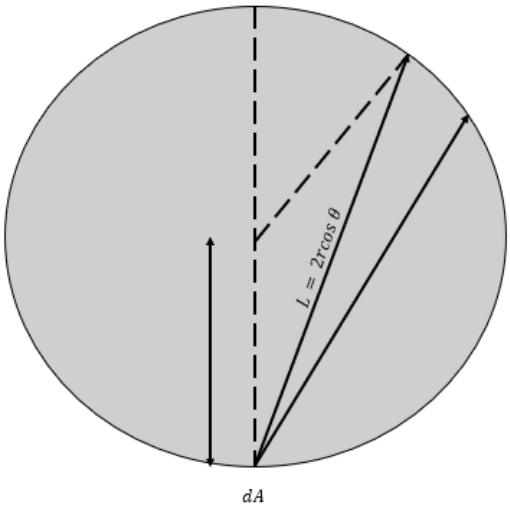
$$dW = \frac{\tilde{\mathcal{R}}}{2\pi} \cos\theta \, dA \, d\Omega \tag{6.2.15}$$

Com isto, vamos encontrar uma relação para a densidade de energia no interior da cavidade e para pressão da radiação devido aos esforços resultantes da interação entre a radiação e as suas paredes.

Imaginemos agora uma grande cavidade de raio r cujas paredes emitem radiação em um fluxo de magnitude de $\tilde{\mathcal{R}}$ joules por unidade de área e por unidade de

tempo. Vamos supor que a energia total na cavidade se mantém constante ao longo do tempo, para que a radiação que incide sobre a sua superfície seja completamente absorvida.

Figura 6 – Grande Cavidade de raio r.



Fonte: Autor

Consideremos ainda uma pequena área dA na superfície. Daí, como a radiação que é emitida no ângulo sólido $d\Omega$ em um ângulo θ e atinge as paredes da cavidade viaja na velocidade da luz c, e a distância percorrida pelo plano de onda equivale a $2r\cos\theta$, o tempo no qual a onda alcança as paredes da cavidade é equivalente a $\Delta t = \frac{2rco\,s\,\theta}{c}$.

Implicando que, como a energia contida neste ângulo é dada pela equação (6.2.15), a energia total no pequeno volume entre dois raios conforme Figura 4 é dada por:

$$dW\Delta t = \frac{\tilde{\mathcal{R}}}{2\pi}\cos\theta\, dA d\Omega \frac{(2rco\,s\,\theta)}{c} \qquad (6.2.16)$$

É fácil ver que, $d\Omega = 2\pi\sin\theta\, d\theta$. Com isto, integrando a equação (6.2.16) no intervalo de $\theta = 0$ a $\theta = \frac{\pi}{2}$, encontramos a energia ΔW que preenche a cavidade:

$$\Delta W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tilde{\mathcal{R}}}{2\pi} co\,s\,\theta\, dA \frac{2rco\,s\,\theta}{c} 2\pi\sin\theta\, d\theta =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\tilde{\mathcal{R}}r}{c} dA \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta =$$

$$= \frac{2\tilde{\mathcal{R}}r}{c} dA \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta = \frac{2\tilde{\mathcal{R}}r}{3c} dA \qquad (6.2.17)$$

Integrando no volume de uma esfera de raio r, a energia total W que preenche a cavidade é então dada por,

$$W = \frac{2\tilde{\mathcal{R}}r}{3c} \int dA = \frac{2\tilde{\mathcal{R}}r}{3c} 4\pi r^2 = \frac{8\pi\tilde{\mathcal{R}}r^3}{3c} \qquad (6.2.18)$$

Dessa maneira, dividindo pelo volume de uma esfera de raio r, a densidade de energia é dada por:

$$u = \frac{2\tilde{\mathcal{R}}}{c} \qquad (6.2.19)$$

Feito isto, podemos seguir calculando a pressão exercida pela radiação nas paredes da cavidade.

Para tanto, vamos imaginar que a radiação incide sobre uma área de módulo $\frac{4r^2 \cos^2\theta \, d\Omega}{\cos\theta} = 4r^2 \cos\theta \, d\Omega$, fazendo assim um ângulo sólido de $\frac{dA cos\,\theta}{4r^2 cos^2\theta} = \frac{dA}{4r^2 cos\,\theta}$ na área dA. Dessa maneira, a energia emitida dW que alcança o elemento diferencial de área dA é expressa por:

$$dW = 4r^2 \cos\theta \; d\Omega \times \frac{\tilde{\mathcal{R}}}{2\pi} cos\,\theta \times \frac{dA}{4r^2 cos\,\theta} = \frac{\tilde{\mathcal{R}}}{2\pi} cos\,\theta \, d\Omega dA$$

A intensidade é então dada por:

$$d\mathcal{R} = \frac{dW}{dA \, cos\,\theta} = \frac{\tilde{\mathcal{R}}}{2\pi} d\Omega$$

Usando o segundo membro da equação (6.2.14) encontramos o momento transferido por unidade área através da projeção $dcos\theta$ do elemento de área dA normal à direção da radiação:

$$p = \frac{\mathcal{R}}{c} = \frac{\frac{\mathcal{R}}{2\pi}}{c} d\Omega dA \cos\theta = \frac{\mathcal{R}}{2\pi c} d\Omega dA \cos\theta = u$$

Dessa maneira, como a força é dada pela componente normal do momento acima em relação à área dA, a pressão exercida devido a radiação incidente é obtida por meio da integral,

$$P_1 = \frac{1}{dA}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathcal{R}}{2\pi c} d\Omega dA \cos^2\theta = \frac{1}{dA}\frac{\mathcal{R}}{2\pi c} dA \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi \sin\theta \cos^2\theta \, d\theta = \frac{\mathcal{R}}{c}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \cos^2\theta \, d\theta$$

$$= \frac{\mathcal{R}}{3c}$$

De maneira semelhante, obtém-se pela Lei de Ação e Reação uma pressão de igual magnitude devido a radiação que é emitida através da área dA implicando dessa forma que a pressão total devido a radiação no interior da cavidade equivale a dobro da pressão devido à radiação incidente, ou seja,

$$P = P_1 + P_2 = \frac{2\mathcal{R}}{3c} = \frac{u}{3} \tag{6.2.20}$$

Com isto, podemos escrever,

$$dW = d(uV) + \frac{1}{3}udV$$

Logo, diferenciando, vem que,

$$dW = udV + Vdu + \frac{1}{3}udV$$

$$dW = \frac{4}{3}udV + Vdu \tag{6.2.21}$$

Recordemos então a segunda Lei da Termodinâmica,

$$dW = TdS \tag{6.2.22}$$

Onde S é a entropia do sistema e T a sua temperatura.

De maneira tal que podemos ainda escrever,

$$dS = \frac{1}{T}dW$$

Usando (6.2.22) na equação (6.2.21) é fácil verificar que,

$$dS = \frac{4}{3T}udV + \frac{V}{T}du \tag{6.2.23}$$

Mas, sabemos que,

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial u}\right)_V du + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_u dV \tag{6.2.24}$$

De maneira tal que, comparando (6.2.23) com (6.2.24), temos que:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial u}\right)_V = \frac{V}{T} \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_u = \frac{4}{3}\frac{u}{T} \tag{6.2.25}$$

No entanto, como sabemos da mecânica estatística a entropia é uma função de estado, então, podemos escrever,

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial u \partial V}\right) = \left(\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial u}\right) \tag{6.2.26}$$

O que leva a

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial S}{\partial u}\right) = \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) \tag{6.2.27}$$

Isto é,

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{V}{T}\right) = \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{4}{3}\frac{u}{T}\right) \tag{6.2.28}$$

Daí, recordando que T é uma função de u, diferenciando pela regra do quociente, temos que,

$$\frac{1}{T} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{T} - \frac{u}{T^2}\frac{dT}{du}\right) \tag{6.2.29}$$

E reorganizando os termos acima, verificamos que,

$$\frac{du}{u} = 4\frac{dT}{T}$$

De tal modo que integrando, encontramos,

$$\ln u = 4 \ln T + C$$

$$u = kT^4 \tag{6.2.30}$$

onde k é equivalente empiricamente a $\sigma = 5{,}67 \times \frac{10^{-8} W}{m^2 K^4}$, que é chamada constante de Stefan-Boltzmann.

6.3 A Lei de Deslocamento de Wien

A análise de Wien da radiação do corpo negro consistiu, em distinção à de Boltzmann, em considerar uma variação adiabática no volume de uma cavidade esférica. Consideremos novamente a cavidade como uma máquina térmica e tomemos a equação fundamental da termodinâmica:

$$dW = dU + PdV$$

No entanto, sabemos que $dU = Vdu + udV$, então podemos escrever,

$$dW = Vdu + udV + PdV \tag{6.3.1}$$

Já mostramos que a pressão termodinâmica exercida pela radiação nas paredes da cavidade é dada pela equação (6.2.20), de forma que podemos escrever,

$$dW = Vdu + udV + \frac{u}{3}dV \tag{6.3.2}$$

Sendo assim considerando uma expansão adiabática, ou seja, uma expansão na qual, $dW = 0$. Daí, vemos que,

$$0 = Vdu + udV + \frac{u}{3}\,dV \tag{6.3.3}$$

Reorganizando os termos na equação acima, obtemos,

$$Vdu + \frac{4}{3}udV = 0$$

$$Vdu = -\frac{4}{3}udV$$

Dividindo ambos os membros por uV, vemos que,

$$\frac{du}{u} = -\frac{4}{3}\frac{dV}{V} \tag{6.3.4}$$

Integrando, membro a membro, verificamos que,

$$\int \frac{du}{u} = -\frac{4}{3}\int \frac{1}{V}dV$$

$$\ln u + C = -\frac{4}{3}\ln V + D$$

Ou seja,

$$u = kV^{-\frac{4}{3}} \tag{6.3.5}$$

que é uma das formas da Lei de Wien.

No entanto, como o volume V é diretamente proporcional ao cubo do raio e como pela Lei de Stefan-Boltzmann que mostramos anteriormente, a densidade de energia é diretamente proporcional ao cubo da temperatura verificamos que, a temperatura é inversamente proporcional ao raio.

Imaginemos novamente então que a cavidade se expande adiabaticamente e vamos estudar o que acontece com as ondas eletromagnéticas em seu interior. Se as paredes da cavidade estão se movendo com uma velocidade v, de modo no intervalo de tempo dt, o raio r da cavidade varia, conforme a função:

$$dr = vdt \tag{6.3.6}$$

Imaginando ainda que uma onda percorre uma distância de $2r\cos\theta$ entre duas reflexões, o tempo gasto para cada reflexão é expresso por:

$$dt = \frac{2r\cos\theta}{c} \tag{6.3.7}$$

Assim sendo, considerando que a velocidade da luz se mantém constante entre as reflexões, o espaço percorrido pela onda em um intervalo de tempo Δt equivale a $c\Delta t$. O número de reflexões n_r sofridas pela onda pode então ser obtido dividindo-se o espaço total percorrido pelo espaço que a onda percorre em cada reflexão:

$$n_r = \frac{c\Delta t}{2r\cos\theta} \tag{6.3.8}$$

Em cada reflexão, o comprimento de onda varia devido ao Efeito Doppler por uma quantidade $\frac{2v\cos\theta}{c}\lambda$. Assim, no intervalo de tempo Δt, a variação total no comprimento de onda é expressa por:

$$\Delta\lambda = \frac{c\Delta t}{2r\cos\theta} \times \frac{2v\cos\theta}{c}\lambda = \frac{\Delta r}{r}\lambda \tag{6.3.9}$$

O que mostra que o comprimento de onda é diretamente proporcional ao raio da cavidade. Mas, mostramos antes que o raio é inversamente proporcional a temperatura da cavidade, então podemos estabelecer a seguinte relação:

$$\lambda \propto \frac{1}{T}$$

E, considerando uma constante k, que,

$$\lambda T = k$$

em que k é equivalente a $k = 2{,}8977685 \times 10^{-3}\, m.K$. Observe ainda que, durante a expansão, podemos associar a cada instante de tempo t_i uma temperatura T_i. E, pela equação acima, a cada temperatura T_i um comprimento de onda λ_{max} máximo, cujo produto é sempre equivalente mesma constante, implicando assim que, devemos ter:

$$\lambda_{max} T = k$$

resultado conhecido como Lei do Deslocamento Espectral de Wien.

Com este resultado verificamos como uma parte da curva de densidade espectral muda em comprimento de onda à medida que a temperatura de um corpo negro muda.

6.4 A Teoria Clássica de Rayleigh-Jeans

Em 1896, o físico alemão Louis Carl Paschen (1865-1940) obteve experimentalmente a Lei de Wien. Entretanto, a expressão obtida por Paschen-Wien não se constituía como uma explicação suficiente e completa para o espectro normal da radiação do corpo negro, aplicando-se somente a pequenos comprimentos de onda (altas frequências pela equação $c = \lambda\nu$), o que levou, dessa forma, o físico inglês John Strutt Rayleigh[14] a estudar o problema do espectro de radiação do corpo negro. Para Rayleigh, a energia média de cada oscilador era consequência apenas do Eletromagnetismo de Maxwell, de maneira que, considerando a radiação térmica como proporcional aos modos normais de vibração dos osciladores moleculares deduziu, em 1900, a famosa fórmula:

$$u_T(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\ kT$$

Para demonstrá-la, vamos considerar então o modelo de cavidade que tratamos anteriormente a uma temperatura T, de modo que a emissão de radiação de suas paredes esteja em equilíbrio térmico com a radiação que é absorvida pelas paredes. E ainda que as ondas estão confinadas, como também consideramos anteriormente, em um volume vazio V, em equilíbrio térmico com o seu recipiente, podendo ainda serem tratadas como uma superposição de ondas estacionárias.

Dessa maneira, a partir da equação de onda d'Alembert, temos que,

$$\nabla^2\psi(\boldsymbol{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(\boldsymbol{r},t) = 0 \qquad (6.4.1)$$

Assim sendo, se considerarmos o corpo negro como um cubo de lado L, aplicando as condições de contorno, vemos que:

$$\psi(0,y,z,t) = \psi(L,y,z,t) = 0 \qquad (6.4.2)$$

De maneira que, as soluções da equação acima são dadas por:

$$\psi(\boldsymbol{r},t) = A(t)\sin(k_1\,x)\sin(k_2\,y)\sin(k_3\,z) = A(t)\boldsymbol{B}(x,y,z) \qquad (6.4.3)$$

em que $\sin(kL) = 0$ para todo $k_iL = n_i$ para $n_i, i = 1,2,3, \ldots$.

Assim, usando (6.4.3) em (6.4.1), vemos que:

[14] *Lord Rayleigh sucedeu James Clerk Maxwell na Universidade de Cambridge, onde juntamente com o químico inglês Sir William Ramsay recebeu o Nobel de Física em 1904 por suas pesquisas sobre a teoria cinética dos gases e pela descoberta do Argônio.*

$$(n_1 + n_2 + n_3)\frac{\pi^2}{L^2}A(t)B(x,y,z) - \frac{1}{c^2}B(x,y,z)\frac{\partial^2}{\partial t^2}A(t) = 0 \quad (6.4.4)$$

Daí, notamos que,

$$A(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (6.4.5)$$

em que

$$\omega^2 = \frac{c^2\pi^2}{L^2}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) \quad (6.4.6)$$

O número de modos de vibração com frequência entre 0 e ω é então dado por:

$$N(\omega) = \int_0^{\omega} g(\omega)d\omega \quad (6.4.7)$$

em que $g(\omega)$ representa a densidade do número de osciladores que correspondem a todas as combinações de n_1, n_2 e n_3 de acordo com a relação:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 \leq \frac{\omega^2 L^2}{c^2\pi^2} \quad (6.4.8)$$

Que é a equação de uma esfera de raio r:

$$r = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} \quad (6.4.9)$$

No entanto, n_1, n_2 e n_3 são positivos então,

$$N(\omega) = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\pi\frac{\omega^3 L^3}{c^3\pi^3}\right) = \frac{\omega^3 V}{6c^3\pi^2} \quad (6.4.10)$$

Mas $\omega = 2\pi\nu$, então podemos escrever,

$$N(\nu) = \frac{8\pi^3\nu^3 V}{6c^3\pi^2} \quad (6.4.11)$$

A densidade de modos para uma dada polarização é então dada por:

$$g(\nu) = \frac{d}{d\nu}\big(N(\nu)\big) = \frac{(4\pi\nu^2 V)}{c^3} \quad (6.4.12.a)$$

$$g(\omega) = \frac{d}{d\omega}\big(N(\omega)\big) = \frac{1}{2}\frac{\omega^2 V}{c^3\pi^2} \quad (6.4.12.b)$$

No entanto, como devemos considerar duas direções de polarização para cada modo, a densidade de modo deverá ser duas vezes maior que a fornecida acima e equivale a:

$$g(\nu) = \frac{dN(\nu)}{d\nu} = \frac{8\pi\nu^2 V}{c^3} \quad (6.4.13)$$

Daí, vemos que,

$$U(\nu)d\nu = g(\nu)kTd\nu \tag{6.4.14}$$

Cada modo tem energia kT e a energia do campo de radiação em um volume V em uma temperatura T entre as frequências ν e $\nu + d\nu$ é equivalente a:

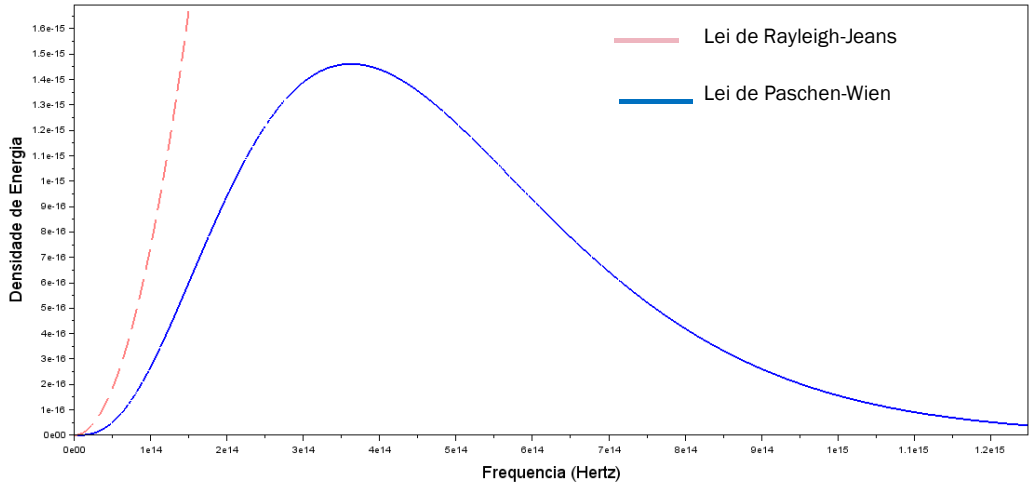
$$U(\nu)d\nu = g(\nu)kTd\nu = \frac{8\pi\nu^2 V}{c^3}kTd\nu \tag{6.4.15}$$

A densidade de energia é então dada por:

$$u(\nu) = \frac{U(\nu)}{V} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT \tag{6.4.16}$$

como queríamos mostrar.

Figura 7 – Catástrofe do Ultravioleta



Fonte: Autor

No entanto, apesar dos resultados obtidos experimentalmente se mostrarem excelentes para altos comprimentos de onda (pequenas frequências), como apresentamos na Figura 7, acima, eles falham miseravelmente para pequenos comprimentos de onda. E muito pior do que isso, considerando o gráfico ao lado percebemos que como área abaixo da curva de Rayleigh corresponde à soma para todas as frequências da energia emitida em cada frequência, ou seja, equivale então à energia total emitida pelo corpo negro, e que ela deveria ser infinita.

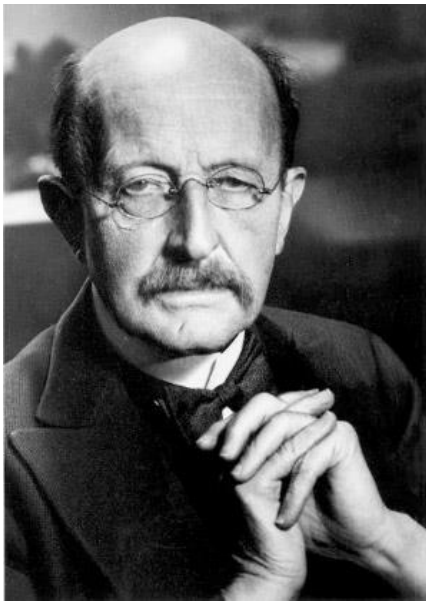
O que constitui definitivamente um grande absurdo, independente do resultado experimental. Ao lado da Lei de Wien, que demonstramos com certo rigor na seção precedente, estes resultados constituem o paradoxo chamado de *Catástrofe do Ultravioleta.*

7 TEORIA QUÂNTICA DA RADIAÇÃO

7.1 A Lei de Planck

O grande físico Max Planck estudou física com Helmholtz e Kirchhoff em Berlim. E era particularmente fascinado pela universalidade da segunda Lei da Termodinâmica dedicando-se, inicialmente a partir dos artigos de Clausius, a compreender como a segunda Lei poderia ser aplicada aos mais diversos problemas físicos.

Figura 8 - Max Planck (1858-1947)



Fonte: Autor Desconhecido está licenciado em CC BY-NC-ND

Em 19 de outubro de 1900, Planck apresentou à Sociedade de Física de Berlim um trabalho, no qual demonstrou heuristicamente por meio de uma interpolação matemática que a energia dos osciladores considerados por Wien e Rayleigh era quantizada.

Neste artigo, Planck argumenta ainda que a necessidade da obtenção de uma interpolação das leis de Rayleigh e Wien surge em razão do fato dessas leis não se constituírem como *universais.*

> Mostrei, em minha última exposição sobre o assunto, que as bases físicas da teoria da radiação eletromagnética, e inclusive a hipótese da "radiação natural" [radiação do corpo negro, N.T.], resistem às críticas mais severas. Como, de acordo com meu conhecimento, os cálculos não apresentam erros, fica estabelecido que a lei da distribuição de energia do espectro normal se torna inteiramente determinada quando se pode calcular a entropia S de um ressonador radiante, oscilando de maneira monocromática, em função de sua energia de oscilação U (PLANCK,1900).

Planck encontrou a equação:

$$u(\omega) = k_1 \omega^2 \frac{k_2}{e^{\frac{k_2}{kT}} - 1}$$

em termos do comprimento de onda, mostrando que os dados obtidos em laboratório poderiam ser satisfatoriamente reproduzidos e completou assim a descrição experimental do fenômeno da radiação do corpo negro (DIONIOSIO, 2005).

Nesta seção, vamos obter a Lei de Planck. No entanto, inicialmente por meio dos argumentos por ele utilizados em seu artigo de 1906, no qual reobteve a Lei de Radiação e, posteriormente, pelo método usado por Einstein no artigo intitulado "Sobre a Teoria Quântica da Radiação" publicado em 1917.

Planck, define a distribuição de energia normal como aquela em que diferentes densidades de radiação, funções da frequência de oscilação dos modos vibracionais da cavidade, possuem a mesma temperatura. Em seu artigo, argumenta que, apesar do problema de determinar a distribuição de energia normal se resumir ao problema de encontrar a entropia S em função da energia U do sistema, o erro cometido tanto por ele quanto por Wien nos estudos apresentados anteriormente à comunidade científica foi considerar a entropia como uma função simples da energia, assumindo assim que aquela forma constituía-se como a única expressão matemática possível.

De maneira semelhante ao que fizemos na seção anterior, utilizando a equação (6.4.12.b) podemos reescrever a Lei de Rayleigh-Jeans na forma:

$$u(\omega) = \frac{\omega^2 \langle kT \rangle}{c^3 \pi^2} \qquad (7.1.1)$$

Assim sendo, vamos assumir inicialmente que os modos da radiação são constituídos por quantidades discretas de energia chamados por Planck de *quantum* e que a energia de cada quantum de luz é expressa pela equação:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \qquad (7.1.2a)$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \qquad (7.1.2b)$$

Consideremos assim que cada modo contém n quanta. Vamos então encontrar a energia média de um modo com frequência ω. Assim, assumindo a quantização da energia em (7.1.2a), a energia total de cada modo pode ser expressa por:

$$n\varepsilon = n\hbar\omega \qquad (7.1.3)$$

O problema de encontrar a energia média de cada modo com frequência ω é equivalente do ponto de vista matemático ao de encontrar o número médio de *quanta* em cada modo de vibração. Sendo assim, devemos calcular a probabilidade P de

encontrar um modo de radiação com energia média E. E a chave para isso consiste em perceber que a probabilidade é expressa por:

$$P(E) = ke^{-\frac{E}{kT}} \tag{7.1.4}$$

De maneira tal que devemos escolher uma constante k que satisfaça:

$$\sum_i P(E_i) = 1 \tag{7.1.5}$$

Assim, podemos calcular a energia média pela equação:

$$\langle E \rangle = \sum_i E_i . P(E_i) \tag{7.1.6}$$

onde $E = n\hbar\omega$. Calculando a constante k na equação (7.1.4), para normalizar a probabilidade $P(E)$, como argumentamos anteriormente, temos que:

$$k . \sum_i e^{-\frac{E}{kT}} = 1$$

$$k = \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}\right]^{-1} \tag{7.1.7}$$

Observemos na equação acima que a inclusão do termo com $i = 0$ na soma em (7.1.7) significa, fisicamente, que é necessário permitir uma probabilidade diferente de zero para que o modo tenha energia nula.

Usando (7.1.7) em (7.1.4), temos:

$$P(E) = \frac{e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}}{\left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}\right]} \tag{7.1.8}$$

E usando (7.1.8) em (7.1.6), vemos que:

$$\langle E \rangle = \frac{\left(\left(\sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}\right)\right)}{\left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}\right]} \tag{7.1.8}$$

Tomando $-\frac{\hbar\omega}{kT} = \varsigma$, percebemos que,

$$\langle E \rangle = \frac{(\sum_0^{\infty} n\hbar\omega e^{-n\varsigma})}{[\sum_0^{\infty} e^{-n\varsigma}]} \tag{7.1.9}$$

De maneira que, podemos então escrever,

$$\langle E\rangle = \frac{\hbar\omega\sum_0^\infty ne^{n\varsigma}}{[\sum_0^\infty e^{n\varsigma}]} = \hbar\omega\frac{\frac{d}{d\varsigma}\sum_0^\infty e^{n\varsigma}}{[\sum_0^\infty e^{n\varsigma}]} = \hbar\omega\frac{d}{d\varsigma}\ln\left(\sum_0^\infty e^{n\varsigma}\right) =$$

$$= \hbar\omega\frac{d}{d\varsigma}\ln\left(\sum_0^\infty((e)^\varsigma)^n\right)$$

No entanto, é de conhecimento comum que,

$$\sum_0^\infty(a)^n = 1 + a + a^2 + a^3 + \cdots = \frac{1}{1-a}$$

Assim usando este fato, temos que,

$$\langle E\rangle = \hbar\omega\frac{d}{d\varsigma}\ln\left(\frac{1}{1-e^\varsigma}\right) = \hbar\omega\left(\frac{e^\varsigma}{1-e^\varsigma}\right) = \frac{\hbar\omega}{e^{-\varsigma}-1} = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1} \qquad (7.1.10)$$

Usando a equação (7.1.10) na (7.1.1), obtemos finalmente a Lei de Planck:

$$u(\omega) = \frac{\omega^2}{c^3\pi^2}\frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1} \qquad (7.1.11)$$

Em seu artigo intitulado “Sobre a Lei de Distribuição do Espectro Normal”, Planck argumentou ainda que a entropia eletromagnética poderia ser identificada com a entropia termodinâmica, ou seja, considerando-a como o logaritmo do número de microestados acessíveis. Na acepção de Planck, a questão fundamental do problema do corpo negro estava em determinar a entropia S em função da energia U.

No seu segundo trabalho de 1900, Planck deduziu que a entropia total, isto é, a entropia dos ressonadores mais a entropia do campo, era um máximo para um estado de equilíbrio (CARUSO, OGURI, 2006). A grande novidade trazida pelo trabalho de Planck foi a consideração formal por conveniência de simplificação dos cálculos de que os ressonadores poderiam emitir ou absorver energias em quantidades discretas com um mínimo $\hbar\omega$.

No entanto, ele não compreendeu a natureza revolucionária desta asserção e tampouco foi claro quanto a sua própria interpretação disso, o que causou confusão e levou a formulação de diversas interpretações filosóficas e físicas diferentes por parte da comunidade científica: Ehrenfrest considerou, por exemplo, que Planck havia afirmado que a energia da radiação é discreta e múltipla de $\hbar\omega$, enquanto Lorentz entendeu que os osciladores emitiam ou absorviam energias múltiplas de $\hbar\omega$(ARRUDA, VILLANI, 1996).

Não obstante, da maneira como essa suposição foi apresentada por Planck, constituía-se somente como um mero artifício de cálculo, tendo em vista que Planck havia baseado seu trabalho nos escritos de Boltzmann, que também já havia se utilizado do mesmo artifício, esperando ao final da dedução usar o limite quando a constante tendesse a zero (DARRIGOL,2009, ARRUDA, VILLANI, 1996).

Planck concluiu sua apresentação do problema da radiação do corpo negro defendendo a ideia, que mais tarde foi dada como incorreta, de que a lei de Wien e, por extensão, a sua própria expressão para a entropia de um ressonador constituíam uma consequência da segunda Lei da Termodinâmica.

7.2 Einstein e a natureza da luz

Em 1905 Albert Einstein publicou quatro trabalhos seminais que transformaram profundamente a física e influenciam o pensamento científico até os dias atuais. Em um desses trabalhos, ele fez considerações importantíssimas sobre os trabalhos de Wien, Jeans, Rayleigh e Planck e apresentou uma interpretação física para a hipótese do quantum de luz, dando um passo revolucionário no desenvolvimento da teoria quântica.

Einstein, não somente defendia a tese de que a lei de Rayleigh-Jeans constituía-se como uma previsão inequívoca da física clássica, ainda mais que isso, apresentou também uma dedução matemática teoricamente consistente, tornando-se a primeira pessoa a derivar esta lei corretamente – tendo feito isto, inclusive, antes de Jeans obter a constante numérica adequada.

Já haviam se passado quase cinco anos desde a publicação do trabalho de Planck sobre a radiação do corpo negro, no qual é apresentada a solução para o paradoxo da catástrofe do ultravioleta.

Não obstante, fica claro nos escritos de Einstein daquele ano, que tão importante quanto perceber este problema, ou ainda, resolvê-lo de maneira coerente, é compreender as suas causas no contexto da teoria clássica.

Einstein estava profundamente preocupado com o dualismo estranho entre a mecânica e o eletromagnetismo clássico. Tanto os esforços da época em formalizar uma concepção completa do mundo físico considerando a mecânica como a ciência

básica, como o processo inverso, isto é, a fundamentação de uma visão de mundo eletromagnética, haviam se mostrado inadequados.

Este dualismo entre partículas e campos foi então o seu ponto de partida no artigo de 1905 intitulado *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz*:

> A teoria dos processos eletromagnéticos de Maxwell no chamado espaço vazio difere de maneira profunda e essencial dos atuais modelos teóricos de gases e outras matérias. Por um lado, consideramos o estado de um corpo material a ser determinado completamente pelas posições e velocidades de um número finito de átomos e elétrons, embora um número muito grande. Por contraste, o estado eletromagnético de uma região do espaço é descrito por funções contínuas e, portanto, não pode ser determinado exatamente por nenhum número finito de variáveis (EINSTEIN, 1905).

Einstein atenta para o fato ainda de que apesar da teoria ondulatória da luz constituir-se como um excelente modelo para a explicação de fenômenos puramente ópticos, se faz necessário observar que nela se consideram apenas os valores da média temporal, enquanto os valores instantâneos são deixados de lado (EINSTEIN, 1905). Nem todos os fenômenos eletromagnéticos poderiam ser explicados em termos mecânicos assim como também os fenômenos mecânicos não poderiam ser reduzidos a uma forma eletromagnética aceitável (KLEIN, 1977, 1979).

Para investigar as causas disso, Einstein situou sua pesquisa dentro de um programa de unificação. O seu ponto de vista heurístico possibilitou a explicação apresentando assim, sua interpretação revolucionária para hipótese do quantum de luz de Planck no artigo sobre o efeito fotoelétrico que lhe rendeu o Nobel de Física posteriormente (KLEIN, 1979).

Seria então possível tratar a radiação como uma entidade discreta e particulada? Para Einstein, que compreendia o comportamento da radiação a luz da teoria de Maxwell, a princípio, não:

> [...] de acordo com a teoria de Maxwell, a energia dos fenômenos puramente eletromagnéticos (como a luz) deveria ser representada por uma função contínua do espaço. Em contraste, a energia de um corpo material deve ser representada por uma soma discreta sobre os átomos e elétrons; portanto, a energia de um corpo material não pode ser dividida em muitos componentes arbitrariamente pequenos. No entanto, de acordo com a teoria de Maxwell (ou, na verdade, qualquer teoria das ondas), a energia de uma

> onda de luz emitida a partir de uma fonte pontual é distribuída continuamente por um volume cada vez maior. (EINSTEIN, 1905)

Em 1909, Einstein apresentou os resultados de sua pesquisa física no Encontro Alemão Anual de Física realizado em Salzburgo naquele ano, episódio no qual ele conheceu muitos cientistas cujas obras estudava. Nesse episódio, ele discutiu enfaticamente a maneira como a hipótese dos quanta de luz, apesar de ter sido confirmada experimentalmente e de apresentar consistência matemática, rompia com as concepções clássicas sobre a radiação. Seria possível que a Lei de Planck estivesse correta, mas que pudesse ser obtida por algum outro método que não aquele baseado na desconcertante hipótese de Planck? Haveria alguma outra hipótese que fizesse justiça aos fenômenos da radiação? Além disso, se, de fato, constitui-se como uma necessidade elementar modificar os princípios da teoria, poder-se-ia pelo menos conservar a forma e a beleza das equações para a propagação da radiação e interpretar os fenômenos de uma maneira diferente?(DE BROGLIE, 1992, 1929; EINSTEIN, 1909)

Einstein então reformula a hipótese de Planck, apresentando uma nova interpretação física:

> [...] na propagação de um raio de luz emitido por uma fonte puntiforme, a energia não é continuamente distribuída sobre volumes cada vez maiores de espaço, mas consiste em um número finito de quanta de energia, localizados em pontos do espaço, que se movem sem se dividir e que podem ser absorvidos ou gerados somente como unidades integrais.(EINSTEIN, 1905)

No entanto, também julgava necessário considerar a natureza ondulatória da radiação, conforme assinala Louis de Broglie: “Einstein viu bem que sua teoria não era só uma teoria estritamente corpuscular, pois ele fez intervir a noção de frequência, que é estritamente ondulatória”(KLEIN, 1977).

Dessa maneira, se a energia E presente em um raio de luz consiste em um número finito de quanta de energia localizados que se movem sem serem divididos e que podem ser absorvidos ou emitidos por inteiro, podemos então escrever:

$$E = n\varepsilon = nh\nu \qquad (7.2.1)$$

em que $h = \frac{R}{N}Z$ é a constante de Planck, R é a constante dos gases, N é o número de Avogadro e Z é uma constante arbitrária(KLEIN, 1977, 1979). Einstein considera um modelo para a realidade completamente revolucionário para a sua época (DE BROGLIE, 1992).

A hipótese de Einstein de um corpúsculo de luz de energia E forçou uma revisão da até então muito bem estabelecida teoria eletromagnética desenvolvida por Maxwell e muitos outros no século anterior.

Mais tarde em 1917, Einstein publicou um novo artigo intitulado “Sobre a Teoria Quântica da Radiação”, no qual apresentou, dessa vez, uma proposta diferente para a solução do problema da radiação do corpo negro, fazendo uso, para isto, do modelo atômico de Bohr.

Na próxima seção, vamos seguir o raciocínio desenvolvido por Einstein neste último artigo para encontrar a expressão da Lei de Planck.

7.3 A Lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz

Considerando novamente uma cavidade a uma temperatura T, cujas paredes são constituídas por moléculas representadas por ressonadores em uma variedade de estados estacionários, isto é, com energias bem definidas, Einstein salienta que a similaridade entre a distribuição de velocidades de Maxwell e a distribuição espectral da radiação do corpo negro constituía-se como impressionante demais para que permanecesse escondida por muito tempo e que, motivado por isto, Wien deduziu sua lei do deslocamento (6.3.5) para a densidade espectral, reconhecendo também que a teoria clássica conduz paradoxalmente ao estabelecimento da fórmula de Rayleigh (6.4.16).

Seguindo o raciocínio de Einstein, vamos considerar que cada molécula pode assumir um conjunto discreto de estados $\{Z_i = Z_1, Z_2, \dots, Z_N, \dots\}$ cujas energias são $\{E_i = E_1, E_2, \dots, E_N, \dots\}$, assim a probabilidade de que uma das moléculas esteja em um estado estacionário de energia E_N é dada pela distribuição canônica de probabilidades de Boltzmann, sendo então expressa por:

$$W_N = p_N \ e^{-\frac{E_N}{kT}} \tag{7.3.1}$$

em que k é a constante Boltzmann e p_N é o peso estatístico do estado quântico considerado.

Vamos considerar agora que os ressonadores da cavidade podem ser encontrados em dois estados quânticos m e n distintos, com energias bem definidas E_m e $E_n > E_m$, respectivamente. Vamos assumir ainda, assim como foi considerado por Einstein em seu trabalho revolucionário, as seguintes hipóteses sobre as trocas de energia que podem ocorrer nesses estados:

i) que as moléculas estejam em condições de passar do estado de energia E_n para o estado E_m e vice-versa.

ii) que essas transições de um nível de energia para o outro ocorra mediante a absorção ou emissão de uma quantidade de energia discreta.

$$E_n - E_m = h\nu \tag{7.3.2}$$

ou seja, de acordo com um dos mais importantes postulados da teoria atômica de Bohr.

iii) a probabilidade de ocorrência de uma transição no intervalo de tempo dt é expressa pela equação:

$$dW = A_n^m dt \tag{7.3.3}$$

onde A_n^m representa, apenas como exemplo ilustrativo, o caso particular da transição de um estado m para um estado n, quaisquer.

iv) A razão do número de átomos no estado n e no estado m é expressa pela relação:

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}} \tag{7.3.4}$$

A partir da consideração dessas hipóteses, vamos então examinar três processos elementares de transferência de energia que podem resultar em mudanças de nível. Os dois primeiros ocorrem devido à interação entre a radiação e as moléculas da cavidade e vamos chamá-los de absorção induzida e emissão estimulada, respectivamente. O último, por sua vez, um processo de emissão de radiação eletromagnética, de ocorrência independente da existência de um campo externo de radiação, ocorre de maneira espontânea, constituindo-se como uma propriedade da matéria em equilíbrio com a radiação, conforme previsão de Hertz no século anterior.

Vamos começar pela absorção induzida, processo caracterizado pela passagem das moléculas de um estado de menor energia E_m para um estado de maior energia E_n. Nesse tipo de transição, denotando por A_m^n o número de transições do nível inferior m para o nível superior n, e considerando que ele deve ser proporcional ao número de moléculas N_m que se encontram no estado de menor energia, podemos escrever,

$$A_n^m = N_m u(\nu, T) B_n^m \tag{7.3.5}$$

onde a constante B_n^m é chamada de coeficiente de absorção induzida.

Consideremos, agora, um processo de emissão espontânea, que ocorre independentemente da existência de um campo de radiação externa, isto é, cujo número de transições por segundo ocorre com uma taxa independente da radiação presente. E em adição, atentemos para o fato de que a presença da radiação externa propicia um processo de emissão estimulada, assim, podemos escrever,

$$A_m^n = N_n (A_n^m + u(\nu, T) B_m^n) \tag{7.3.6}$$

com os dois termos descrevendo emissão espontânea e estimulada, respectivamente. Com isto, se estabelecido o equilíbrio, o número de transições de nível de m para n (para cima) e de n para m (para baixo), devem ser equivalentes então, vemos que,

$$A_m^n = A_n^m \tag{7.3.7}$$

Daí, usando as equações (7.3.4), (7.3.5) e (7.3.6) notamos que,

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{\dfrac{A_n^m}{u(\nu, T) B_n^m}}{\dfrac{A_n^m}{(A_n^m + u(\nu, T) B_m^n)}} = \frac{A_n^m}{u(\nu, T) B_n^m} \frac{A_n^m + u(\nu, T) B_m^n}{A_n^m}$$

$$= \frac{A_n^m + u(\nu, T) B_m^n}{u(\nu, T) B_n^m} = e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}} \tag{7.3.8}$$

E podemos reescrever a equação anterior na forma:

$$A_n^m = u(\nu, T) \left(B_n^m e^{\frac{E_m - E_n}{kT}} - B_m^n \right) \tag{7.3.9}$$

Assim, considerando a função $f(T) = e^{-\frac{C}{kT}}$, sendo C e k constantes reais, podemos fazer a expansão em série:

$$f(T) = e^{-\frac{C}{kT}} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{C}{kT}\right)^j}{j!} = 1 + \frac{C}{kT} + \frac{C^2}{2k^2T^2} + \frac{C^3}{6k^3T^3} + \frac{C^4}{24k^4T^4} + \cdots$$

Tomando como fixa a energia, no limite de altas temperaturas, isto é, fazendo $T \to \infty$, vemos que a expansão em série fica na forma,

$$e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}} \to 1 + \frac{E_m - E_n}{kT} + 0\left(\frac{1}{(kT)^2}\right) \tag{7.3.10}$$

Entretanto, sabemos que no limite de altas temperaturas a densidade de energia espectral $u(\nu, T)$ é dada pela fórmula de Rayleigh-Jeans, isto é,

$$u(\nu, T) \to \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \tag{7.3.11}$$

Assim, usando essas aproximações na equação (7.3.9), temos que:

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \left\{ B_n^m \left[1 + \frac{E_m - E_n}{kT}\right] - B_m^n \right\} \tag{7.3.12}$$

Donde notamos que,

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT B_n^m + \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT B_n^m \left(\frac{E_m - E_n}{kT}\right) - \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT B_m^n \tag{7.3.13}$$

Isto é,

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT B_n^m + \frac{8\pi\nu^2}{c^3} (E_m - E_n) B_n^m - \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT B_m^n \tag{7.3.14}$$

Não obstante, observemos que, o primeiro membro da equação (7.3.14) não apresenta dependência com a temperatura T, assim sendo, os termos que apresentam esse tipo de dependência no segundo membro devem ser desconsiderados, implicando então, como expresso pela equação (7.3.7) que:

$$B_n^m = B_m^n \tag{7.3.15}$$

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} (E_m - E_n) B_n^m \tag{7.3.16}$$

Usando a equação (7.3.15) na equação (7.3.9), temos que:

$$A_n^m = u(\nu, T) B_n^m \left(e^{\frac{E_m - E_n}{kT}} - 1\right) \tag{7.3.17}$$

Isolando densidade espectral de energia, vemos que:

$$u(\nu,T)=\frac{A_n^m/B_n^m}{e^{\frac{E_m-E_n}{kT}}-1} \tag{7.3.18}$$

Mas da equação (7.3.16), também observamos que,

$$\frac{A_n^m}{B_n^m}=\frac{(8\pi\nu^2)}{c^3}\,(E_m-E_n) \tag{7.3.19}$$

Assim, usando (7.3.19) em (7.3.18), vemos que,

$$u(\nu,T)=\frac{(8\pi\nu^2)}{c^3}\;\frac{((E_m-E_n))}{e^{\frac{E_m-E_n}{k}_T}-1} \tag{7.3.20}$$

E, ainda, assumindo a hipótese dos quanta de energia de Planck, expressa pelas equações (7.1.2a-b) vemos que,

$$u(\nu,T)=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \tag{7.3.21}$$

que é a lei da radiação de Planck, como queríamos demonstrar.

7.4 A entropia dos osciladores de Planck

Retornemos agora para a análise do texto do artigo de Einstein intitulado *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz* e vamos deduzir, assim como feito por Wien e Einstein, por uma questão de completude, a expressão matemática para a entropia da radiação.

Partindo do Princípio de Boltzmann, vamos considerar que a entropia da radiação para dois estados S_0 e S e a probabilidade relativa[15] $\widetilde{W}$, é dada por:

[15] Note que esta probabilidade relativa consiste apenas da probabilidade de transição entre os dois estados de entropia S_0 e S, sob a evolução temporal do sistema. Saliente-se ainda que os dois estados não são necessariamente estados de equilíbrio, mas poderiam ainda incluir estados de não-equilíbrio momentaneamente. De acordo com o exposto por Einstein, estes estados de não-equilíbrio, alcançados pela flutuação de quaisquer outros estados de equilíbrio, também poderiam ainda ser descritos pelos mesmo meios que os estados de equilíbrio. Einstein considera que a entropia de um desses estados de não-equilíbrio concordaria com a entropia de um estado de equilíbrio correspondente. Para ver isto, basta compararmos a entropia calculada a partir do princípio de Boltzmann para um estado de não-equilíbrio e a entropia do estado de equilíbrio correspondente por meio da fórmula de equilíbrio de Clausius:

$$S-S_0=\int\frac{dQ_t}{T}$$

onde Q_t é o calor transferido para um sistema termodinâmico de equilíbrio durante um processo reversível.

Ademais, no seu artigo de 1909 intitulado *Sobre o estado presente do problema da radiação*, o senhor Einstein comenta que:

$$S - S_0 = k \ln \widetilde{W} \tag{7.4.1}$$

Consideremos então que inicialmente a radiação está contida em um volume V_0, em um espaço isotrópico de pontos moveis, não interagentes. E que decorrido certo tempo, a radiação se encontra no mesmo espaço isotrópico, mas agora confinada em um volume V. Dessa forma, associando os estados dados por S_0 e S aos volumes V_0 e V, temos que a probabilidade de transição $\widetilde{W}$, descrita anteriormente, é expressa por:

$$\widetilde{W} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^n \tag{7.4.2}$$

Daí, usando a expressão (7.4.2) em (7.4.1), temos que:

$$S - S_0 = kn \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + constante \tag{7.4.3}$$

Considerando ainda que a densidade espectral de entropia é expressa por:

$$\frac{S}{V} = \int \sigma(\nu)\ d\nu \tag{7.4.4}$$

E, recordando a equação (6.2.22), podemos escrever a expressão para a variação da densidade espectral de entropia em relação a densidade espectral de energia radiante a volume constante para um sistema em equilíbrio termodinâmico, na forma:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial W}\right)_V = \frac{d\sigma(\nu)}{du(\nu)} = \frac{1}{T} \tag{7.4.5}$$

Embora a relação indicada entre S e W só seja válida quando a probabilidade da complexão é definida da maneira indicada, ou de maneira equivalente, nem o senhor Boltzmann, nem o senhor Planck definiram a probabilidade de uma complexão. Porém, o senhor Boltzmann reconheceu claramente que a imagem molecular-teórica por ele escolhida lhe prescrevia, de uma maneira bem determinada, a escola particular das complexões; ele apresentou isso nas páginas 404 e 405 do seu trabalho que apareceu Wiener Sitzungs-berichten do ano 1877, Über die Beziehung.... Também o senhor Planck não teria a liberdade na escolha das complexões na teoria dos ressonadores da radiação. Ele apenas poderia ter postulado o par de equações

$$S = \frac{R}{N} \ln \widetilde{W}$$

e

$$\widetilde{W} = número\ de\ complexões$$

Se ele tivesse acrescentado a condição de que as complexões precisariam ter sido escolhidas de tal maneira que, no modelo teórico escolhido por ele, elas resultassem ser igualmente prováveis com base em considerações estatísticas. Dessa forma, ele teria chegado na fórmula defendida por Jean(EINSTEIN, 2005).

Para o limite de altas frequências ($\nu \gg 1$) e baixa densidade de energia, a densidade espectral de energia é dada pela Lei de Deslocamento Espectral de Wien, que obtivemos na *Seção 6.3*, e que também pode ser escrita na forma:

$$u = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\ e^{-\frac{h\nu}{kT}} \tag{7.4.6}$$

Aplicando a função logaritmo na equação acima, isolando o termo a temperatura e comparando com a equação (7.4.5), vemos que:

$$\frac{d}{du}\big(\sigma(\nu)\big) = \frac{k}{h\nu}\ln\frac{8\pi h\nu^3}{uc^3} \tag{7.4.7}$$

A partir daí, integrando, notamos que:

$$\sigma(\nu) = -\frac{ku}{h\nu}\left(\ln\frac{c^3u}{8\pi h\nu^3} - 1\right) \tag{7.4.8}$$

Portanto, recordando que inicialmente toda a radiação em um pequeno intervalo espectral $\Delta\nu$ está contido em um volume V_0, e usando (7.4.8) em (7.4.4), depreendemos que:

$$S_0 = V_0\int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu}\frac{ku}{h\nu}\left(1 - \ln\frac{c^3u}{8\pi h\nu^3}\right)d\nu \tag{7.4.9}$$

Daí, integrando, vemos que,

$$S_0 = \frac{kW}{h\nu}\left(1 - \ln\frac{c^3W}{8\pi h\nu^3\Delta\nu V_0}\right) + constante = \frac{kW}{h\nu}\ \ln V_0 \tag{7.4.10}$$

Daí então podemos escrever a variação da entropia considerando um estado de entropia S no qual toda a radiação está contida em um volume V:

$$S - S_0 = \frac{kW}{h\nu}\ \ln\frac{V}{V_0} \tag{7.4.11}$$

Einstein comparou as equações (7.4.3) e (7.4.11) e concluiu que a radiação eletromagnética emitida pelo corpo negro se comportava como um gás ideal de N partículas. Algum tempo depois, Einstein expressou seus sentimentos acerca do estado da física nesse período dizendo: "*Era como se o chão tivesse sido removido do chão, sem uma base sólida sobre a qual construir para ser vista em qualquer lugar*" (EINSTEIN, 1917).

7.5 Unidades Naturais do Universo

Para resolver os problemas do cotidiano, isto é, do macrocosmo em que estamos inseridos, é natural que façamos uso das grandezas do sistema MKS, isto é, aquele em que as unidades fundamentais para comprimento, massa e tempo são, respectivamente, o metro (m), o quilograma (kg) e o segundo (s).

Entretanto, quando se trata do microcosmos, em que os fenômenos quânticos se tornam relevantes e lidamos com sistemas físicos de dimensões muito reduzidas, precisamos introduzir unidades de medida mais adequadas a descrição dos processos físicos. Dessa maneira, precisamos encontrar unidades que sejam naturais à caracterização desses sistemas.

Ao longo deste capítulo aprendemos que Planck, descobriu uma nova constante fundamental na natureza h e que esta findou por ser batizada com o seu nome. Na teoria da relatividade, Einstein postula que a velocidade da luz c é constante em todos os referenciais inerciais e, como nos sistemas atômicos, medimos energia em unidades de elétron-Volt (eV), podemos considerar uma quantidade física arbitrária Q com dimensões de comprimento, massa e tempo, em termos das constantes, c, h e eV. Para isso, vamos considerar inicialmente que Q pode ser escrito na forma:

$$[Q] = [m]^a[kg]^b[s]^c \tag{7.5.1}$$

Assim sendo, em termos das constantes fundamentais c, h e eV, temos:

$$[Q] = [c]^m[h]^n[eV]^p \tag{7.5.2}$$

Mas sabemos que a constante de Planck, a velocidade da luz c, e um elétron-volt são parâmetros dados em termos de unidades de massa (M), comprimento (L) e tempo (T), de forma tal que:

$$\begin{aligned} [h] &= \left[\frac{L^2M}{T}\right] \\ [c] &= \left[\frac{L}{T}\right] \\ [eV] &= \left[\frac{L^2M}{T^2}\right] \end{aligned} \tag{7.5.3}$$

Se dividirmos [h] por [eV] encontramos então [T]. E dividindo [eV] pelo quadrado de [c] encontramos [M]. Ainda, dividindo [c] e [h] por [eV] encontramos [L]. Assim, usando isso na expressão de [Q], temos que,

$$\begin{aligned} m &= b - 2a \\ n &= b + c \\ p &= a - b - c \end{aligned} \tag{7.5.4}$$

Ou, escrevendo em termos de m, n e p, vemos que,

$$\begin{aligned} a &= n + p \\ b &= m + 2n + 2p \\ c &= -m - n - 2p \end{aligned} \tag{7.5.5}$$

Por exemplo, podemos escrever, no sistema cgs:

$$\begin{aligned} [cm] &= \frac{[c][h]}{[eV]} \\ [g] &= \frac{[eV]}{[c^2]} \\ [s] &= \frac{[h]}{[eV]} \end{aligned} \tag{7.5.6}$$

Dessa forma, podemos escrever qualquer quantidade física [Q] do macrocosmo em termos das unidades do microcosmos ou vice-versa, o que mostra que as grandezas do universo como um todo pode ser quantizáveis.

7.5.1 Unidades de Planck

As constantes c e h constituem duas entidades universais da natureza. No entanto, eV não. Considerando a interação gravitacional entre os corpos, pode-se levar em conta outra constante física universal, a constante G de Newton, que é obtida por meio da Lei da Gravitação:

$$F = -G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{7.5.1.1}$$

sendo a constante de Newton, expressa por:

$$G = 6{,}67408 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$$

De onde, vemos que:

$$[G] = \frac{[L]^3}{[M][T]^2} \qquad (7.5.1.)$$

Essas três unidades, c, $\hbar$ e G são chamadas de unidades de Planck. Por meio de combinações delas podemos escrever quantidades com dimensão de massa, comprimento e tempo.

7.5.2 Escalas de Planck

O limite imposto pelas escalas de Planck constitui um mistério ainda sem solução para a comunidade científica. De acordo com (SHIVNI, 2016):

> Os físicos não sabem o que realmente acontece na escala de Planck, mas podem especular. Alguns físicos teóricos das partículas preveem todas as quatro forças fundamentais - gravidade, força fraca, eletromagnetismo e força forte - finalmente se fundem em uma única força nessa escala de energia. Gravidade quântica e supercordas também são possíveis fenômenos que podem dominar na escala de energia de Planck. A escala de Planck é o limite universal, além do qual as leis da física atualmente conhecidas quebram. Para compreender algo além disso, precisamos de uma física nova e inquebrável (SHIVNI, 2016)

Usando, as unidades naturais e o sistema CGS, obtemos que:

$$[G] = \frac{[eV]^2}{[c].[h]}.\frac{[cm]^2}{[g]^2} = \frac{[eV]^2}{[c].[h]}.\frac{\frac{[c]^2[h]^2}{[eV]^2}}{\frac{[eV]^2}{[c]^4}} = \frac{[c]^5[h]}{[eV]^2} \qquad (7.5.2.1)$$

Assim, vemos que $[eV] = \frac{[c]^{\frac{5}{2}}[h]^{\frac{1}{2}}}{[G]^{\frac{1}{2}}}$. Há cem anos Max Planck apresentou suas famosas unidades de massa, comprimento e tempo (SIVARAM, 2007). As unidades de Planck aparecem em muitos ramos da física, como a astrofísica, a cosmologia, e a teoria quântica, constituindo assim um conteúdo de relevante importância na aprendizagem da física moderna.

$$m_{Planck} = \frac{eV}{c^2} = \frac{c^{5/2}h^{\frac{1}{2}}}{G^{1/2}c^2} = \sqrt{\frac{hc}{G}} = 2{,}2 \times 10^{-5} gm$$

$$l_{Planck} = \frac{hc}{eV} = \frac{hcG^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{5}{2}}h^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} = 1{,}6 \times 10^{-33} cm \qquad (7.5.2.2)$$

$$t_{Planck} = \frac{h}{eV} = \frac{hG^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{5}{2}}h^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} = 5 \times 10^{-44} s$$

Para se ter uma ideia da grandeza do comprimento de Planck, por exemplo, podemos compará-lo com o tamanho de um átomo, cuja ordem de grandeza já é 10^5 vezes menor do que qualquer coisa que possamos ver a olho nu (um tamanho de átomo é de 0,0000000001 metros). Considere, por exemplo, que tenhamos medido o raio de um átomo de hidrogênio (cerca de 53 pm). Podemos colocar essa medida em termos do comprimento de Planck, de tal maneira a obtermos $r_H = 3{,}3125 \times 10^{25} l_{planck}$. Dessa maneira, considerando que essa medida tenha sido realizada à taxa de um comprimento de Planck por segundo, medir o diâmetro atômico levaria um tempo equivalente a cerca de $7{,}67 \times 10^6$ vezes a idade atual do universo[16] (SHIVNI, 2016).

Note ainda que as equações acima envolvem apenas, h, c e G e não apresentam qualquer dependência com as propriedades de qualquer sistema físico particular como o elétron ou o próton.

[16] Para fazer esta estimativa levamos em conta que a idade do universo é de cerca de 13,7 bilhões e anos, isto é, equivale a $13{,}7 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 4{,}320432 \times 10^{17} s$.

8 DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA

8.1 Introdução

A descoberta dos raios X no final do século XVII e a descoberta dos primeiros elementos radioativos no final do século XIX, constituíram um episódio bastante significativo na história da ciência e inspiraram uma série de pesquisas científicas que buscavam uma compreensão mais profunda sobre a estrutura e a composição do átomo.

Nesse período havia um grande interesse entre os físicos em compreender as origens das propriedades de fluorescência e fosforescência de muitas substâncias que continham o urânio. Algumas razões justificavam isso, uma se devia ao fato de que estas substâncias apresentavam fluorescência excepcionalmente forte, outra, por sua vez, baseava-se na possibilidade de que no processo de absorção e emissão de luz na fosforescência e fluorescência ocorresse uma violação à Lei de Stokes[17] (CARUSO & OGURI, 2015).

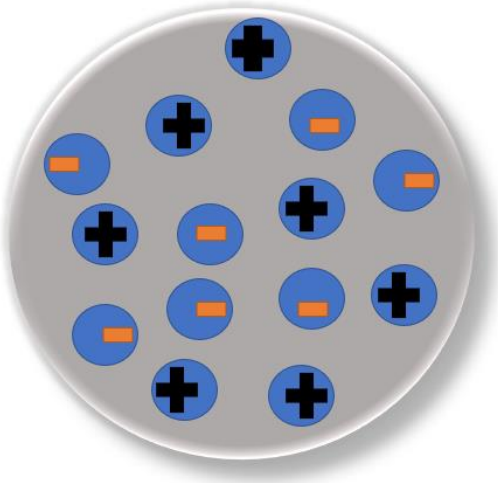
Além disso, Henry Becquerel (1852-1908), Friedrich Giesel (1852-1927), assim como o casal Curie, Wilhelm Wien e muitos outros cientistas importantes dessa época demonstraram experimentalmente analisando os desvios sofridos por raios beta devido a variação de campos magnéticos que esse tipo de radiação é composto por elétrons de altas energias (PEDUZZI, 2005).

Em 1900, o físico francês Paul Villard (1860-1934) verificou ainda que o urânio emite uma radiação que não é defletida por um campo magnético. Tratava-se da radiação gama (MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005).

[17] Em 1854, na universidade de Cambridge, o físico e matemático George G. Stokes (1819-1903) observando em seu laboratório a diferença de cor e intensidade de luz incidente e refletida em amostras de fluorita verde, identificou um fenômeno comum que chamou de reflexão dispersiva, no qual os comprimentos de onda da luz dispersa são sempre maiores que o comprimento de onda luz original, resultado este que ficou conhecido como Lei de Stokes. Além disso, propôs pela primeira vez na história a utilização da fluorescência com fins analíticos, por meio do estabelecimento da relação entre a concentração do soluto e a intensidade da fluorescência (VALEUR, BERBERAN-SANTOS, 2011).

Nessa época, a comunidade científica adotava como modelo explicativo para a estrutura do átomo, o modelo de Thomson conhecido como modelo do *pudim de ameixas,* como é mostrado na Figura 9 a seguir.

Figura 9 - Modelo do Pudim de Passas de Thomson



Fonte: Autor

Nesse modelo, o átomo era considerado como uma distribuição esférica hipotética de cargas positivas, embebida por uma grande quantidade cargas pontuais negativas (CARUSO & OGURI, 2015).

De acordo com a tese de Thomson, as cargas positivas deveriam prover a força atrativa e manter os elétrons confinados, formando configurações de equilíbrio dinâmico na esfera de cargas. No entanto, esse modelo padecia do problema da instabilidade mecânica, tendo em vista que, na medida em que se consideravam átomos mais complexos, isto é, com mais elétrons, tornava-se cada vez mais difícil obter as configurações de equilíbrio(CARUSO, OGURI, 2015).

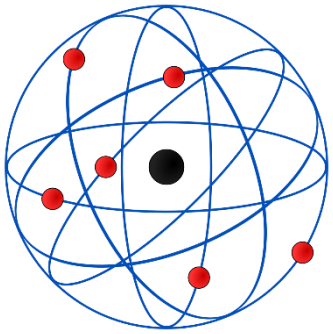
Nesse mesmo período, William Bragg demonstrou a partir da ionização de gases que os raios gama constituíam-se de ondas eletromagnéticas. Os experimentos de espalhamento de emissões radioativas do urânio em alvos delgados realizados pelo físico neozelandês Ernest Rutherford (1871-1937) e seus colaboradores em Cambridge promoveram a descoberta das radiações alfa e beta e a identificação da natureza da radioatividade, assim como a teoria da transmutação dos elementos (CARUSO, OGURI, 2015; MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005; STRATHERN, 1999).

As descobertas de Rutherford e seus colaboradores a partir da análise de uma série de espalhamentos de partículas alfa por átomos de ouro levaram à construção de um modelo teórico para o átomo (PEDUZZI, 2005). Esse modelo ficou conhecido como modelo atômico de Rutherford.

A tese defendida por Rutherford se enquadrava no que os físicos viriam denominar mais tarde de modelo planetário para o átomo, tendo em vista que, de acordo com os resultados obtidos por ele e por seus colaboradores, o núcleo constituía-se de uma estrutura rígida de carga positiva imersa em um imenso espaço vazio no qual os elétrons, com uma massa muito menor do que a dos prótons, apresentavam órbitas circulares devido a interação eletromagnética entre essas duas partículas elementares (PEDUZZI, 2005).

Na Figura 10, a seguir, é mostrado o modelo planetário de Rutherford.

Figura 10 - Modelo de Rutherford



Fonte: Imagem de domínio público CC BY-NC

No entanto, já se sabia àquela época por meio do teorema de Larmor[18] que cargas aceleradas em movimento curvilíneo emitiam radiação eletromagnética, de maneira que tanto o modelo de Thomson como o de Rutherford apresentavam essa

[18] O teorema de Larmor constitui um dos resultados mais importantes da teoria eletromagnética(PARENTE et al, 2013). O conteúdo físico desse teorema constituiu a principal causa dos problemas da teoria do espalhamento de Rutherford. A fórmula de Larmor tem origem na equação do fluxo eletromagnético, sendo expressa por:

$$P(t_r) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q^2 a(t_r)^2}{c^3}$$

onde P é a potência irradiada, ou seja, a energia por unidade de tempo, q é a carga, c é a velocidade da luz, a é a aceleração no instante retardado, conforme mostrado por (GRIFFITHS, 1999).

falha teórica. A estabilidade dos sistemas atômicos passou a partir daí a constituir um assunto de grande interesse entre os cientistas.

Afinal, de acordo com o modelo de Rutherford, como poderiam ser estáveis as orbitas dos elétrons ao redor do átomo se a cada período de orbita completa parte da energia dos elétrons é emitida na forma de ondas eletromagnéticas? (PEDUZZI, 2005)

No capítulo anterior discutimos como Planck sugeriu a hipótese da quantização da energia através do estudo da radiação do corpo negro e como Einstein generalizou esta hipótese propondo um retorno à teoria corpuscular da luz. Neste capítulo, vamos apresentar a teoria atômica de Bohr, que responde o questionamento anterior, e discutir a hipótese de de Broglie da dualidade onda-partícula, que constituiu no início do século passado um dos mais belos paradoxos teóricos de toda a ciência.

8.2 Átomo de Bohr

Em julho e setembro de 1913, o jovem físico dinamarquês Niels Bohr, apresenta em dois artigos publicados na revista *Philosophical Magazine and Journal of Science*, a sua intrigante teoria atômica. Bohr fundamenta as suas ideias em dois postulados, que podem ser enunciados da seguinte maneira:

Primeiro: nos sistemas atômicos, elétrons não podem viajar em caminhos arbitrários ao redor do núcleo, somente em uma série de orbitas periódicas, estáveis e concêntricas, chamadas de estados estacionários, sendo os seus movimentos adequadamente descritos por meio da mecânica clássica, mas as transições entre dois estados não podem ser explicadas usando os fundamentos clássicos.

Segundo: as transições entre os diferentes estados estacionários produzem a emissão de radiação eletromagnética de uma única frequência, v, que é dada pela diferença de energia entre dois estados estacionários, dividido pela constante de Planck.

8.2.1 À la Bohr

A teoria de Bohr constituiu um divisor de águas para a compreensão humana das propriedades da matéria e da radiação. Nos seus trabalhos intitulados "*Sobre a constituição de átomos e moléculas*", Partes I e II, Bohr explica o espectro de emissão

do átomo de hidrogênio por meio da aplicação das ideias de Planck e Einstein na teoria atômica de Rutherford (CARUSO & OGURI, 2015; MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005; STRATHERN, 1999, PARENTE et al, 2013).

Consideremos então que um elétron de carga $-e$ apresenta uma orbita circular ao redor do núcleo atômico fixo de carga Ze e com uma massa muito maior do que a massa do elétron. A interação entre as cargas é de natureza coulombiana, então, considerando apenas estados estacionários,

$$\sum F_i = \frac{mv^2}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = 0 \qquad (8.2.1)$$

De forma que podemos escrever,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \qquad (8.2.2)$$

Atentamos aqui para o fato de que, na equação (8.2.1), m é a massa, v é a velocidade, Z é o número de prótons presente no núcleo e r o raio da orbita do elétron.

Recordando que, a energia total E desse sistema é dada por:

$$E = E_K + E_P = \frac{mv^2}{2} + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right) \qquad (8.2.3)$$

Usando (8.2.2) em (8.2.3), podemos escrever ainda que,

$$E = E_K + E_P = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right) = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} \qquad (8.2.4)$$

Ressalte-se ainda que o sinal negativo no termo da energia potencial acima advém da interação eletrodinâmica atrativa entre as cargas opostas (PARENTE et al, 2013).

Perceba ainda que a energia total do átomo é equivalente em módulo à metade da sua energia potencial . Dessa maneira, conforme apontado por Parente et al (2013) e Haendler (1982), de acordo com a equação (8.2.4), a energia mínima E_0 que deve ser fornecida para um elétron para removê-lo do átomo de hidrogênio é dada por:

$$E_0 = +\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} \qquad (8.2.5)$$

Não obstante, de acordo com Parente et al (2013), um resultado importante da mecânica clássica para o movimento circular, se refere a conexão entre a velocidade linear e a frequência de revolução do elétron:

$$v = 2\pi f r \tag{8.2.6}$$

Seguindo adiante, note ainda que, sendo U a energia potencial do elétron,

$$r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{U} \tag{8.2.7}$$

Como E_0 também é numericamente igual a energia cinética E do elétron e $U = 2E$, vemos que,

$$r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{2E} \tag{8.2.8}$$

Assim, usando (8.2.8) na equação clássica da energia cinética, e isolando a frequência, podemos escrever,

$$f = \frac{2^{\frac{5}{2}}\varepsilon_0\sqrt{E^3}}{\sqrt{m}Ze^2} \tag{8.2.9}$$

Bohr prossegue tomando como ponto de partida então a fórmula empírica de J. J. Balmer, notadamente conhecida por reproduzir as linhas de emissão espectrais conhecidas do átomo de hidrogênio, que pode ser expressa na forma (PARENTE et al, 2013; BASTOS FILHO, 2003):

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{8.2.10}$$

Em que, λ é o comprimento de onda de emissão, n é um inteiro maior que 2 e $R_H = 1{,}0973731568508(65) \times 10^{-7} m^{-1}$ é a constante de Rydberg.

No entanto, como Bohr conhecia as limitações da eletrodinâmica clássica no que concerne à obtenção de um modelo explicativo para o átomo advindas da inadequação ao teorema de Larmor, decidiu trazer à baila o quantum de ação de Planck (BASTOS FILHO, 2003; CARUSO & OGURI, 2015; HAENDLER, 1982; MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005; PARENTE, 2013; STRATHERN, 1999). Interpretando a fórmula de Balmer à luz da hipótese de Planck, Bohr assume que o átomo emite energia da mesma maneira que os osciladores das paredes de uma cavidade, ou seja, em quantidades discretas(BOHR, 1999) e reescreve:

$$\nu_{n,2} = cR_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{8.2.11}$$

8.2.2 Hipótese de Bohr

Bohr estabelece então que a relação entre a frequência de revolução do elétron em torno do núcleo e a frequência da radiação emitida é expressa por:

$$\nu = \frac{f}{2} \tag{8.2.12}$$

o que, de acordo com Bohr, constituía um argumento completamente artificial, e de fato, era. No entanto, Bohr reconhecia a importância da espectroscopia atômica e sabia que sem o uso da fórmula de Balmer para as linhas espectrais seria incapaz de construir uma teoria bem sucedida (HEANDLER, 1982; STACHEL, 2009; JAMMER, 1966).

Usando a equação (8.2.13) na equação (7.2.1), podemos escrever,

$$E = \frac{nhf}{2} \tag{8.2.13}$$

Dessa maneira, utilizando a equação (8.2.9) na equação acima, e tomando como E a energia de um estado estacionário, verificamos que,

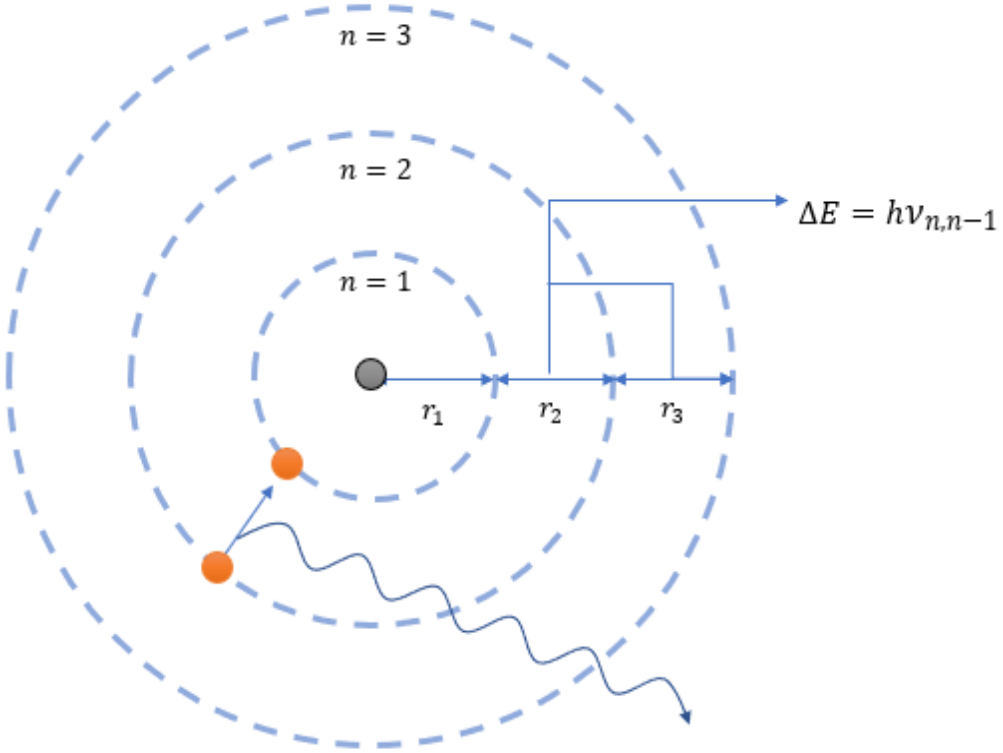
$$E = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} \tag{8.2.14}$$

Isto é, a energia E é uma função de n e podemos escrever $E = E(n)$. Ainda, usando a equação acima na expressão da energia potencial apresentada em (8.2.3), temos que, o raio das orbitas dos elétrons é dado por:

$$r = r(n) = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi me^2 Z}n^2 \tag{8.2.15}$$

Por meio deste resultado, Bohr descreveu o processo de emissão de um fóton no átomo de hidrogênio como um evento decorrente da transição entre estados estacionários. Na Figura 11 a seguir, apresentamos um esquema de emissão de um fóton de acordo com o modelo de Bohr.

Figura 11 - Representação simples da emissão de um fóton na transição de um estado estacionário n =2 para um estado estacionário n=1.



Fonte: Autor.

O que constitui um resultado bastante significativo além de completamente inesperado e inconsistente com resultados de sistemas que teríamos a presunção inicial de considerar análogos no mundo clássico, como um satélite orbitando um planeta qualquer, por exemplo (HAENDLER,1982).

Tomemos como exemplo um sistema quase perfeitamente análogo. Desconsiderando a excentricidade da orbita da Terra, nosso pequeno ponto azul na imensidão do cosmos, executa um movimento periódico ao redor do Sol, de maneira tal que o raio de sua órbita (se considerarmos um movimento puramente circular) depende da energia que lhe é fornecida, podendo assumir qualquer valor numa faixa continua (BASTOS FILHO, 2003; EHRENFEST, 1911, *apud* EHRRENFEST, 1913; JAMMER, 1966).

No entanto, de acordo com a hipótese de Bohr, os elétrons só podem ocupar certas orbitas de raios discretos em torno do núcleo atômico. Tomando $n = 1$ e $Z = 1$, temos que,

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \qquad (8.2.16)$$

recordando ainda que $m = m_e$ é a massa do elétron, como todas as quantidades acima são constantes, o valor teórico do raio da primeira orbita permitida é constante, recebendo então a denominação de raio de Bohr. Assim, podemos escrever, os raios das orbitas permitidas na forma,

$$r_n = r_1 \frac{n^2}{Z} \qquad (8.2.17)$$

8.2.3 Condição de frequência de Einstein-Bohr

Dessa maneira, a cada orbita está associada uma energia permitida. Bohr postula que na transição entre dois estados estacionários de energia demanda a absorção ou emissão de energia, utilizando a relação de Planck-Einstein para explicar esses processos. De acordo com Bohr, a energia decorrente da transição entre dois estados estacionários s e p é expressa por:

$$E_s - E_p = h\upsilon_{s,p} \qquad (8.2.18)$$

Essa condição ficou conhecida como condição de frequência de Einstein-Bohr, residindo nela a quebra entre física atômica e a eletrodinâmica clássica. Apesar de ser amplamente aceita atualmente a ideia de que a energia emitida nos processos de transição sejam fótons e ainda que reconhecesse a utilidade do conceito de fóton na compreensão do efeito fotoelétrico, de acordo com Stachel (2009), o próprio Bohr era cético em relação a isto. Assim sendo, ele preferiu pensar na radiação emitida como uma onda. A razão histórica disso está diretamente ligada ao fato de que Bohr acreditava que a possível natureza da corpuscular da luz seria irreconciliável com os fenômenos de interferência e difração (STACHEL, 2009). Dessa maneira, ele pretendia analisar a natureza da radiação a partir de suas propriedades ondulatórias, o que era essencial para a aplicação do seu princípio de correspondência, como veremos nas seções seguintes(STACHEL, 2009; BOKULICH, 2014).

Devido a isso, devemos ter cuidado ao utilizar o conceito de fóton[19] para discutir as primeiras ideias de Bohr. Todavia, ainda, o conceito de fóton pode ser muito útil para a compreensão do princípio de correspondência.

Assim, usando a equação (8.2.14) na equação acima, temos que,

$$E_s - E_p = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{s^2} - \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{p^2} = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{p^2}\right] = h\upsilon_{s,p} \qquad (8.2.19)$$

Comparando a equação acima com a equação (8.2.11), percebemos que, para qualquer que seja o átomo,

$$R = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^3} \qquad (8.2.20)$$

isto é, o valor teórico da constante de Rydberg, escrito em termos da massa e da carga do elétron e da constante de Planck é muito próximo do valor empírico, apresentando para o átomo de hidrogênio um desvio inferior a 5%, o que constituiu um resultado que impressionou muito a comunidade científica da época e se tornou o grande sucesso da teoria de Bohr (BASTOS FILHO, 2003; PARENTE et al.,2013).

Não obstante, como vimos anteriormente, partindo de fundamentos clássicos, a frequência de revolução do elétron em torno do núcleo é dada pela equação:

$$\upsilon = \frac{v}{2\pi r} \qquad (8.2.21)$$

onde r é o raio da orbita e v é a velocidade média do elétron.

8.2.4 A quantização do momento angular

No entanto, utilizando a relação de Planck-Einstein a hipótese Bohr, temos que, entre dois estacionários n e $n-1$:

$$\Delta E = E_n - E_{n-1} = \frac{hv}{4\pi r} \qquad (8.2.22)$$

em que n é inteiro. Todavia, sabemos também que, partindo de fundamentos clássicos, o momento angular do elétron L é dado por:

$$\vec{\mathrm{L}} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad (8.2.23)$$

[19] De acordo com Stachel (2009), Bohr somente ganhou confiança para adotar o conceito de fóton na sua teoria atômica, a partir da análise dos resultados dos experimentos de Bothe-Geiger e Compton-Simon.

em que $\vec{r}$ é a posição e $\vec{p} = m\vec{v}$ o momento linear do elétron. Assim sendo, obtém-se,

$$\vec{\mathrm{L}} = \vec{r} \times m\vec{v} \tag{8.2.24}$$

Dessa maneira, tomando o módulo do momento angular temos que,

$$L = rmvsin\theta \tag{8.2.25}$$

onde θ é o ângulo formado entre o vetor $\vec{r}$ e o vetor $\vec{v}$. No entanto, considerando que $\vec{r}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares, reorganizando os termos, podemos considerar simplesmente $L = rmv$. Ainda, recordando das equações (8.2.3) e (8.2.4) que a energia cinética do elétron é equivalente a energia total do sistema podemos escrever,

$$\Delta E = E_{K_n} - E_{K_{n-1}} = \frac{L_n}{2r}v - \frac{L_{n-1}}{2r}v = \frac{\Delta \mathrm{L}}{2r}v \tag{8.2.26}$$

onde ΔL é a variação do momento angular decorrente da transição de dois estados estacionários.

Assim sendo, usando (8.2.22) e (8.2.26), podemos escrever,

$$\Delta L = \frac{h}{2\pi} \tag{8.2.27}$$

Dessa maneira, de acordo com as hipóteses de Bohr, podemos ainda concluir que, em termos de s, $L_s = L(s) = n\hbar$, para todo n inteiro. Ou seja, o momento angular na escala atômica é quantizado (PARENTE, 2013; BASTOS FILHO,2003; SALES & SUZUKI, 2014; EHRENFEST, 1913; HEANDLER, 1982, JAMMER, 1966).

8.2.5 O Princípio da Correspondência

O princípio de correspondência constitui um assunto que até hoje é alvo de debate entre os físicos do mundo todo (HOD, 1998; BOKULICH, 2010; BOISSEAU, 2001; MILLER, 2016; KRAJEWSKI, 2012). Para compreender o seu arcabouço teórico vamos imaginar que o átomo pode ser descrito por um modelo simplificado em que um elétron executa um movimento periódico unidimensional cuja posição varia no tempo com uma frequência fundamental ω, sendo uma função dada por $r = r(t)$, que é solução da equação de Newton para o movimento. Assim, usando a série de Fourier, podemos escrever a posição r na forma:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{n} k_i \cos i\omega t \tag{8.2.27}$$

em que cada um dos termos na soma acima constitui um harmônico. O segundo postulado de Bohr estabelece que quando o elétron salta de um estado estacionário n para outro estado $n-1$ ocorre um processo de emissão de energia dado pela condição de frequência de Einstein-Bohr, expresso pela equação $E = h\upsilon_{n,n-1}$, ou seja, apenas a frequência de um harmônico é emitida em vez de todas as frequências juntas.

De acordo com a teoria de Bohr, as linhas espectrais são obtidas pela transição de elétrons em diferentes estados estacionários em um ensemble de átomos (VAN VLECK, 1928; BOKULICH, 2014). Apesar dessas linhas apresentarem um padrão de regularidade, de acordo com Van Vleck (1928), somente são uniformemente espaçadas no limite de grandes números quânticos.

O princípio de correspondência pode ser definido como uma concordância estatística[20] assintótica entre a frequência da radiação emitida e a frequência no enésimo harmônico do movimento clássico dado pela equação (8.2.27) acima, que se mantém apenas no limite de grandes números quânticos (VAN VLECK, 1928; BOKULICH, 2014).

8.3 Um retorno à teoria corpuscular

Quase vinte anos após o ano miraculoso de Einstein, Louis de Broglie começou a fazer as suas primeiras comunicações acerca do paradoxo da dualidade onda-partícula na forma de uma série de artigos publicados entre 1923 e 1924. Segundo Louis De Broglie:

> [...] é demonstrável que, se o movimento das partículas materiais nas fontes de luz obedecesse às leis da mecânica clássica, seria impossível derivar a lei exata da radiação dos corpos negros, a lei de Planck. Portanto, deve-se presumir que a dinâmica tradicional, mesmo modificada pela teoria da relatividade de Einstein, é incapaz de explicar o movimento em uma escala muito pequena (DE BROGLIE, 1992)

As investigações de Planck lançaram dúvidas sobre a validade leis da mecânica em pequena escala. Ademais, do ponto de vista da mecânica clássica, uma partícula

[20] É importante notar que essa concordância é apenas estatística tendo em vista que de acordo com a ótica clássica todas as frequências são emitidas juntas, enquanto que, do ponto de vista quântico um único fóton é emitido com uma única frequência em qualquer que seja a transição entre dois estados estacionários, sendo assim necessário considerar um conjunto de átomos para que seja possível fazer comparações com o espectro clássico.

pode descrever uma trajetória fechada ou que volta para si mesma de muitas maneiras dependendo apenas das suas condições iniciais, de forma tal que os seus valores iniciais de energia formam uma sequência continua. No entanto, como vimos no capítulo anterior, o estudo do problema do corpo negro levou Planck a considerar que apenas certos movimentos são possíveis ou estáveis, os movimentos quantizados, tendo em vista que a energia somente pode assumir valores discretos (DE BROGLIE, 1992).

Dessa forma, a adoção da hipótese de Planck levou ao rompimento com as ideias que constituíam o alicerce das teorias clássicas da física, pois, uma vez que a luz é emitida como múltiplos do quantum de energia, apresenta então uma estrutura granular[21].

Nesse sentido, a interpretação de Einstein para o quantum de luz de Planck, em que é apresentada pela primeira vez na história da física o tratamento da radiação como uma estrutura granular, constituiu um retorno em seu âmago à antiga teoria corpuscular de Newton.

Entretanto, apesar dos avanços da teoria de Einstein e de sua confirmação experimental a partir do efeito fotoelétrico e do efeito Compton, se fazia ainda necessário adotar a teoria das ondas para explicar os fenômenos de difração e de interferência para luz, pois nem a teoria corpuscular sozinha dava conta da descrição dos fenômenos de interação da matéria com a radiação nem a teoria ondulatória explicava todos os fenômenos de propagação da radiação (DE BROGLIE, 1992).

8.4 O postulado de de Broglie

Nesse cenário enigmático em que os físicos confrontavam a necessidade paradoxal de assumir duas teorias contraditórias, Louis de Broglie apresentou a sua hipótese igualmente unificadora e paradoxal da natureza da radiação – a hipótese da dualidade onda-partícula.

Um aspecto revolucionário de sua teoria para os quanta de luz foi a consideração de que as equações da dinâmica relativística einsteiniana poderiam ser aplicadas para

[21] A primeira pessoa a se referir a estrutura granular da radiação foi Albert Einstein em seus celebres artigos de 1905, o que leva muitos cientistas a creditar a Einstein a proposição do paradoxo da dualidade onda-partícula e não a de Broglie.

a realidade dos quanta com o objetivo de conciliar esta realidade com a evidência experimental na qual se baseou a teoria ondulatória.

Na sua tese de doutoramento denominada *Sur la théorie des quanta* de Broglie considera a luz como um feixe de partículas reais, tratando-as como uma classe de partículas especiais e chamando-as ainda de átomos de luz[22]. Assim, de Broglie considera que esses átomos de luz apresentam uma velocidade muito próxima à velocidade da luz, de maneira que a sua energia total E poderia ser obtida por meio da equação relativística:

$$E = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \tag{8.4.1}$$

onde m_0 é a massa de repouso da partícula, $\beta = \frac{v}{c}$ é o fator de velocidade e c é a velocidade da luz. Considera ainda que o vetor momento dessa classe de partículas pode ser obtido por meio da expressão:

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{m_0 \vec{\boldsymbol{v}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{8.4.2}$$

Segundo de Broglie, para estabelecer um paralelismo entre os aspectos de onda e de partícula é necessário vincular os parâmetros frequência e velocidade de fase da teoria ondulatória aos parâmetros mecânicos, energia e momento linear. Não obstante, tomando apenas os valores próximos de c para a velocidade das partículas de luz, de Broglie utiliza as relações $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$. Dessa forma, considerando que os fótons[23] tem massa de repouso nula, podemos escrever a relação:

$$E = pc \tag{8.4.3}$$

Utilizando a equação (7.1.2a) na equação (8.4.3) para o caso de uma única partícula ($n = 1$), vemos que:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = pc \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} \tag{8.4.4}$$

[22] De Broglie foi a primeira pessoa a propor que os átomos de luz possuem uma massa de repouso finita.
[23] O termo fóton foi concebido pelo cientista britânico Gilbert Lewis em 1926 para descrever a partícula cuja energia é o quantum de luz proposto por Planck e Einstein nas décadas anteriores.

Escrevendo ainda a equação acima em termos de um vetor de onda arbitrário $\vec{k}$, temos que,

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \qquad (8.4.5)$$

No discurso que proferiu pela premiação do Nobel de 1929, de Broglie salienta que,

> [...] para descrever as propriedades da matéria, bem como as da luz, as ondas e os corpúsculos devem ser referidos ao mesmo tempo. O elétron não pode mais ser concebido como um único grânulo de eletricidade; deve estar associado a uma onda e essa onda não é mito; seu comprimento de onda pode ser medido e suas interferências preditas. [...] foi possível prever todo um grupo de fenômenos sem que eles tenham sido descobertos (DE BROGLIE, 1929, p. 2-4).

Dessa maneira, o paradoxo da dualidade onda-partícula na Natureza constituiu o construto teórico que, expresso de uma maneira mais ou menos abstrata, sedimentou todo o desenvolvimento da teoria quântica (DE BROGLIE, 1929).

A aplicação das ideias de Planck, Einstein, Bohr, de Broglie e muitos outros fundamentaram o que hoje chamamos de teoria quântica moderna, sendo um de seus resultados mais importantes a descoberta de que durante os processos elementares tanto a energia total quanto o momento das partículas devem ser conservados. E isto, por sua vez, constitui um retorno a teoria corpuscular da luz(CARUSO & OGURI, 2006). No entanto, isto não significa que a teoria ondulatória deve ser abandonada, uma vez que os fenômenos de interferência e difração, por exemplo, não podem ser explicados em toda a sua abrangência pela teoria corpuscular.

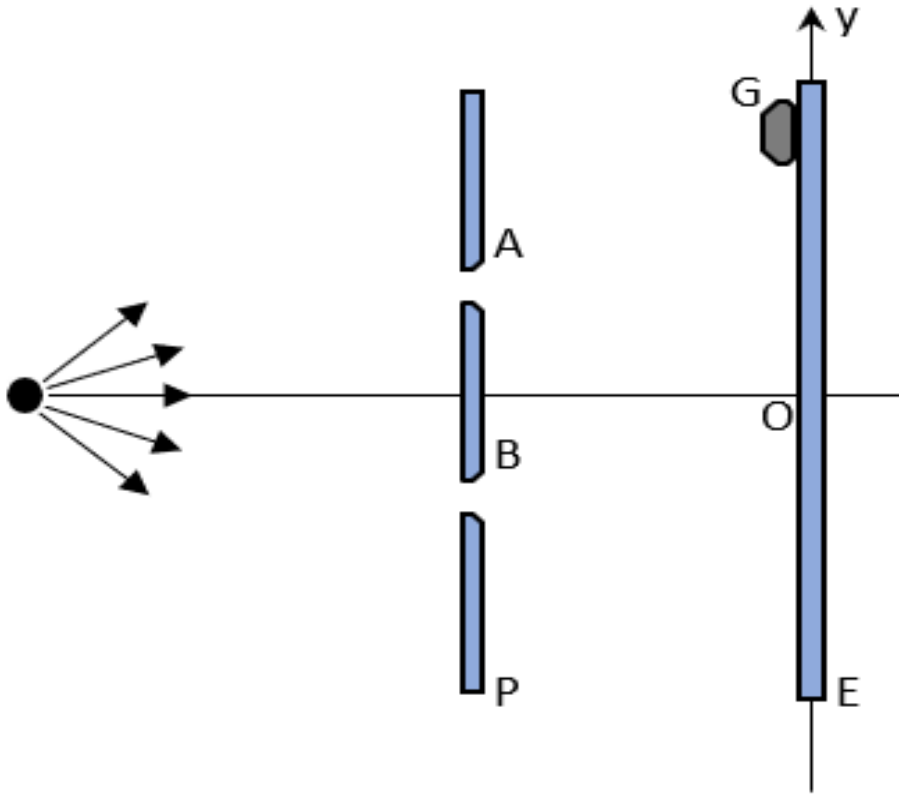
Historicamente, a existência de níveis discretos de energia, confirmando a hipótese de Bohr, foi demonstrada 1914 por meio do experimento de Franck e Hertz e a existência do aspecto ondulatório da luz, por meio do experimento de difração dos elétrons de Davisson e Germer em 1927, independentemente.

Mais do que isto, como veremos na próxima seção, a análise dos fenômenos acima citados, por meio do experimento de dupla fenda de Young, conduzirá à conclusão fundamental de que ambos os aspectos ondulatório e corpuscular a priori considerados irreconciliáveis, são, na verdade, inseparáveis.

8.5 Dualidade Onda-Partícula: versão fraca

Nesta seção vamos descrever o experimento de dupla de fenda de Young conforme o trabalho de (BASTOS FILHO, SIQUEIRA, 1993). Consideremos então um feixe de elétrons que atravessa o aparato experimental de Young, constituído por dois anteparos P e E, sendo o primeiro dotado de duas fendas A e B, e ainda por um detector de elétrons G (contador Geiger), conforme é mostrado na Figura 12 abaixo.

Figura 12 - Experiência da dupla fenda de Young com Elétrons



Fonte: Autor

Suponha que deixamos a fenda A aberta e obstruímos a fenda B. Acompanhando a formação do padrão no anteparo E, o contador Geiger então detecta cada elétron de maneira localizada. Experimentalmente, os pontos nos quais os elétrons são localizados em y se agrupam em bandas, formando um padrão de interferência. Considerando então o número de elétrons contados em cada posição y do segundo anteparo, obtemos a curva de probabilidade $P_A(y)$. De maneira análoga,

fazendo o procedimento inverso, isto é, deixando-se a fenda B aberta e obstruindo-se a fenda A, obtemos a curva de probabilidade $P_B(y)$.

Não obstante, deixando ambas as fendas abertas obtemos a curva de probabilidade $P_{AB}(y)$. Entretanto, esta curva de probabilidade não é equivalente à soma das anteriores, tendo em vista que estamos admitindo a não individualidade dos elétrons.

Isto é, não estamos considerando os elétrons como uma entidade localizada, mas como um ente que pode, por exemplo, passar parcialmente pela fenda A e parcialmente pela fenda B. Assim, faz-se mister salientar que, do ponto de vista experimental, mesmo que a formação do padrão fosse ponto a ponto, isto é, ainda que cada elétron incidisse por vez no segundo anteparo, a cada segundo, o padrão de interferência seria formado.

O que esse resultado então significa? Paul Dirac na sua obra *Principle of Quantum Mechanics*, nos responde que cada elétron interfere consigo mesmo. De maneira geral, o que se observa é a dualidade onda-partícula do elétron, tendo em vista que ele exibe uma característica puramente ondulatória, contemplada por meio do padrão de interferência e uma característica puramente corpuscular, a detecção pontual dos quanta (DIRAC, 1981).

Nesse sentido, em relação ao paradoxo da dualidade onda-partícula, o paradoxo consiste em admitir que aspectos contraditórios, um extenso no espaço-tempo e outro localizado, possam coexistir, ou ainda se excluírem mutuamente.

8.5.1 Conceitos Fundamentais

Como vimos nas seções anteriores, a aplicação da hipótese de de Broglie pode ser estendida para todas as partículas materiais. Todavia, para tal feito, dando continuidade às ideias de de Broglie, Schrödinger mostrou que podemos associar a cada partícula uma função de onda complexa $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ que define o seu estado quântico em uma posição $\vec{\boldsymbol{r}}$ em um instante de tempo t e contém toda a informação que é possível determinar sobre a partícula.

8.5.1.1 A densidade de Probabilidade

Em 1926, o físico alemão Max Born formulou a interpretação probabilística da função de onda, segundo a qual ela pode ser matematicamente interpretada como a amplitude de probabilidade de encontrar a partícula em uma posição dada por um vetor $\vec{\boldsymbol{r}}$ em um instante de tempo t, de maneira tal que considerando que a partícula pode ser encontrada em uma região de volume V, a densidade probabilidade $P(\vec{\boldsymbol{r}}, t)$ é expressa por:

$$dP(r,t) = K|\,\psi(\vec{\boldsymbol{r}},t)|^2 dV$$

onde K é a constante de normalização. Em 1954, Max Born foi agraciado com o Prêmio Nobel de Física por este feito revolucionário.

Assim sendo, os efeitos ondulatórios observados nos fenômenos que envolviam partículas materiais, como a interferência e a difração de elétrons, tem como causa precípua a superposição das ondas associadas aos elétrons emitidos (PESSOA JR, 2003).

8.5.1.2 A equação de Schrödinger

Podemos justificar a equação de Schrödinger de diversas maneiras distintas, entretanto, a contento nosso, vamos tomar a teoria ondulatória como ponto de partida, conforme demonstrado por Barde et al (2015) e Ward & Volkmer (2006), para derivá-la. Para tanto, consideremos, que a equação de onda tem a forma:

$$\psi(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = Ae^{i(k.r-\omega t)} \qquad (8.5.1.2.1)$$

Considerando somente uma das componentes da função de onda e diferenciando então duas vezes em relação ao espaço e duas vezes em relação tempo, verificamos que,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\big(\psi(x,t)\big) = -k^2\psi \qquad (8.5.1.2.2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\big(\psi(x,t)\big) = -i\omega\psi \qquad (8.5.1.2.3)$$

Mas usando (8.4.5) em (8.5.1.2.2) e (7.1.2a) em (8.5.1.2.3), notamos que,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{p^2}{2m}\psi \qquad (8.5.1.2.4)$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hbar\omega\psi = E\psi \qquad (8.5.1.2.5)$$

Dessa maneira, como a energia total desse sistema é expressa por:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x) \qquad (8.5.1.2.6)$$

Usando (8.5.1.2.4) e (8.5.1.2.5) em (8.5.1.2.6), temos que:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + V(x)\psi \qquad (8.5.1.2.7)$$

que é a famosa equação de Schrödinger dependente do tempo, uma equação diferencial linear e homogênea em ψ, cujas soluções formam a base do que chamamos hoje em dia de mecânica quântica ondulatória.

8.5.1.3 Propriedades da função de onda

A adoção do conceito de função de onda no estudo da evolução temporal de um sistema físico, tendo em vista que essa entidade matemática descreve o estado do sistema, exige do estudioso de teoria quântica uma compreensão mínima das propriedades algébricas e em certo nível um domínio matemático adequado desse ente para o entendimento de conceitos físicos fundamentais. Diante disso, nesta seção apresentaremos algumas propriedades fundamentais da função de onda[24] convenientes para as discussões que pretendemos propor neste breve texto introdutório, quais sejam:

I. Natureza da função de onda - a função de onda é um ente matemático complexo, ou seja, pode ser escrita na forma:

$$\psi(\vec{r},t) = A(\vec{\boldsymbol{r}},t) + iB(\vec{\boldsymbol{r}},t) \qquad (8.5.1.3.1)$$

[24] Ressalte-se que, como se trata de um texto introdutório de um assunto cuja riqueza de conteúdo, tanto matemático como filosófico, jamais poderiam ser tratados nesta breve exposição, vamos omitir algumas propriedades matemáticas importantes e também de belíssimas motivações experimentais por razões de transposição didática, levando em consideração o público a que se destina estas notas.

Assim, por consequência, o complexo conjugado de ψ é dado por,

$$\psi^*(\vec{r},t) = A(\vec{\boldsymbol{r}},t) - iB(\vec{\boldsymbol{r}},t) \qquad (8.5.1.3.2)$$

E o quadrado do seu módulo por:

$$|\psi|^2 = \psi^*\psi = A^2 + B^2 \qquad (8.5.1.3.3)$$

II. Continuidade da função de onda - A função de onda ψ e sua derivada espacial de primeira ordem devem ser contínuas e com valor único em qualquer lugar.
III. Significado físico da função de onda - Como é interpretada como uma probabilidade, segue que,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\,\psi(\vec{\boldsymbol{r}},t)|^2 dV = 1 \qquad (8.5.1.3.4)$$

As principais motivações do trabalho de Schrödinger foram os trabalhos de Einstein, Planck, de Broglie e Bohr, nos quais a ideia da quantização de energia exerce papel fundamental (TIPLER, LLEWELLYN, 2007; SCHRÖDINGER, WESSELS, 1979).

De maneira tal que, as primeiras aplicações da equação de Schrödinger tiveram como intuito resolver esses mesmos problemas. Dentro do contexto da teoria de Schrödinger, os estados estacionários presentes nas construções teóricas citadas anteriormente, são dados em termos da função de onda ψ e são chamados autoestados (TIPLER, LLEWELLYN, 2007,COHEN-TANOUDJI, LALOE, 1977; SCHRÖDINGER, 1929, 1965; WESSELS, 1979).

8.5.2 Debate Einstein-Bohr e o Princípio de Incerteza[25] de Heisenberg

[25] O próprio nome deste princípio é fonte de muitas controvérsias, talvez mesmo de intermináveis e sempre recorrentes controvérsias. Alguns preferem a notação de ***Princípio da Indeterminação*** e outros considerados mais realistas preferem a notação de ***Princípio da Dispersão***. Os argumentos contra a notação de ***Princípio da Incerteza*** são mais centrados no fato de que Incerteza é uma propriedade humana e não da Natureza.

O século XX foi um período marcado por grandes evoluções no domínio da física e da filosofia. Nesse cenário, o trabalho desses dois cientistas, que embora fossem defensores de filosofias divergentes, marcou profundamente a história de toda humanidade. Referimo-nos aqui a Einstein e a Bohr, o primeiro que ficou conhecido por quantizar a radiação e o segundo, por introduzir a quantização no átomo.

No entanto, assim como a maioria dos físicos da época, até meados dos anos 1920 Bohr rejeitava a hipótese do quantum de luz (BROWN, 1981). Ninguém podia negar à época a aplicabilidade da hipótese do quantum de luz na explicação de fenômenos ópticos corriqueiros como a interferência e a difração, por exemplo, mas Bohr fazia oposição as ideias de Einstein em pelo menos três frentes, que podem ser demonstradas por meio dos questionamentos(MAIA, 2009,BROWN, 1981):

- Como a natureza discreta da radiação poderia ser reconciliada com os experimentos de interferência e difração?
- Como é possível que o quantum seja onda e partícula ao mesmo tempo?
- Como conciliar os resultados físicos obtidos com o princípio de correspondência?

(MAIA, 2009,BROWN, 1981)

Nesta seção vamos apresentar princípio de incerteza de Heisenberg, introduzir o leitor ao debate entre Einstein e Bohr acerca da dualidade onda-partícula.

No dia 23 de março de 1927, o físico alemão e então professor da Universidade de Leipzig, Werner Heisenberg publicou o artigo de título *Sobre o conteúdo teórico da Cinemática e Mecânica Quântica*, onde enunciou pela primeira vez o princípio da incerteza, que se tornou um fundamento basilar da teoria quântica. O princípio da incerteza estabelece que no mundo quântico não é possível medir com precisão absoluta algumas quantidades físicas (MAIA, 2009).

De acordo com o princípio da incerteza, quanto maior for a precisão na medição de uma quantidade, maior será o erro associado a medição outra. Em termos matemáticos podemos expressar o princípio de incerteza para a medição da posição r e do momento linear p da seguinte maneira:

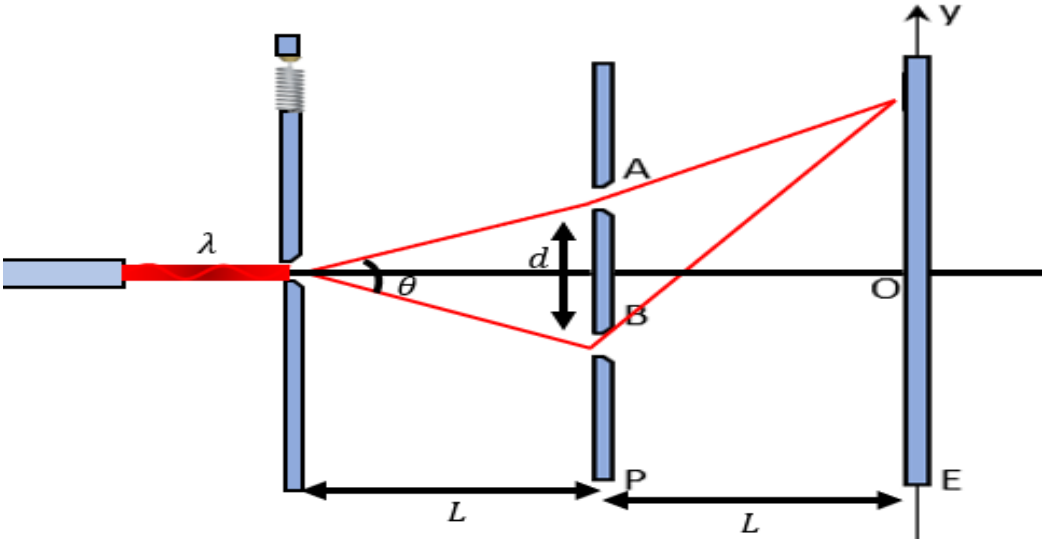
$$\Delta r . \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (8.5.2.1)$$

Uma outra versão do princípio da incerteza diz respeito ao caso da medição da energia E e do tempo t (MAIA, 2009):

$$\Delta E.\Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (8.5.2.2)$$

No congresso de Solvay de 1928, Einstein propôs uma experiência imaginária de difração através de uma fenda dupla na qual a fenda da fonte se movesse, sugerindo que fossem montadas molas ou rolos (ver Figura 13, abaixo), isto é, equipando o sistema com um grau de liberdade ao longo do eixo y, com o fim de determinar por qual caminho rumaram os fótons.

Figura 13 - Geometria da Fenda Dupla de Young



8.5.2.1 O argumento de Einstein

Nesta seção vamos apresentar essa experiência seguindo o caminho apontado por Vatshan & Qwresh (2016). Do ponto de vista clássico, se uma partícula difrata da fenda de origem se movendo em direção as fendas superior ou inferior na próxima tela, então ela sofre um desvio em relação a sua direção original ao longo do eixo y (VATSHAN & QURESH, 2016; BROWN, 1981).

Considerando então uma partícula que emerge da fenda superior, ela deve ter um componente de momento ao longo do eixo y, ao sair da tela de origem o que, consequentemente, de acordo com o princípio newtoniano de ação e reação, faria

com que a tela da fonte recuasse com um momento igual e oposto devido a conservação do momento (BROWN, 1981). Dessa maneira, de acordo com Einstein medindo esse momento de recuo seria possível detectar qual o caminho seguido pelos fótons sem afetar a formação do padrão de interferência (BROWN, 1981).

8.5.2.2 A resposta de Bohr

Não obstante, um resultado desconcertante advinha do fato de que, mantendo-se somente uma das fendas abertas as franjas de interferência não são obtidas no anteparo(BROWN, 1981). Bohr considerou essa conclusão paradoxal e utilizou a tese da complementaridade para evitá-la, pois demanda a consideração de que o comportamento da partícula depende do estado da outra fenda (ou seja, de ela estar aberta ou fechada).

Bohr, no entanto, refuta essa hipótese tratando o aparelho de medição, isto é, a fenda, como um objeto quântico (VATSHAN & QURESH, 2016). E como tal, desejando-se obter informações confiáveis acerca do caminho seguido pelos fótons, o momento de recuo deve ser medido com um grau de precisão de mesma ordem de grandeza que o momento inicial da primeira fenda. Para compreender isto, vamos considerar o aparato experimental descrito na Figura 13 apresentada anteriormente.

De acordo com Vatshan & Quresh (2016) e Brown (1981), para Bohr é preciso que exista um limite superior para a medição a indeterminação do momento inicial da fenda B e um certo mínimo de indeterminação na posição que seja suficiente para obliterar as franjas de interferência no anteparo, para que a informação relativa ao deslocamento da fenda B seja relevante para a medição da posição da partícula.

De acordo com Cohen-Tanoudji & Laloe (1977) e Vatshan & Qwresh(2016), considerando apenas partículas com momento médio p e comprimento de onda de de Broglie λ, temos que a incerteza do momento na direção y para partículas que atravessam as fendas inferior e superior na segunda tela é dada por:

$$\Delta p_y = 2\,p \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx p\theta = \frac{h}{\lambda}\theta = \frac{h}{\lambda}\frac{d}{L} \qquad (8.5.2.3)$$

O que constitui o limite de precisão na medida do momento de recuo (VATHSAN, 2016). Mas a separação entre franjas de interferência é expressa por:

$$\delta y = \frac{\lambda L}{d} \qquad (8.5.2.4)$$

Assim, multiplicando (8.5.2.3) por (8.5.2.4) obtemos que:

$$\Delta p_y \delta y = h \qquad (8.5.2.5)$$

que tem a mesma ordem de grandeza presente na relação de incerteza o que, de acordo com Bohr, explica por que o padrão de difração desaparece.

As conclusões de Bohr são corroboradas experimentalmente em outros arranjos, no entanto, uma indagação importante que surge desse episódio diz respeito a possibilidade de demonstrar conclusivamente por meio dos argumentos de Bohr a impossibilidade de coexistência de trajetórias com franjas (BROWN, 1981). Seria então possível conceber um arranjo experimental no qual se manifestem ambos os aspectos corpusculares e ondulatórios?(MAIA,2009, BROWN, 1981)

Uma resposta afirmativa completa, no entanto, não pode ser dada. O que podemos considerar consiste no fato de que o argumento de Einstein foi infeliz na escolha do tipo de arranjo experimental, tendo em vista que permitiu que Bohr evocasse em sua análise a exclusividade total dos aspectos corpusculares e ondulatórios, constituindo-se apenas como a análise de um caso limite dentro de uma classe limite de experiências (BRWON, 1981). Apesar disso, a interpretação de Bohr implica que a partícula deve necessariamente passar pelas duas fendas simultaneamente para que se obtenha um padrão de interferência.

De acordo com FREIRE JR et al (2011), a questão da natureza da realidade constituía o ponto mais central no debate Einstein-Bohr, de tal maneira que:

> A questão filosófica fundamental em jogo nesse debate, direcionado em torno das posições respectivas de Niels Bohr e de Albert Einstein, era a do estatuto da realidade física, ou seja, da pertinência ou não, para a nova ciência que era a Física Quântica, da categoria de pensamento "realidade física", geralmente considerada como dependendo da "ontologia" (e recusada junto à "metafísica") (FREIRE JR et al, 2011)

Dessa maneira, no debate Einstein-Bohr não encontramos somente uma luta entre crenças divergente sobre o que é a física, todavia, muito mais do que isto, uma guerra filosófica entre duas concepções muito diferentes sobre a natureza da realidade última (GLEISER, 2010).

8.5.2.3 O problema da realidade

Nesse contexto, de acordo com Bastos Filho (2003) o quadro de questionamentos fundamentais que colocamos nas seções anteriores acerca da natureza dual da matéria e da radiação, pode ser delineado em um problema filosófico muito importante: o problema da realidade, o qual pode ser colocado da seguinte maneira:

> Que estatuto ontológico teriam esses objetos de que fala a mecânica quântica? Em outras palavras, em que constituiriam entidades como elétrons, prótons, fótons, mésons, píons, etc? Seriam entidades ontologicamente existentes, ou entidades mnemônicas, meros construtos teóricos para 'salvar os fenômenos' ou ainda, meras hipóteses de trabalho?(BASTOS FILHO, 2003)

A mecânica quântica de Bohr e Heisenberg impunha que o conhecimento da realidade restringia-se a duas condições fundamentais, primeiro somente era possível determinar a probabilidade de encontrar uma partícula em uma determinada região do espaço; segundo, o ato de medida de qualquer grandeza física implica em uma interação entre o observador e a grandeza observada, o que torna o determinismo da física clássica apenas uma aproximação da realidade (GLEISER, 2010).

De acordo com Gleiser (2010), em contraposição a essa concepção, Einstein em uma carta a Born, escreveu:

> A mecânica quântica exige muita atenção. Mas uma voz interior me diz que este não é o verdadeiro Jacob. A teoria realiza muito, mas não nos aproxima dos segredos do Antigo. De qualquer forma, estou convencido de que Ele não joga dados (GLEISER, 2010).

De acordo com (FREIRE JR et al, 2011), a concepção de Einstein da realidade parte da tradicional adoção do determinismo como pilar filosófico para o entendimento do mundo físico:

> O "real" não nos é dado de maneira alguma imediatamente, somente as experiências dos seres humanos nos são dadas. [...] A postulação do "real" como algo que existe independentemente da minha experiência é uma totalidade de construções intelectuais [...]. Nossa confiança no sistema de crença sobre a realidade repousa apenas no fato que aqueles conceitos e relações [postos como reais] estão em uma relação de correspondência com

> nossa experiência; este é o único fundamento para a “verdade” de nossas afirmações (EINSTEIN, 1951).

Na concepção de Einstein, de acordo com (FREIRE JR et al, 2011,), a descrição probabilística da natureza não dava conta de uma representação fidedigna e completa da realidade, no entanto ele acreditava que a verdade científica não se constitui como um reflexo preciso da realidade, todavia, antes como a somatória das nossas experiências, de maneira que a realidade não constituía, necessariamente, o que está “lá fora”, mas sim, uma construção intelectual, posta pela ciência.

Por outro lado, Bohr enxergava a teoria quântica como uma expressão da realidade na escala microscópica (GLEISER, 2010). Ele acreditava que as conquistas da teoria quântica diziam respeito necessariamente “as coisas como são”, de acordo com Bohr:

> Não existe mundo quântico. Existe apenas uma descrição física quântica abstrata. É errado pensar que a tarefa da física é descobrir como é a natureza. A física diz respeito ao que podemos dizer sobre a natureza (BOHR, 1937 *apud* PETERSEN, 1963, p. 12).

Segundo Gleiser (2010), em algum momento, Bohr teria dito a Einstein: "Pare de dizer a Deus o que fazer!", no entanto, até o presente momento apesar dos experimentos imaginários propostos por Einstein falharem em revelar uma estrutura mais profundas da realidade, a teoria quântica exibe propriedades bizarras e estranhas. Dessa forma, em relação ao paradoxo da Realidade - existência ontológica ou não dos quanta - a teoria quântica aparece como uma singularidade toda especial no contexto da filosofia natural. E tudo isso é estranho se pensarmos a física clássica como a teoria, por excelência, acerca da correta descrição e da correta explicação da realidade física.

9 PRODUTO EDUCACIONAL

Nesta seção apresentaremos nosso produto educacional, o contexto em que foi aplicado e os resultados decorrentes de sua aplicação.

9.1 Descrição

Diante do problema de pesquisa exposto anteriormente, a saber: “de que maneira pode ser implementado o ensino de tópicos fundamentais de teoria quântica no ensino médio para a constituição de uma visão mais adequada da ciência, de seus métodos e de suas relações com a sociedade?”, como produto educacional deste trabalho, elaboramos um livro-texto direcionado para os discentes do ensino médio (constante como anexo), onde são apresentados tópicos de teoria quântica e natureza da ciência, e uma sequência didática direcionada ao professor para possíveis aplicações no contexto escolar.

9.1.1 Livro-texto e Sequência Didática

O livro texto que foi intitulado de “Um passeio não-aleatório pelos paradoxos da teoria quântica” é constituído por quatro capítulos, conforme é descrito a seguir:

1. Introdução
2. Preliminares Históricos
3. Teoria quântica da radiação
4. Dualidade Onda-Partícula

No primeiro capítulo apresentamos o conceito de modelo e os fundamentos da epistemologia de Thomas S. Kuhn que nortearam todas as discussões relativas à natureza da ciência presentes neste trabalho. No segundo, por sua vez, apresentamos os preliminares históricos da teoria quântica, a saber, discorremos acerca das não tão pequeninas nuvenzinhas de Lord Kelvin e dos fundamentos básicos da teoria clássica

da radiação, iniciando por conceitos fundamentais, passando pela lei de Stefan e Boltzmann até chegarmos às Leis de Wien e Rayleigh-Jeans. No terceiro capítulo, apresentamos a teoria quântica da radiação, o que inclui o episódio da interpolação de Planck e a interpretação de Einstein para o quantum de energia.

Finalmente, no quarto capítulo apresentamos brevemente a história da teoria atômica, no que concerne aos modelos de Thomson, Rutherford e Bohr, a constituição da interpretação de Einstein como um retorno à teoria corpuscular para a luz, a teoria de de Broglie, a dualidade onda-partícula, assim como a teoria de Schrödinger, o debate Einstein-Bohr-Heisenberg e o problema da realidade. Ao fim de cada capítulo foram colocadas questões para discussão em sala de aula, baseadas no trabalho de Lederman (1999, 2002). A sequência didática elaborada, conforme é apresentado nos anexos, por sua vez, foi dividida em 10 encontros, correspondentes a 1h ou 2h.

9.2 Contexto de aplicação do Produto Educacional

A aplicação do produto educacional foi realizada no período de 02 de outubro a 27 de novembro de 2019 em uma turma da segunda série do ensino médio de uma escola de ensino integral da rede estadual de educação de Alagoas. Tal turma foi escolhida para a aplicação da proposta didática aqui apresentada devido ao fato de ter obtidos bons resultados nas disciplinas física e matemática ao longo do ano letivo, em comparação com as demais turmas ministradas pelos corrente autor.

Importa ressaltar que aplicação do produto educacional elaborado foi realizada em uma turma na qual fui professor titular da disciplina Física, de maneira que tal aplicação contou inicialmente com a participação de 18 alunos, com idades entre 15 e 17 anos, constituindo-se de um período total 21h/aulas, 3h aulas a cada semana, no qual cada aula teve uma duração de 1h.

A aplicação dos nossos produtos educacionais foi realizada fazendo-se uso do laboratório de informática e da sala de aula da instituição como ambiente local de aplicação, mediante adaptação dos procedimentos metodológicos propostos no trabalho de Piassi e Pietrocola (2007) e que são apresentados a seguir:

I. O professor propõe a formação de grupos.
II. O professor propõe a leitura do texto.

III. O professor promove uma discussão sobre o texto, baseando-se no discurso dos alunos em sala de aula, e objetivando, a partir disso, promover a resolução de dúvidas sobre os vocábulos presentes no material.
IV. O professor propõe questões conceituais para guiar a discussão.
V. O professor propõe que os alunos discutam em grupos acerca das questões colocadas.
VI. O professor promove um debate entre os grupos.
VII. O professor discute as questões com os alunos.
VIII. O professor propõe novas questões para discussão.
IX. O professor indica um objeto/evento ou uma questão-foco para investigação e solicita que os alunos preencham um diagrama epistemológico de Gowin, conforme modelo no anexo 12.3.

Dessa maneira, utilizamos como instrumentos de coleta de dados notas de campo e os diagramas epistemológicos de Gowin para registrar as concepções e impressões dos estudantes. Além disso, durante as discussões em sala de aula, os alunos foram instruídos a utilizar o livro-texto intitulado *Um passeio não-aleatório pelos paradoxos da teoria quântica para o ensino médio,* elaborado como um material instrucional potencialmente significativo, com a finalidade de introduzir o leitor ao tema proposto, nortear os estudos e contribuir para a construção de seus argumentos.

No entanto, apesar de não terem sido incentivados, não foi proibido que fizessem uso também da internet para tal construção. A razão disso constitui-se primariamente da crença de que qualquer pesquisa realizada pelos discentes no contexto da construção dos diagramas de Gowin poderia apontar caminhos para o enriquecimento do trabalho em termos de conteúdo abordado.

E isto, de fato, ocorreu como veremos na seção a seguir, no contexto da análise dos resultados. Cada aluno recebeu uma cópia virtual do livro-texto no formato PDF na sua estação de estudos/computador no laboratório de informática e, para os alunos que realizaram a solicitação do material, foi encaminhada uma cópia virtual no formato PDF via whatsapp e/ou email.

9.3 Receptividade/Reação dos alunos

Inicialmente a nossa proposta de ensino foi aceita com uma certa resistência pelos discentes. No entanto, a atribuição de notas bimestrais às atividades realizadas no âmbito da intervenção desempenhou um papel de grande motivação para os discentes.

Não obstante, dos 18 alunos constituintes da turma, devido a razões provenientes de contextos dos mais diversos, apenas 13 alunos participaram efetivamente dos momentos de intervenção em sala de aula, adotando-se aí como critério para a participação efetiva tão somente a frequência de no mínimo 75% das atividades propostas em sala de aula.

É importante salientar que, destes 18 alunos envolvidos inicialmente, duas discentes decidiram afastar-se da experiência acadêmica por razão de se descobrirem em processo de gestação, cada uma, de uma criança. Um terceiro discente foi transferido para outra instituição de ensino e os dois restantes evadiram-se da escola no período da intervenção.

Cabe aqui ressaltar ainda que, acreditamos que as razões que levaram à evasão, destes dois últimos indivíduos, do ambiente escolar transcendem o escopo deste trabalho e nada tem a ver com a implementação da nossa proposta de ensino.

9.4 Resultados Obtidos

A aplicação do nosso produto educacional demandou a separação da turma, inicialmente constituída por 18 alunos em quatro grupos, dois grupos de 5 alunos e dois grupos de 4 alunos. No entanto, ao longo do período de aplicação, como já foi mencionado anteriormente, por razões que fogem ao escopo deste trabalho, 5 discentes evadiram-se da escola.

Por razões de simplicidade para a nossa análise, vamos nos referir a esses grupos de alunos por Grupo A, Grupo B, Grupo C e Grupo D, sendo os alunos constituintes destes grupos, respectivamente, os alunos: A1, A2, A3, A4 e A5; B1, B2, B3, B4 e B5; C1, C2, C3 e C4; D1, D2, D3 e D4.

Durante a aplicação do produto educacional foram propostos aos grupos de alunos a construção de seis diagramas epistemológicos. Para tal empreendimento,

foram fornecidos aos alunos o objeto teórico e/ou evento a ser investigado, a saber: o conhecimento científico, a catástrofe do ultravioleta, o quantum, o átomo, dualidade onda-partícula e o problema filosófico da realidade; de maneira tal que vamos analisar os resultados obtidos no âmbito de sala de aula na construção de cada um desses diagramas.

9.4.1 Visões sobre o Conhecimento Científico

Após os dois primeiros encontros, foi proposta a construção do primeiro diagrama epistemológico. Para tal feito foram fornecidos para os estudantes “o conhecimento científico/ciência, mudança de paradigma, ciência extraordinária” como objetos/eventos teóricos de investigação.

Nesse episódio, em um primeiro momento, revelando certa resistência com o uso do instrumento de Gowin , os discentes comentaram:

Aluno A4: - “É muito difícil isso, professor”

Aluno B1: - “Não sei como fazer isso, professor.”

Aluno B5: - “A gente tem que tirar as coisas do domínio metodológico do livro?”

Aluno D3: -“Não quero fazer isso, a gente precisa pensar muito...”

No entanto, após alguns momentos de conscientização acerca da importância do uso do V de Gowin para o desempacotamento do conhecimento científico, os grupos A, B, C e D, apresentaram como questões-foco:

Grupo A: - “A ciência evolui com o passar do tempo?”

Grupo B: - “O conhecimento científico muda ao longo do tempo?”

Grupo C: -“A física de Galileu é uma evolução da física de Aristóteles?”

Grupo D: -“Se a física muda, como podemos confiar nela?”

O que mostra que a leitura e discussão do primeiro capítulo do livro-texto permitiu que os discentes conseguissem identificar a transitoriedade da ciência como um aspecto da natureza da ciência.

9.4.1.1 Elementos do Domínio Conceitual

Passemos agora a tratar dos elementos do Domínio Conceitual apontados pelos discentes. Nessa atividade, no campo *Filosofias*, os grupos A, B, C e D, preencheram:

Grupo A: - “A ciência como uma invenção do homem. Filosofia de Kuhn. Filosofia de Lakatos. Cartesianismo”

Grupo B: - “A ciência usa modelos”, “Filosofia de Kuhn”, “Cartesianismo.”

Grupo C: -“Filosofia de Kuhn”

Grupo D: -“Filosofia de Popper”, “Filosofia de Lakatos”.

Esse resultado demonstra que os estudantes se engajaram, de fato, na proposta de aprendizado proposta na intervenção, dado o fato de que apontaram filosofias, como a de Lakatos, por exemplo, as quais não foram introduzidas. Ou seja, os elementos apresentados pelos discentes no campo *Filosofias* na construção do V demonstram que eles romperam a barreira limítrofe de conteúdos abordados imposta na estrutura curricular apresentada no produto educacional, apontando, por meio disso, uma nova direção de conteúdos para o aprimoramento do produto elaborado.

No campo *Teorias*, por sua vez, os estudantes destacaram:

Grupo A: - “Teoria de Descartes”, “Teoria de Popper”, “Teoria de Kuhn”, “Teoria de Lakatos”.

Grupo B: - “Teoria de Kuhn”, “Teoria de Aristóteles”, “Teoria de Newton. ”

Grupo C: -“Teoria de Descartes”, “Teoria de Kuhn”, “Teoria de Aristóteles”, “Teoria de Newton”.

Grupo D: -“Teoria de Descartes”, “Teoria de Kuhn”, “Teoria de Aristóteles”, “Teoria de Newton”.

O que, por sua vez, mostra que a interação com o texto presente em nosso produto e as discussões em sala de aula possibilitaram o reconhecimento das ideias de Descartes, Kuhn, Lakatos, Aristóteles e Newton enquanto teorias científicas.

No que concerne aos princípios, os estudantes apontaram:

Grupo A: - “Refutabilidade”, “cogito ergo sum”, “o conhecimento científico é construído dentro de um paradigma”, “a estrutura das teorias muda ao longo do tempo”

Grupo B: - “Duvido, logo penso, logo existo, “Princípio da transformação das teorias científicas”, “Ciência Normal”, “Revoluções científicas”

Grupo C: -“A ciência depende de modelos”, “Princípio da dúvida”, “Princípio da falseabilidade”, “Penso, logo existo.”

Grupo D: -“Princípio do Movimento de Aristóteles”, “Princípios de Newton”, “Princípios de Descartes”.

Quanto aos conceitos, dividindo novamente os resultados por grupo de alunos os estudantes reconheceram como conceitos científicos:

Grupo A: “Fase pré-paradigmática”, “Ciência normal” ,“Crise”, “Revolução” “Nova ciência normal”, “Modelo Material”, “Modelo Intelectual”, “Modelo Científico”, “Movimento Natural”, “Movimento Violento”

Grupo B: “Fase pré-paradigmática”, “Ciência normal”, “Crise”, “Revolução”, “Nova ciência normal”.

Grupo C: “Hipótese”, “Teoria”, “Lei”, “Princípio”, “Conceito”, “Paradigma”, “Programa de Pesquisa”, “Revolução Científica”, Movimento.

Grupo D: “Fase pré-paradigmática”, “Ciência normal” ,“Crise”, “Revolução” “Nova ciência normal”, “Modelo Científico”, “Movimento”, “Forças”, “Fato Científico”, “Revolução Científica”, “Classes de fatos científicos”.

Assim, consideramos que no que concerne ao domínio conceitual, a realização das discussões em sala de aula permitiu aos estudantes de forma razoavelmente satisfatória a constituição de uma visão mais adequada da ciência, de tal maneira que isso pode ser visto nos resultados acima. Após a entrega realizada pelos estudantes de cada diagrama de Gowin, propôs-se em sala de aula, uma nova discussão acerca dos conceitos apresentados e enunciados na atividade, com a finalidade de sanar as dúvidas existentes acerca do significado dos conceitos.

Mostrado isto, passemos a seguir para as discussões relativas aos resultados obtidos com os diagramas epistemológicos sobre “o conhecimento científico, a mudança de paradigma e a ciência extraordinária”, no que concerne ao domínio metodológico.

9.4.1.2 Elementos do Domínio Metodológico

Comecemos então pelas *Asserções de Conhecimento* realizadas pelos discentes no âmbito da construção dos diagramas:

Grupo A: “A ciência está em tudo ao nosso redor”, “Os modelos são uma representação da realidade”.

Grupo B: “As revoluções da ciência acontecem com o avanço da tecnologia”.

Grupo C: “A ciência muda a partir da mudança de paradigmas”,

Grupo D: “A ciência é uma invenção do homem”, “O movimento é considerado *natural* quando o corpo retorna ao seu lugar natural ou *violento* quando o contrário acontece”.

Notamos aí que os discentes reconheceram alguns dos aspectos mais importantes da natureza da ciência, como por exemplo, o reconhecimento da ciência como uma construção humana e a compreensão da ciência como um construto em constante processo de desenvolvimento e mudança dentro de um paradigma vigente.

No que concerne às *Asserções de Valor*, os estudantes assinalaram que:

Grupo A: “Ciência e tecnologia andam juntas”.

Grupo B: “A evolução da ciência depende de quem está no poder”, “No início a física fazia parte da parte da filosofia de Aristóteles. Mas ele não conseguiu entender todos os tipos de movimentos, como o movimento em que uma força não age sobre o corpo”.

Grupo C: “A ciência é muito importante nas nossas vidas. Sem ciência não teríamos tecnologia. Os modelos explicam a realidade. A realidade é mais estranha do que parece”.

Grupo D: “A ciência cria tecnologias e as novas tecnologias facilitam as nossas vidas”.

Fica evidente com as asserções de valor dos estudantes uma clara falta de compreensão, nesse momento inicial do que venha a ser a diferença entre a asserção de valor e de conhecimento e do que, de fato, constitui uma asserção de conhecimento e uma asserção de valor, tendo em vista que o Grupo B, por exemplo, ao declarar “*No início a física fazia parte da parte da filosofia de Aristóteles. Mais*[26] *ele não conseguiu entender todos os tipos de movimentos, como o movimento em que uma força não age sobre o corpo”*, realiza uma asserção de conhecimento e não de valor.

No que concerne aos campos “*Transformações*” e “*Registros*”, apenas o Grupo A apresentou o *Registro: “Os experimentos e as tecnologias novas são descobertos*

[26] Chamemos atenção aqui para o fato de que fizemos uma transcrição integral das declarações realizadas pelos grupos de alunos no âmbito da construção do diagrama, ou seja, exatamente de acordo com o que por eles foi escrito, preservando assim, todos os erros gramaticais por eles cometidos.

durante a ciência extraordinária", enquanto os outros grupos deixaram esses dois campos completamente vazios.

9.4.2 Visões sobre a Catástrofe do Ultravioleta

Comecemos agora a descrição e a análise dos resultados obtidos com a proposição do diagrama epistemológico acerca da catástrofe do ultravioleta. As questões-foco propostas pelos estudantes, por grupo de alunos, são apresentadas a seguir:

Grupo A: "Como conciliar a teoria de Wien com a teoria de Rayleigh?", "O que é a catástrofe do ultravioleta?" "A ciência é neutra?", "Havia investimentos das empresas alemãs na pesquisa de Planck?"

Grupo B: "Como determinar a temperatura de um alto-forno industrial sem interferir no processo? Como podemos resolver esse problema?", "A ciência é neutra?"

Grupo C: "Como descobrir a temperatura de um planeta?", "Como descobrir a temperatura de uma estrela?", "O universo pode ser considerado como um corpo negro?"

Grupo D: "Como usar o modelo do corpo negro para estudar o universo", "Como determinar a temperatura de um alto-forno industrial sem interferir no processo?", "A ciência é neutra?"

Dessa maneira, constatamos que os estudantes envolvidos na aplicação do nosso produto educacional reconheceram um aspecto central da natureza da ciência, o que pode ser depreendido por meio da proposição do Grupo B: "Como determinar a temperatura de um alto-forno industrial sem interferir no processo? Como podemos resolver esse problema?", "A ciência é neutra?", a questão acerca dos propósitos da ciência e o seu papel na sociedade.

9.4.2.1 Elementos do Domínio Conceitual

Comecemos a descrever os elementos do domínio conceitual apresentados pelos grupos A, B, C e D. No que cerne ao campo *Filosofias*, os estudantes preencheram:

Grupo A: “Interpretação de Planck”, “Interpretação de Einstein”.

Grupo B: “Interpretação de Einstein”, “Interpretação de Planck”, “Utilitarismo”

Grupo C: “Interpretação de Planck”, “Interpretação de Einstein”

Grupo D: “Interpretação de Planck”, “Interpretação de Einstein”, “Indutivismo”, “Empirismo”, “Matematismo”.

Nesse sentido, notando-se que os Grupos B e D reconheceram traços de filosofias diferentes das filosofias apresentadas diretamente nos textos, mas que, não obstante, se encontram implícitas nas interpretações de Paschen-Wien, Rayleigh Planck e Einstein para o fenômeno de radiação do corpo negro, no geral compreendemos que o preenchimento dos alunos do campo filosofias para o objeto teórico catástrofe do ultravioleta, pode ser considerado satisfatório.

No que se refere ao campo *Teorias*, os alunos preencheram:

Grupo A: “Teoria clássica da radiação de cavidade”.

Grupo B:“Teoria de Stefan e Boltzmann”, “Teoria de Wien”, “Teoria de Rayleigh”.

Grupo C:“Teoria Clássica da radiação de cavidade”, “Teoria Dinâmica do Calor e da Luz”.

Grupo D:“Teoria Clássica da Radiação”, “Teoria Quântica da Radiação”.

O que demonstra o reconhecimento dos discentes acerca das teorias em estudo.

Quanto aos *Princípios*, os estudantes destacaram:

Grupo A: “Lei de Stefan-Boltzmann”, ”Lei de Wien”, “Lei de Rayleigh-Jeans”

Grupo B: “Equilíbrio Térmico”, “Lei de Stefan-Boltzmann”, “Lei de Wien”, “Lei de Rayleigh-Jeans”

Grupo C:“Princípio da igualdade da temperatura”, “Princípio de Stefan-Boltzmann”, “Lei de Wien”, “Lei de Rayleigh-Jeans”, Princípio do Éter.

Grupo D:“Princípio da igualdade da temperatura”, “Princípio de Ausência de Monopólos Magnéticos”, “Princípio de Stefan-Boltzmann”, “Lei de Wien”, “Lei de Rayleigh-Jeans”, “Princípio da Equipartição da Energia”, “Princípio do Éter”.

Note aí que os estudantes reconheceram diversos Princípios que, de fato, são abordados no livro-texto fornecidos e que constituíram temas tratados nas discussões em aula. Entretanto, constatamos que alguns estudantes organizaram todos os princípios encontrados no livro-texto no campo *Princípios* sem que fosse realizado um

exame crítico de quais deles estão diretamente relacionados ao objeto teórico/evento em estudo.

No campo *Conceitos*, os estudantes apontaram:

Grupo A: “corpo negro”, “radiação térmica”, “refletância espectral”, “coeficiente de transmissão espectral”, “absorção espectral”, “temperatura”, “comprimento de onda”, “frequência”, “oscilador”.

Grupo B: “receptor ideal”, “emissor ideal”, “corpo Negro”, ”radiação térmica”, “refletância espectral”; “coeficiente de transmissão espectral”, “absorção espectral”, “poder emissivo”, “temperatura”, “comprimento de onda”, “frequência”, “número de onda”, “luminosidade”, “corpo esférico”, “oscilador”.

Grupo C: “corpo negro”, “radiação térmica”, “refletância espectral”, “transmissão espectral”, “absorção espectral”, “temperatura”, “comprimento de onda”, “frequência”, “oscilador”.

Grupo D: “corpo negro”, “radiação térmica”, “refletância espectral”, “transmissão espectral”, “absorção espectral”, “temperatura”, “comprimento de onda”, “frequência”, “período”, “oscilador”.

O que se nota a partir daí é que os estudantes investigaram efetivamente o material instrucional elaborado em busca de conceitos que estivessem relacionados ao problema da catástrofe do ultravioleta. Nesse sentido, avaliamos o desempenho da turma como satisfatório.

Tratemos agora do domínio metodológico exposto pelos estudantes nos diagramas cujo objeto/evento teórico foi a catástrofe do ultravioleta.

9.4.2.2 Elementos do Domínio Metodológico

No que se refere as *Asserções de Conhecimento*, os grupos A, B, C e D, preencheram que:

Grupo A: “As estrelas emitem energia na forma de calor e na forma de luz (radiação eletromagnética)”, “O conhecimento da teoria clássica foi produzido por Stefan, Boltzmann, Wien, Rayleigh e Jeans...”, “O desacordo teórico entre a lei de Wien e Rayleigh-Jeans é chamado de catástrofe do ultravioleta”, “A ciência é

construída aos pouquinhos por muitos cientistas", "Toda contribuição feita na ciência é importante."

Grupo B: "O poder de absorção espectral α_υ é a energia que é absorvida pelo corpo quando ele é atingido pela luz", "A refletância espectral r_υ é a energia incidente que é refletida pelo corpo", "O coeficiente de transmissão espectral τ_υ é a energia que é transmitida através do corpo", "Corpos submetidos a uma dada temperatura T emitem radiação eletromagnética", "Corpo negro é o modelo teórico de um corpo que emite ou absorve toda radiação eletromagnética que lhe atinge".

Grupo C: "A nebulosa de Bumerangue registra temperatura de 272 ºC negativos (1 kelvin), só 1 grau acima do zero absoluto", "A Luminosidade (L) de uma estrela é a quantidade de energia que emitem por unidade de tempo", "A Lei de Wien e a lei de Rayleigh-Jeans explicavam separadamente o gráfico da densidade de energia x frequência da luz".

Grupo D: Lei de Stefan-Boltzmann – "A intensidade de energia total irradiada por um corpo negro dependia da quarta potência da sua temperatura absoluta $\mathcal{R}(T) = \sigma T^4$ em que $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2}.K^4$ é a constante de Stefan-Boltzmann". "A luminosidade L das estrelas é dada por: $L = 4\pi r^2 \sigma T^4$". "A temperatura na superfície do Sol equivale a 5779,7 K". "O resultado experimental $\lambda_{\max T} = k$ é conhecido como lei de Wien". "A lei de Rayleigh-Jeans é dada pela equação: $u_T(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$".

Dessa maneira, percebemos que, os estudantes relacionaram o conhecimento que foi produzido e apresentado nas *Asserções de Conhecimento* com os *Conceitos* e com as *Teorias* discutidas por meio do nosso material instrucional. Não obstante, percebemos que, apesar da recomendação dada aos estudantes de escrever com as próprias palavras, alguns grupos fizeram uma cópia somente do conteúdo exposto no material. Esse fato indica um fenômeno interessante na Educação Básica atualmente, a saber, a indisposição dos estudantes em realizar produções próprias. Parecer ter se alojado no pensamento do brasileiro comum no geral a noção de que o caminho fácil, nos referimos aqui ao processo de realização de cópias em contraposição ao processo de criação, é o melhor caminho. O que, de acordo com a nossa humilde concepção, não passa de mero e triste engano.

No que concerne as *Asserções de Valor*, os estudantes assinalaram:

Grupo A: “Com a Lei de Wien, podemos descobrir a temperatura das estrelas”, “Com a Lei de Stefan-Boltzmann, podemos estimar a temperatura da Terra”, “Com a teoria da radiação podemos comparar estrelas pela sua luminosidade”.

Grupo B: “A teoria clássica é comprovada por experimentos científicos”, “Podemos comparar estrelas usando as Leis de Stefan, Wien e Rayleigh-Jeans”, “Com a teoria da radiação podemos estudar todo o universo”,

Grupo C: “As leis de Wien, Rayleigh, Jeans e Planck calculam a temperatura e a cor aparente das estrelas e dos planetas”.

Grupo D: “A teoria da radiação tem aplicações na indústria”, “O modelo do corpo negro serve para estudar as estrelas, os planetas e os universos”. “A evolução da ciência depende de interesses sociais e econômicos”.

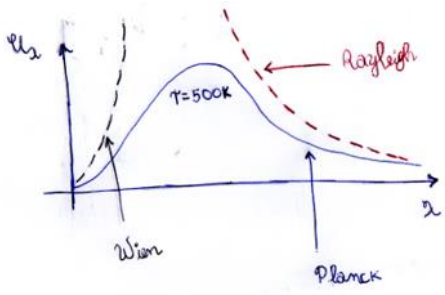
Esses resultados demonstram que os estudantes envolvidos na aplicação do nosso produto educacional, tiveram êxito em reconhecer o valor do conhecimento produzido na teoria clássica da radiação, uma vez que associaram tal elemento metodológico as aplicações da teoria em estudo. Não obstante, notamos também que os alunos constituintes do Grupo D compreenderam um aspecto de importância central da natureza da ciência, a saber, expresso pela *asserção* “a evolução da ciência depende de interesses sociais e econômicos”, a não neutralidade do processo científico.

No que se refere, por sua vez, aos elementos *Registros* e *Transformações*, apenas o Grupo D, destacou:

Figura 14 - Tabela de Registros apresentada pelos estudantes sobre a catástrofe do ultravioleta

Fonte: Autor

Figura 15 – Gráfico apresentado pelos estudantes sobre a catástrofe do ultravioleta



Fonte: Autor

Dessa maneira, os estudantes do grupo D demonstraram ter compreendido como preencher os elementos dos campos *Registros* e *Transformações* presentes no

modelo de Diagrama V proposto como instrumento de avaliação na nossa intervenção.

Vale ressaltar aqui que durante a aplicação do diagrama epistemológico de Gowin relativo ao objeto/evento teórico “Catástrofe do Ultravioleta”, cujos resultados dedicamos esforços de descrição e análise parcial acima, os discentes A3, B2 e C3, pelas razões já mencionadas anteriormente evadiram a escola, de maneira tal que este evento demandou que os grupos fossem reorganizados. Assim sendo, a pedido dos estudantes, foram formados três grupos constituídos por 5 alunos cada, de maneira tal que a organização dos grupos ficou da seguinte maneira: Grupo A’: A1, A2, A4, A5, D3; Grupo B’: B1, B3, B4, B5, D2; Grupo C’: C1, C2, C4, D1, D4.

9.4.3 Visões sobre o Quantum e a Quantização

Nesta breve seção apresentaremos os resultados obtidos com a elaboração do diagrama epistemológico de Gowin por parte dos estudantes envolvidos em nossa intervenção para o caso em que foram proposto o objeto/evento teórico “Quantum de Luz” e “Quantização”. Para tal empreendimento, vamos apresentar, primeiramente, as questões-foco propostas pelos estudantes:

Grupo A’: “O que é afinal é o quantum de luz?”, “Como calcular a energia de um quantum de luz?”

Grupo B’: “A luz é discreta ou contínua?”, “O que é quantizar?”

Grupo C’: “É possível tratar a radiação como uma entidade discreta e particulada?”, “Seria possível que a Lei de Planck estivesse correta, mas que pudesse ser obtida por algum outro método que não aquele baseado na desconcertante hipótese de Planck?”, “Haveria alguma outra hipótese que fizesse justiça aos fenômenos da radiação? “Além disso, se, de fato, constitui-se como uma necessidade elementar modificar os princípios da teoria, poder-se-ia pelo menos conservar a forma e a beleza das equações para a propagação da radiação e interpretar os fenômenos de uma maneira diferente?”

9.4.3.1 Elementos do Domínio Conceitual

Vamos tratar agora dos elementos conceituais do diagrama sobre o quantum de Planck e Einstein e sobre a quantização. No que se refere ao campo *Filosofias*, os estudantes preencheram:

Grupo A': "Interpretação de Planck", "Interpretação de Einstein", "Interpretação de Lorentz", "Interpretação de Ehrenfrest".

Grupo B': "Interpretação de Planck", "Interpretação de Einstein".

Grupo C': "Interpretação de Planck", "Interpretação de Einstein".

Nesse sentido, percebemos que os estudantes associaram as filosofias presentes no tratamento dado a investigação do problema do quantum de luz às interpretações dos cientistas cujos trabalhos tanto foram apresentados no nosso livro-texto como também discutidos no âmbito das discussões em sala de aula. Cabe lembrar aqui que, no que se refere às contribuições de Planck e Einstein, tratam-se de trabalhos seminais que revolucionaram a física da maneira como se constituía aquela época e que representam aquilo que na teoria de Kuhn chamamos de Ciência Extraordinária.

Quanto as *Teorias* apresentadas pelos discentes no preenchimento dos diagramas epistemológicos sobre o "Quantum" e a "Quantização", foram assinaladas:

Grupo A': "Teoria de Wien", "Teoria de Rayleygh-Jeans", "Teoria de Planck", "Teoria de Einstein".

Grupo B': "Teoria de Planck", "Teoria de Eintein".

Grupo C': "Teoria de Planck", "Teoria de Einstein".

Como já era esperado, de acordo com as discussões ensejadas no âmbito da sala de aula, os estudantes reconheceram as teorias de Planck e Einstein como construções teóricas importantes na constituição do conceito de Quantum, haja visto as teorias apresentadas acima.

Assim sendo, no que concerne aos *Princípios* apresentados pelos estudantes, podemos assinalar:

Grupo A': "A energia de um raio de luz é dividida em várias partes iguais que são chamadas de fótons. Cada fóton leva um quantum de luz, ou seja, uma energia própria".

Grupo B': "Postulado de Planck", "Postulado de Einstein", "Equação de Planck-Einstein".

Grupo C': "Postulado de Einstein: na propagação de um raio de luz emitido por uma fonte puntiforme, a energia não é continuamente distribuída sobre volumes cada vez maiores de espaço, mas consiste em um número finito de quanta de energia, localizados em pontos do espaço, que se movem sem se dividir e que podem ser absorvidos ou gerados somente como unidades integrais", "Princípio de Boltzmann", "Princípio do Equilíbrio Térmico".

Podemos notar aí que os estudantes confundiram o significado do termo *Princípio* com o significado termo *Postulado*, apresentando o postulado de Einstein e o que seria necessariamente a *hipótese* de Planck como um Princípio norteador do conhecimento que está sendo investigado através do Vê proposto na aula. Neste caso particular tratava-se de um Vê epistemológico sobre o "Quantum de Luz" e sobre o processo de "Quantização". Tal confusão de significados se deve, necessariamente, a falta de uma concepção clara entre os estudantes da distinção entre *Princípio* e *Postulado*[27].

A partir daí, vamos apresentar a seguir os *Conceitos* apresentados pelos estudantes:

Grupo A': " Quantização", "Discretização", "Estrutura Granular", "Múltiplos", "Corpo negro", "Osciladores", "Absorção", "Emissão", "Cavidade", "Escalas de Planck", "Tempo de Planck", "Massa de Planck", "Comprimento de Planck", "Probabilidade", "Paradigma".

Grupo B': "Quantum de Luz", "Fóton", "Quantização", "Corpo negro", "Escalas de Planck", "Catástrofe do ultravioleta", "Tempo de Planck", "Massa de Planck", "Comprimento de Planck", "Probabilidade".

---

[27] De maneira geral, pode-se depreender da obra de Kant intitulada Crítica da Razão Pura, em específico na parte introdutória em que é apresentada a seção *A Filosofia Necessita de Uma Ciência que Determine a Possibilidade, os Princípios e a Extensão de Todos os Conhecimentos* "A Priori", que o conceito de *Princípio* está relacionado as declarações aceitas, na teoria kantiana, "a priori", enquanto o conceito de *Postulado* se refere às declarações utilizadas para introduzir uma teoria sem que haja a necessidade vital de uma comprovação científica, seja ela teórica ou experimental. Mais detalhes, ver (KANT,1989). Ainda de acordo com Reale(1999, p.60), os princípios são:

> [...] verdades ou juízos fundamentais, que servem de alicerce ou de garantia de certeza a um conjunto de juízos, ordenados em um sistema de conceitos relativos a dada porção da realidade(REALE, 1999, p.60)

No dicionário Aurélio da Língua Portuguesa, encontramos o significado de Postulado:

> [...] proposição não evidente nem demonstrável, que se admite como princípio de um sistema dedutível, de uma operação lógica ou de um sistema de normas práticas; ou ainda como fato ou preceito reconhecido sem prévia demonstração. (FERREIRA, 2010)

Grupo C': "Quantum de Luz", "Fóton", "Quantização", "Corpo negro", "Probabilidade", "Entropia", "Revolução Científica", "Absorção", "Emissão Espontânea", "Emissão Estimulada".

Diante do exposto acima, pode-se depreender que a identificação dos conceitos apresentados pelos discentes em cada um dos diagramas discutidos nesta seção foi satisfatória, tendo em vista que a exposição dos discentes englobou tanto os conceitos presentes no livro texto proposto como também conceitos que foram discutidos no âmbito das discussões em sala.

9.4.3.2 Elementos do Domínio Metodológico

Consideremos agora os elementos do domínio metodológico apresentados nos diagramas preenchidos pelos estudantes. Começando pelas Asserções de Conhecimento, os estudantes apontaram:

Grupo A': "Os quanta podem ser emitidos ou absorvidos por inteiro", "Quantizar é o mesmo que dividir em valores discretos", "A hipótese de Einstein representa um retorno a teoria corpuscular da luz", "Quantizar é dividir em partes iguais", "Ehrenfrest considerou, por exemplo, que Planck havia afirmado que a energia da radiação é discreta e múltipla de $\hbar\omega$, enquanto Lorentz entendeu que os osciladores emitiam ou absorviam energias múltiplas de $\hbar\omega$".

Grupo B': "A entropia de uma gás de partículas de luz é dada pela equação: $S - S_0 = \frac{kW}{h\nu}\ln\frac{V}{V_0}$", "Planck não compreendeu a natureza revolucionária de sua própria hipótese", "Einstein foi um dos primeiros cientistas a perceber a dualidade onda-partícula", "Hipótese é um conhecimento que a gente não tem certeza, mas que a gente considera verdade".

Grupo C': "A variação da entropia é calculada com a equação: $\Delta S = \frac{kW}{h\nu}\ln\frac{V}{V_0}$", "O universo pode ser quantizado pelas unidades naturais: c, h e G, onde c é a velocidade da luz, h é a constante de Planck e G é a constante de Newton", "Probabilidade é a chance de um evento acontecer", "A interpretação de Einstein provocou a quebra de um paradigma clássico".

Os resultados obtidos acima congregam para a conclusão de que os estudantes compreenderam satisfatoriamente o conceito de quantum de luz, e a distinção dada a

esse objeto/evento teórico por Planck e Einstein, além de reconhecerem a ciência de Planck e Einstein como exemplo de uma quebra de paradigma. No entanto, também revelam uma cultura bastante comum no contexto de sala de aula hoje em dia no que concerne a deficiência dos estudantes em elaborar as próprias ideias, demonstrada pelo fato de terem simplesmente copiado o conteúdo do material instrucional fornecido nas *Asserções de Conhecimento*.

No que se refere às *Asserções de Valor* apresentadas pelos estudantes, por grupo, temos que:

Grupo A': "O quantum de luz foi criado por Planck para explicar a radiação do corpo negro", "Com o modelo do corpo negro estudamos o comportamento das estrelas".

Grupo B': "O quantum de luz é a energia presente em um fóton", O quantum é usado para explicar fenômenos como o efeito Fotoelétrico e o efeito Compton.

Grupo C': "O quantum de luz é um modelo", "O universo pode ser aproximado a um corpo negro". "A energia em um quantum de luz depende da frequência, logo podemos calcular quantos fótons as lâmpadas da sala emitem".

Dessa maneira, os resultados apresentados acima, além de revelarem que os estudantes compreenderam o conceito de quantum de luz e quantização, também demonstram que alguns deles, a saber os constituintes do Grupo B', foram além dos conteúdos abordados, pondo-se, nesta feita, a investigar assuntos que não se fazem presentes na estrutura curricular do material instrucional proposto.

Tendo em vista que os estudantes não apresentaram qualquer que fosse o conteúdo nos campos *Registros* e *Transformações*, finalizamos aqui a nossa descrição e analise acerca dos diagramas preenchidos pelos alunos sobre o "Quantum" de luz e sobre a "Quantização".

Durante as discussões relativas a quantização, dois estudantes da turma, dos grupos B e C, a saber, aqueles que havíamos denominado genericamente de B3 e C1, evadiram a escola por razões que, como já destacamos anteriormente, fogem ao escopo de aplicação deste trabalho, de maneira tal que reorganizamos os grupos, a pedidos dos estudantes seguinte forma: Grupo A": A1, A2, A4, A5; Grupo B": B1, D3, D4, B4, D2; Grupo C": B5, C2, C4, D1.

9.4.4 Visões sobre o Átomo

Apresentamos aqui os resultados obtidos com a proposição da elaboração de um diagrama epistemológico de Gowin tendo como objeto/evento teórico de investigação o Átomo, de tal maneira que se faz necessário trazer à baila as questões-foco propostas pelos estudantes:

Grupo A": "Do que é feita a matéria?", "Do que são feitos os átomos?", "Como poderiam ser estáveis as orbitas dos elétrons ao redor do átomo se a cada período de órbita completa parte da energia dos elétrons é emitida na forma de ondas eletromagnéticas?"

Grupo B": "Qual é a cor emitida pelos átomos durante a mudança de nível dos elétrons?", "Como as lâmpadas led funcionam?", "Qual é a diferença entre o fóton e o quantum?"

Grupo C": "Qual é a estrutura interna dos átomos?", "Qual é a condição de frequência Einstein-Bohr". "Como podemos calcular a constante de Rydberg?"

9.4.4.1 Elementos do Domínio Conceitual

Consideremos aqui os elementos conceituais do diagrama sobre o Átomo. No que concerne ao campo *Filosofias*, os estudantes destacaram:

Grupo A": "Interpretação de Bohr", "Interpretação da Física Clássica".

Grupo B": "Interpretação de Bohr", "Interpretação da Física Clássica", "Empirismo".

Grupo C": "Interpretação de Dalton", "Interpretação de Thomson", "Interpretação de Rutherford", "Interpretação de Bohr".

Notemos aí que os estudantes fizeram referência a conteúdos que não foram abordados no livro-texto proposto, o que indica que realizaram uma pesquisa prévia em outros meios para a construção do diagrama solicitado, o que, por sua vez, demonstra o engajamento da turma na realização dessa atividade.

As teorias apresentadas pelos estudantes foram as seguintes:

Grupo A": "Teoria de Demócrito", "Teoria de Thomson", "Teoria de Rutherford", "Teoria de Bohr".

Grupo B": "Teoria de Thomson", "Teoria de Rutherford", "Teoria de Bohr"

Grupo C”: “Teoria de Dalton”, “Teoria de Thomson”, “Teoria de Rutherford”, “Teoria de Bohr”.

No que concerne aos princípios, os estudantes apontaram:

Grupo A”: “Princípio de Larmor”, “Princípio da correspondência”.

Grupo B”: “Princípio de Larmor”, “Princípio da quantização”, “Princípio da correspondência”.

Grupo C”: “Princípio de Larmor”, “Princípio da quantização”.

Nesse sentido chamamos atenção para o fato de que estes resultados correspondem às *Teorias* e aos *Princípios* discutidos no nosso material instrucional e nos momentos de sala de aula.

De maneira análoga, no que se refere aos conceitos, os estudantes apresentaram:

Grupo A”: “Carga elétrica”, “Carga elementar”, “Esfera carregada”, “Estado estacionário” ,“Raio de Bohr”, “Momento linear do elétron”, “Momento angular”, “Quantum de luz”, “Nível de Energia”, “Condição de Frequência Einstein-Bohr: $E_s - E_p = h\upsilon_{s,p}$”.

Grupo B”: “Ondas eletromagnéticas”, “Raio de Bohr”, “Momento linear do elétron”, “Momento angular”, “Quantum de luz”, “Nível de Energia”, “Condição de Frequência Einstein-Bohr: $E_s - E_p = h\upsilon_{s,p}$”, “Partícula Neutra”, “Átomo”, “Elétron”, “Próton”, “Neutron”.

Grupo C”: “Prótons”, “Elétrons”, “Nêutron”, “Estado estacionário“, “Onda eletromagnética”, “Quantum de luz: E = hv”, “Fóton“, “Raio de Bohr”, “condição de frequência Einstein-Bohr”.

Dessa maneira, percebemos que os conceitos apresentados pelos estudantes correspondem parcialmente aos conceitos da teoria quântica velha discutidos nos encontros propostos, o que demonstra o empenho dos grupos na interação com o material proposto. Finalizamos, dessa maneira, a nossa exposição dos resultados obtidos com a proposição da construção de um diagrama epistemológico acerca do *Átomo*.

9.4.4.2 Elementos do Domínio Metodológico

Nesta seção vamos fazer uma breve exposição dos elementos metodológicos provenientes do diagrama epistemológico acerca do átomo preenchido pelos estudantes. Para tal empreendimento, comecemos então pela exposição das *Asserções de Conhecimento*:

Grupo A": "A teoria de Bohr explica as linhas de emissão e absorção espectral do átomo de hidrogênio", "A interação entre as cargas é de natureza coulombiana", "Fórmula empírica de J. J. Balmer: $\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$","Em 1900, o físico francês Paul Villard (1860-1934) verificou ainda que o urânio emite radiação gama, aquela que não é defletida por um campo magnético", Thomson descobriu o modelo do pudim de ameixas", "William Bragg mostrou que os raios gama são ondas eletromagnéticas", "Ernest Rutherford e seus colaboradores em Cambridge descobriram as radiações alfa e beta, a natureza da radioatividade, e a teoria da transmutação dos elementos", "Bohr assume que o átomo emite energia da mesma maneira que os osciladores das paredes de uma cavidade, ou seja, em quantidades discretas".

Grupo B": "O átomo é formado por prótons, nêutrons e elétrons ao redor do núcleo. " Mas elétrons girando ao redor do núcleo liberam radiação eletromagnética", "No modelo de Rutherford, o átomo implodiria nele mesmo", Postulados de Bohr: 1. As elétrons descrevem orbitas estacionárias ao redor núcleo; 2. A energia liberada na transição entre dois estados estacionários 1 e 2 é: $E_2 - E_1 = h\upsilon_{1,2}$", "O fóton é como um recipiente para o quantum, ou seja, o fóton é o corpo do quantum".

Grupo C": "Os elétrons tem carga negativa, os prótons carga positiva e os nêutrons carga neutra", "os elétrons prótons neutros tem carga e massa diferentes", "Bohr descobriu os saltos quânticos", "A energia em um salto quântico é: E = hv", "Nos saltos quânticos o elétron recebe um quantum ou libera um fóton", "a explicação do átomo mudou com o tempo", "De acordo com a tese de Thomson, as cargas positivas deveriam prover a força atrativa e manter os elétrons confinados, formando configurações de equilíbrio dinâmico na esfera de cargas", "A fórmula de Larmor é: $P(t_r) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q^2 a(t_r)^2}{c^3}$".

Considerando os resultados anteriores, foi solicitado aos discentes que elaborassem de maneira mais original, ou seja com as próprias palavras, as suas *Asserções de Conhecimento*. De fato, comparando com os diagramas anteriores

notamos que, apesar de não ter sido uma recomendação aceita em sua totalidade, como foi justificado pelo estudante D2, que proferiu a contestação máxima em sala de aula: - “Professor, eu não sei pegar o livro e escrever diferente de outro jeito”, e pelo estudante A1: -“Escrever de outro jeito é muito difícil”, consideramos os resultados obtidos como satisfatórios, tendo em vista que neles já podemos enxergar algumas elaborações originais, ainda que as mesmas sejam mínimas.

Passemos agora a apresentação das Asserções de Valor elaboradas pelos estudantes:

Grupo A”: “A radioatividade permite os exames de raios x”

Grupo C”: “A ciência depende da cooperação dos cientistas”, “A teoria de Bohr ajuda a descobrir do que são feitas as estrelas.”

O grupo B” não apresentou *Asserções de Valor* para o diagrama referente ao *problema do Átomo*. Não obstante, percebemos que os estudantes dos Grupos A” e C” apresentaram *Asserções de Valor* nos moldes do que se esperava, tendo em vista que fizeram referência ao valor produzido pelo tema tratado.

9.4.5 Uma breve consideração

No que concerne aos diagramas propostos aos alunos sobre a dualidade onda-partícula e o sobre problema do conhecimento da realidade na teoria quântica, foi aplicada uma metodologia diferente no que concerne a elaboração dos diagramas, devido a participação de vários estudantes (os alunos A1, A2, A4, A5, B4, C4, D1) envolvidos nesta intervenção no Encontro Estudantil do Estado de Alagoas[28], que foi realizado no dia 27 de novembro de 2019 mas que exigiu uma enorme preparação dos estudantes para a apresentação de trabalhos de pesquisa, com a finalidade de adequar o tempo de estudos dos estudantes, que se encontram em uma realidade

[28] O Encontro Estudantil da Rede Estadual de Alagoas é uma iniciativa da Secretária de Educação e tem por finalidade promover uma integração entre a escola e a comunidade por meio do incentivo ao desenvolvimento de Projetos Interdisciplinares, Projetos Sociais, Projetos Culturais e/ou Projetos Científicos. Na sua quarta edição em 2019, o Encontro deste ano teve como tema motivador *A integração da escola com o território para a construção de cidades educadoras*.

completamente diferente da realidade dos estudantes[29] do ensino em tempo parcial, a entrega dos diagramas propostos.

Para tal, foi acordado que, após as discussões em sala de aula, os discentes deveriam elaborar individualmente os seus diagramas tomando como objetos/eventos teóricos a *"Dualidade Onda-Partícula"* e a "*Realidade"*.

9.4.6 Visões sobre a dualidade Onda-Partícula

Partindo do exposto na seção precedente, vamos discorrer brevemente sobre os resultados obtidos com os diagramas epistemológicos de Gowin preenchidos pelos estudantes. Para tal empreendimento, vamos comentar sobre as concepções gerais apresentadas pelos estudantes quanto aos domínios conceitual e metodológico reconhecidos. Vale salientar ainda que dos 13 estudantes envolvidos nessa etapa da intervenção apenas 12 entregaram o diagrama epistemológico tomando como objeto/evento teórico a "*Dualidade Onda-Partícula".*

Comecemos dessa maneira pela exposição de algumas questões-foco suscitadas pelos estudantes:

Aluno A4: "Seria possível conceber um arranjo experimental no qual se manifestem ambos os aspectos corpusculares e ondulatórios?"

Aluno A5: "Por qual caminho rumou o fóton?"

Aluno B4: "Como conciliar a natureza discreta da radiação poderia ser reconciliada com os experimentos de interferência e difração?"

Aluno D1: "Como é possível que o quantum seja onda e partícula ao mesmo tempo?", "Como conciliar os resultados físicos obtidos com o princípio de correspondência?"

Esse resultado mostra que os estudantes compreenderam, de fato, o problema que se coloca com a investigação do fenômeno da dualidade onda-partícula e que, de fato, interagiram com o material instrucional elaborado. A análise dos domínios

[29] Os estudantes do ensino integral do estado de Alagoas se encontram em uma realidade completamente diferente da realidade vivenciada pelos discentes do ensino regular, tendo em vista que experiência m uma jornada de estudo constituída por um período de 9 horas por dia na escola, período esse no qual, estuda as disciplinas básicas do ensino médio, disciplinas eletivas, desenvolvem projetos na disciplina projetos integradores com auxílio do professor, se integram a clubes de estudo e participam de eventos científicos-culturais dos mais diversos promovidos pela escola.

conceitual e metodológico apresentados pelo grupo de 12 estudantes, possibilitou a constituição de uma avaliação geral da turma com a atribuição do conceito “Regular”, o que, em uma escala de notas de 0 a 10, corresponderia a nota 7,0, considerando que a maioria dos estudantes, fez referência às interpretações de Bohr, Einstein, de Broglie e Heisenberg, aos Princípios de “quantização”, “complementaridade”, “correspondência” e “incerteza”, além de terem associado os conceitos envolvidos no conteúdo estudado às *Asserções de Conhecimento* e *de Valor*. Além disso, uma parcela significativa dos estudantes associou o experimento de dupla fenda ao fenômeno da dualidade onda-partícula.

9.4.7 Visões sobre o problema do conhecimento da Realidade na teoria quântica

Nesta seção, vamos comentar brevemente sobre os resultados obtidos com os diagramas epistemológicos sobre o problema da realidade na teoria quântica, proposto aos alunos.

Antes de começarmos, entretanto, se faz necessário salientar que o problema da realidade foi recebido de maneira muito amistosa pelos estudantes e promoveu momentos de discussões acaloradas em sala de aula, ocorrendo em dois encontros. No primeiro foi apresentado o conteúdo tratado no material instrucional guiado pela proposição de questões para discussão e no segundo foi proposta a discussão entre os grupos de alunos para que, nas semanas que se seguissem, os estudantes pudessem preencher individualmente os seus diagramas e, por meio disso, registrar a sua opinião pessoal, baseada em argumentos construídos em sala de aula, acerca do problema em questão.

Para tanto, foi proposto aos alunos não somente o objeto/evento teórico *Realidade*, mas também a questão-foco: *É possível conhecer a Realidade?*.

Na atividade houve uma participação completa do restante de alunos da etapa anterior, ou seja, dos 13 alunos que restaram na turma. Tanto pelas discussões realizadas no contexto da aula como pelo conteúdo dos elementos dos domínios conceitual e metodológico apresentados pelos estudantes avaliamos a aplicação da

proposição de preenchimento de um diagrama de Gowin sobre o problema da realidade como satisfatório.

Isto, por sua vez, tendo em vista, de acordo com os resultados obtidos, que os discentes demonstraram ter compreendido a posição de Einstein e de Bohr sobre essa questão, apresentando todos os elementos dos domínios conceitual e metodológico, com exceção às *Transformações* e *Registros*, e nas *Asserções de Conhecimento* e de *Valor*, relacionando-as com c*onceitos* que, embora estivessem implícitos no texto do material instrucional, foram tratados durante as discussões em sala de aula, por intermédio de questões suscitadas pelos próprios estudantes, como o de *Realidade Objetiva* e o de *Realidade Subjetiva*, por exemplo.

Ainda, por meio da verificação dos resultados obtidos com os diagramas sobre os objetos/eventos teóricos em foco, preenchidos pelos alunos, depreendemos que uma parcela muito significativa dos estudantes reconheceu o período do debate entre Einstein e Bohr como um período de *Ciência Extraordinária*, isto é, no qual o paradigma quântico se estabelecia.

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, partimos de duas hipóteses fundamentais. Apresentamos a primeira no âmbito da introdução deste texto. De maneira tal que ela se constituiu da consideração inicial de que a exploração orientada de episódios da história da ciência concernentes ao período denominado *ciência extraordinária*, isto é, relativos à transição e/ou estabelecimento de novos paradigmas científicos, conforme é definido por *Thomas S. Kuhn* em sua obra seminal da filosofia da ciência *A Estrutura das Revoluções Científicas*, pode contribuir para a potencialização da aprendizagem significativa em teoria quântica, principalmente no que se refere aos aspectos epistemológicos envolvidos em tais episódios.

Assim, com a finalidade de inserir tópicos de teoria quântica e, ao mesmo tempo verificar a validade da nossa primeira hipótese, empreendemos a elaboração de uma revisão bibliográfica sobre o referido período kuhniano, de maneira a adotarmos nessa construção uma postura metodológica que, de acordo com o apontado por Monteiro et al (2009), se aproxima simultaneamente de uma abordagem histórico-filosófica e de uma abordagem semiclássica.

Como segunda hipótese consideramos a possibilidade de que a utilização do instrumento heurístico Vê de Gowin, enquanto instrumento motivador e organizador do conhecimento para possíveis discussões e, ainda, de avaliação da aprendizagem, tendo em vista que permite a constituição de uma visão desempacotada do conhecimento científico, pode contribuir para o estabelecimento da aprendizagem significativa em física.

A partir daí, com a finalidade de demonstrar isto, elaboramos um livro-texto básico sobre a teoria quântica, direcionado a alunos do ensino médio, no qual perseguimos o rastro de três belíssimos paradoxos quânticos fundamentais, que constituem exemplos de profunda ruptura com a teoria clássica, a saber, o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, o paradoxo da dualidade onda-partícula e o paradoxo da realidade. Não obstante, para verificarmos a validade de nossa primeira hipótese, propomos uma sequência didática para o uso desse material instrucional voltada para

professores de física do ensino médio que desejem inserir tópicos fundamentais de teoria quântica em suas aulas.

Em uma breve experiência didática, realizada no período de outubro a novembro do ano de 2019, aplicamos nosso material instrucional, constituído por um livro-texto didático e uma sequência de ensino, em uma turma do ensino médio, que contou com a participação efetiva de 13 estudantes da 2ª série do ensino médio em uma escola de ensino integral da rede estadual.

De fato, como esperado, conforme descrevemos na seção *Resultados Obtidos* do *Capítulo 9*, a aplicação da sequência didática elaborada e a utilização do material instrucional proposto, permitiu verificarmos que os estudantes desenvolveram uma concepção mais visceral da ciência, em particular da teoria quântica, tendo em vista que: (1) reconheceram a ciência enquanto uma construção humana historicamente situada, (2) reconheceram a ciência uma construção coletiva, (3) reconheceram a ciência como um conhecimento transitório, porém confiável, e (4) reconheceram a nãoneutralidade do empreendimento científico.

Além disso, no contexto de sala de aula, a aplicação do material instrucional aqui referido, por meio da aplicação da sequência de ensino que elaboramos, permitiu que os estudantes construíssem coletivamente, por meio de discussões guiadas por questões motivadoras, propostas de argumentação e discursos próprios para a defesa de suas posições pessoais acerca de problemas filosóficos centrais na teoria quântica, como o problema da Realidade.

Nesse sentido, dadas as finalidades do ensino médio, as quais nos referimos *Seção 3.2* do nosso *Capítulo 3*, acreditamos que a correta utilização do nosso material instrucional, assim como outros resultados de pesquisa científico na área de ensino de física, pode contribuir para o estabelecimento do processo de alfabetização científica no contexto escolar. Todavia, dada as limitações temporais na aplicação de nossa proposta didática, a nossa intervenção em sala de aula não contemplou todo o potencial de utilização dos diagramas epistemológicos de Gowin, tendo em vista que tal instrumento possibilita a constituição de uma visão integral do empreendimento científico. Isto, ocorreu também pela falta de uma concepção didática de como apresentar aos estudantes temas como o conceito de *Observável,* de tão significativa centralidade na física, sem o uso de uma estrutura matemática tão adequada quantos

os operadores lineares e o espaço de Hilbert, ou ainda, sem a belíssima *notação de Dirac*. Afinal, como poderíamos falar realmente de medição na teoria quântica, sem falar de observável?

Ademais, como apresentamos no nosso *Capítulo 4*, em que se pese muitos aspectos relevantes e inclusive as nobres recomendações do professor Marco Antonio Moreira, existem muitos obstáculos epistemológicos à inserção da teoria quântica na educação básica, sendo talvez a matemática, o maior deles.

Apesar disso, na nossa intervenção, percebemos que, na dosagem certa a matemática, enquanto um instrumento de demonstração da beleza presente nos paradoxos quânticos, como foi o caso, por exemplo, da exploração do princípio da incerteza e da aplicação do postulado de de Broglie, pode se transformar em um aspecto motivador de discussões e, por conseguinte, em uma ferramenta estimuladora para a continuidade dos estudos.

Nesse espírito, com a finalidade de contribuir para a atualização curricular do ensino médio, a nossa grande perspectiva para o futuro consubstancia-se em investigar como tratar outros conteúdos concernentes à teoria quântica, como os postulados da teoria quântica, os elementos de realidade presentes no seminal trabalho da história da física de Einstein, Podolsky e Rosen, e outros assuntos igualmente fascinantes como a relatividade especial, por exemplo, dando assim continuidade ao nosso material instrucional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRIL, Olga L. Castiblanco; NARDI, Roberto Nardi. "OS “OBJETOS DE ESTUDO” DA PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA SEGUNDO PESQUISADORES BRASILEIROS". **Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências**, vol. 17, n.2, p. 414-433, Belo Horizonte, 2015.

AGUIAR, Márcia Angela da Silva; DOURADO, Luiz Fernandes. A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas. **Recife: ANPAE**, 2018.

AGUIAR, Orlando.Kleinke, M. Menezes, LC. Pierson, AHC.Perspectivas e desafios da Base Nacional Comum Curricular e da Reforma do Ensino Médio para o Ensino de Física e Ciências e suas pesquisas. **Resumos**, 2018.

ALMEIDA, Guido Antônio de. Sobre o princípio e a lei universal do Direito em Kant. **Kriterion: Revista de Filosofia**, v. 47, n. 114, p. 209-222, 2006.

ALVARENGA, B., A relevância do ensino da física atômica e das partículas elementares no currículo do 2º grau, In: Do Átomo Grego à Física das Interações Fundamentais CARUSO, F & SANTORO, A. (ORGs.) , Rio de Janeiro: **Associação Internacional dos Amigos da Física Experimental de Altas Energias AIAFEX**, 1994, p. 223-245

ARAÚJO JR, Anastácio Borges de. A natureza dos números na República de Platão. **Kriterion: Revista de Filosofia**, v. 51, n. 122, p. 459-471, 2010.

ARRUDA, Sergio de Mello; VILLANI, Alberto. Sobre as origens da relatividade especial: relações entre quanta e relatividade em 1905. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 13, n. 1, p. 32-46, 1996.

AUSUBEL, D. P. **The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D.P. **A aprendizagem significativa**. Moraes, SP, 1982.

BAGNATO, Vanderlei Salvador. **Laser e suas aplicações em Ciência e Tecnologia**. Editora Livraria da Física, 2008.

BARDE, Nilesh P.; PATIL, Sandeep D.; KOKNE, Pravin M.; BARDAPURKAR, Pranav P.. Deriving time dependent Schrödinger equation from Wave-Mechanics, Schrödinger time independent equation, Classical and Hamilton-Jacobi equations. **Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies**, v. 14, n. 26, p. 31-48, 2015.

BARTHES, Roland. A aula. 7ª ed. Cultrix, São Paulo - SP, 1996. In: CHASSOT, Attico. **Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social**. Revista Brasileira de Educação, n. 22, p. 89-100, 2003.

BASSALO, J. M. F., ***Partículas Elementares: Do Átomo Grego à Supercorda***, In: Do Átomo Grego à Física das Interações Fundamentais CARUSO, F & SANTORO, A. (ORGs.) , Rio de Janeiro: Associação Internacional dos Amigos da Física Experimental de Altas Energias AIAFEX, 1994, p. 87-165

BASSALO, J.M.F., Crônicas da Física 1, Editora Universidade Federal do Pará ,1987.

BASSALO, Jose Maria Filardo. Sobre a Lei de Rayleigh-Jeans. **Revista Brasileira de Ensino da Física**, v. 18, n. 1, p. 30-32, 1996.

BASTOS FILHO, J. B., Diálogos entre a pesquisa em educação, a pesquisa em física e a pesquisa em ensino de física: pontos de aproximação e de afastamento, In: **Controvérsia da Pesquisa em Ensino de Física**, Orgs. CAMARGO et al., São Paulo: Livraria da Física, 2014, p. 245-264.

BASTOS FILHO, J. B., Pode-se progredir com base em fundamentos inconsistentes? O caso do àtomo de Bohr, **Cad. Bras. Ens. Fís**. , vol. 20, n.

BASTOS FILHO, J. B.; SIQUEIRA, A. F. . O EXPERIMENTO DE DUPLA FENDA COMO EXEMPLO DE INCOGNOSCIBILIDADE ?. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SÃO PAULO, v. 15, n.1-4, p. 153-162, 1993.

BASTOS FILHO, Jenner Barretto. O ensino da mecânica quântica e o paradoxo da compreensão. **ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA**, v. 9, 2004.

BASTOS FILHO, Jenner Barretto. Os problemas epistemológicos da realidade, da compreensibilidade e da causalidade na teoria quântica. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo , v. 25, n. 2, p. 125-147, June 2003 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S180611172003000200002&lng=en&nrm=iso>. access on 01 Jul. 2019.

BJERRUM, N., Infrared absorption spectra of gases. **Nernst Festschrifte**, p.90, Halle, Germany, 1912.

BOHR, N., On the constitution of atom and molecules. **Philosophical Magazine**, S. 6, 26, n.151, p. 1-25 (1913).

BOISSEAU, C.; AUDOUARD, E.; VIGUÉ, J. Comment on “Breakdown of Bohr's Correspondence Principle”. **Physical review letters**, v. 86, n. 12, p. 2694, 2001.
BOKULICH, Alisa, Bohr's Correspondence Principle, ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy*** **(Spring 2014 Edition)**, Edward N. Zalta (ed.), Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/bohr-correspondence/>.Acesso em: janeiro de 2019.

BOKULICH, Alisa. Bohr’s correspondence principle. 2010.

BORN, Max, ***Atomic Physics****, seventh edition*, London, Glasgow: Blackie & Son Limited, 1962

BORN, Max, ***Física Atômica***, 2ª edição, Lisboa: Fundação Calouste Gulbekian, 1966

BORNHEIM, Gerd. **Filósofos pré-socráticos, Os**. Editora Cultrix, 2005.

BORTOLETTO, A.; SUTIL, N.; BOSS, S. L. B.; IACHEL, G.; NARDI, R. **Pesquisa em Ensino de Física (2000-2007): áreas temáticas em eventos e revistas nacionais.** In: MORTIMER, Eduardo Fleury (Org.). Anais do VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. Florianópolis: ABRAPEC, 2007.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Fundamentos pedagógicos e estrutura geral da BNCC. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192>. Acesso em jan. 2018

BRASIL. Lei n.º13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 2014a.
BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/ind ex.php?option=com_docma n&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril2018pdf& Itemid=3019 2> . Acesso em: nov. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **PCN+ - Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares**. Brasília, DF: MEC, 2002. Disponível em:< http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_FIS. pdf> . Acesso em: jan. 2018.

BREHM, John J.; MULLINS, William J. Introduction to the structure of matter: a course in modern physics. **Introduction to the Structure of Matter: A Course in Modern Physics, by John J. Brehm, William J. Mullins, pp. 960. ISBN 0-471-60531-X. Wiley-VCH, January 1989.**, p. 960, 1989.

BROWN, Harvey R. O debate Einstein-Bohr sobre a mecânica quântica. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, v. 2, p. 51-89, 1981.

BRUNER, Jerome, ***Processo da Educação****,* Edições 70, Lisboa, 1998

BUCKINGHAM, Edgar. On the deduction of Wien's displacement law. **Journal of the Washington Academy of Sciences**, v. 2, n. 7, p. 180-182, 1912.

CACHAPUZ, A. **A emergência da didática das ciências como campo especifico de conhecimento.** Revista Portuguesa de Educação, 14(1), pp. 155-195, 2001.

CARUSO, F; OGURI,V. & SANTORO, A. (ORGs.), Manaus: Editora da Universidade Federal do Amazonas (EDUA), 2005, p. 169-191.

CARUSO, Francisco; OGURI, Vitor. O\'Atomo. **arXiv preprint arXiv:1508.05841**, 2015.

CARUSO, Francisco; OGURI, Vitor. **Física Moderna: origens clássicas e fundamentos quânticos**. Elsevier, 2006.

CARVALHO, A. M. P.; VANNUCCHI, A. I. **O currículo de Física: inovações e tendências nos anos noventa. Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 3-19, 1996.

CHAMIZO, José A. Heuristic diagrams as a tool to teach history of science. **Science & Education**, v. 21, n. 5, p. 745-762, 2012.

CHASSOT, Attico. **Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social**. Revista Brasileira de Educação, n. 22, p. 89-100, 2003.

COHEN-TANNOUDJI, C., DIU, B.; LALOE, F. ***Quantum mechanics***. John Wiley & Sons Ltd., New York, p. 240, 1977

DARRIGOL, Olivier. A simplified genesis of quantum mechanics. **Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics**, v. 40, n. 2, p. 151-166, 2009.

DE BROGLIE, L., **Nouvelles perspectives en microphysique**, Coll. Champs Flammarion, 1992

DE BROGLIE, Louis. The wave nature of the electron. **Nobel lecture**, v. 12, p. 244-256, 1929.

DELIZOICOV, D. **Pesquisa em ensino de Ciências como Ciências Humanas aplicadas**. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 21, n. 2, p. 145-175, ago. 2004.

DELIZOICOV, D. **Pesquisa em ensino de ciências no Brasil: fatores que determinaram sua constituição e suas características segundo pesquisadores brasileiros.** In: NARDI, R. (Org.) A pesquisa em ensino de ciências no Brasil: alguns recortes, p.413-449, São Paulo: Escrituras, 2007.

DIONISIO, Paulo Henrique. Albert Einstein e a física quântica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 22, n. 2, p. 147-164, 2005.

DIRAC, Paul Adrien Maurice. **The principles of quantum mechanics**. Oxford university press, 1981.

DUARTE, Rafael Pinto. Cooperação internacional para o desenvolvimento em ciência e tecnologia: a participação brasileira na Organização Europeia para Pesquisa Nuclear (CERN). **Journal of Technology Management & Innovation**, v. 3, n. 4, p. 133-151, 2008.

EHRENFEST, P., **Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft**. Ges. 15, 1159, 1913.

EHRENFEST, P., Welche züge der lichtquantenhypothese spielen in der theorie der wärmestrahlung eine wesentliche rolle? **Annalen der Physik**, 36, p. 91-118, 1911.

EINSTEIN, A. Letter from Dr. Albert Einstein. In: HERBERT, L. Samuel. (Org.). **Essay in Physics**. Oxford: Blackwell, 1951.

EINSTEIN, A. Sobre o estado presente do problema da radiação. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, p. 69-76, 2005.

EINSTEIN, Albert. Física e realidade. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 1, p. 9-22, 2006.

EINSTEIN, Albert. On a heuristic point of view about the creation and conversion of light. **Annalen der Physik**, v. 17, n. 6, p. 132-148, 1905.

EINSTEIN, Albert. **Relativity**. Routledge, 2013.

EINSTEIN, Albert; PODOLSKY, Boris; ROSEN, Nathan. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?. **Physical review**, v. 47, n. 10, p. 777, 1935.

EISBERG, Robert; RESNICK, Robert. Física quântica. **Rio de Janeiro: Editora Campus**, 1979.

ESFELD, Michael. Essay Review Wigner's View of Physical Reality Michael Esfeld1. **Studies in History and Philosophy of Modern Physics**, v. 30, p. 145-154, 1999.

FABRO, Rafaela Regina; SAUER, Laurete Zanol. Material Potencialmente Significativo para o Ensino da Equação da Circunferência. **Scientia cum Industria**, v. 5, n. 3, p. 199-204, 2018.

FELDENS, Bruno; DIAS, Penha Maria Cardoso; SANTOS, Wilma Machado Soares. E assim se fez o quantum. . . **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo , v. 32, n. 2, p. 1-11, June 2010 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S180611172010000200015&lng=en&n- rm=iso>. Acesso em: 08 de Janeiro de 2018.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Dicionário Aurélio da língua portuguesa.** 5.ed. Curitiba: Positivo, 2010. p. 1687.

FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M., *Lectures on Physics*, Addison Wesley, 1965.

FIOLHAIS, Carlos; TRINDADE, Jorge. Física no computador: o computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas. **Rev. Bras. Ensino Fís. [online]**. 2003, vol.25, n.3, pp. 259-272. ISSN 1806-1117

FLEMING, Henrique, *Prefácio ao* CARUSO, F. & OGURI, V. ***Física Moderna: Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos***, Rio de Janeiro: Elsevir, 2006

FODOR, J.A. **Concepts. Where cognitive science went wrong**. Oxford: Clarendon Press, 1998

FREIRE JR, O., PESSOA JR, O., and BROMBERG, JL., orgs. **Teoria Quântica: estudos históricos e implicações culturais [online]**. Campina Grande: EDUEPB; São Paulo: Livraria da Física, 2011. 456 p. ISBN 978-85-7879-060-8

FREIRE JR, Olival; PESSOA JR, Osvaldo; BROMBERG, Joan Lisa. **Teoria quântica: estudos históricos e implicações culturais**. eduepb, 2011.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler – em três artigos que se completam**. São Paulo: Cortez, 2005.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**. São Paulo: Paz e Terra, 1988.

GADOTTI, Moacir. **MOVA, por um Brasil Alfabetizado**. 2008.

GIL PÉREZ, D.,1994. Diez años de investigación en didáctica de las ciencias: realizaciones y perspectivas, Enseñanza de las Ciencias, Barcelona 12 (2) , pp.154-164. In: CARVALHO, A. M. P.; VANNUCCHI, A. I. **O currículo de Física: inovações e tendências nos anos noventa. Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 3-19, 1996.

GLEISER, M. **Einstein, Bohr, And Ultimate Reality**. Cosmos & Culture. 2010. Disponível em: <https://www.npr.org/sections/13.7/2010 /08/23/129375 505/einstein-bohr-andultimate -reality> Acesso em: 26 de novembro de 2019

GOWIN, D.B.1981 **Educating**. Ithaca, Cornel University Press, 1981.

GRECA, Ileana Maria; MOREIRA, Marco Antonio; HERSCOVITZ, Victoria E.. Uma proposta para o ensino de mecânica quântica. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo , v. 23, n. 4, p. 444-457, Dec. 2001 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172001000400010&lng=en&nrm=iso>. access on 20 Nov. 2019.

GREENBERGER, D. M. **Fundamental Problems in Quantum Theory**. Annals of the New York Academy of Sciences, v. 177, p. xiii-xiv, 1995.

GRIFFITHS, D.J. **Introduction to Electrodynamics**, 3a ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1999.

GUIMARÃES, Rodrigo Pinto. Deixando o preconceito de lado e entendendo o behaviorismo radical. **Psicologia: ciência e profissão**, v. 23, n. 3, p. 60-67, 2003.

HAENDLER, Blanca L. Presenting the Bohr atom. **Journal of Chemical Education**, v. 59, n. 5, p. 372, 1982.

HARRY, J. O., ***Contribuição Bruneriana para o Ensino de Ciências***, Saberes Docentes em Ação, vol. 2, n. 1, 2016, p. 284-293, Disponível em:< http://www.maceio.al.gov.br/wpcontent/uploads/lucasragucci/pdf/2016/1 1/20-CONTRIBUI%C3%87%C3%83O-BRUNERIANA.pdf> Acesso em: dez. 2019

HARRY, OSVALDO**. A sinergia entre a quarta comunidade e o CERN ('Organisation Européenne Pour La Recherche Nucléaire') para a melhoria do ensino de física no nível médio**. 2016. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, AL, 2016.

HEISENBERG, W. Über den anschaulichen Inhalte der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. **Zeitschrift für Physik**, v. 43, p. 172–198, 1927.

HEITLER, Walter. **The quantum theory of radiation**. Courier Corporation, 1954

HOD, Shahar. Bohr's correspondence principle and the area spectrum of quantum black holes. **Physical Review Letters**, v. 81, n. 20, p. 4293, 1998.

HORVATH, J. E.; ALLEN, MARCELO PORTO. **Cosmologia Física: do micro ao macrocosmos e vice-versa**. Editora Livraria da Física, 2007.

JAMMER, Max et al**The conceptual development of quantum mechanics**. New York: McGraw-Hill, 1966.

KANT, I. **Crítica da razão pura**. Trad. de Alexandre F. Morujão e Manuela P. dos Santos. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1989.

KLEIN, Martin J. Einstein and the development of quantum physics. **Einstein: A centenary volume**, p. 133-151, 1979.

KLEIN, Martin J. The beginnings of quantum theory. pp 1-39, in: **Proceedings of the 57th International School of Physics "Enrico Fermi"**. New York/London: Academic Press, 1977.

KRAJEWSKI, Władysław. **Correspondence principle and growth of science**. Springer Science & Business Media, 2012.

KUHN, Thomas S. Black-body theory and the quantum discontinuity (1894-1912). **Oxford University Press**, 1978.

KUHN, Thomas S. Second thoughts on paradigms. **The structure of scientific theories**, v. 2, p. 459-482, 1974.

LAKATOS, I. *O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica*. In: LAKATOS I,; MUSGRAVE, A. (Orgs). ***A crítica e o desenvolvimento do conhecimento****.* São Paulo: Cultrix; Editora da Universidade de São Paulo, 1979, p. 109-243.

LEBOFSKY, Larry; LEBOFSKY, Nancy; HIGGINS, Michelle; MCCARTHY, Don. **A Human-Powered Orrery: Connecting Learners with the Night Sky. The Universe in the Classroom**, San Francisco, n. 82, p. 1-5, winter 2013. Disponível em: http://astrosociety.org/wp-content/uploads/2013/02/uitc82.pdf . Acesso em: 4 de novembro de 2016

LEDERMAN, N.G. **Teacher's Understanding of the Nature of Science and Classroom Practice: Factors that Facilitate or Impede the Relationship**. Journal of Research in Science Teaching, v. 36, p. 916-929, 1999.

LEDERMAN, Norm G. et al**Views of nature of science questionnaire: Toward valid and meaningful assessment of learners' conceptions of nature of science**. Journal of research in science teaching, v. 39, n. 6, p. 497-521, 2002.

LEONEL, A. **Nanociência e Nanotecnologia: uma proposta de ilha interdisciplinar de racionalidade para o ensino de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio.** 2010. 215 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2010.

LEONEL, André Ary; SOUZA, Carlos Alberto. Nanociência e Nanotecnologia para o ensino de Física Moderna e Contemporânea na Perspectiva da Alfabetização Científica e Técnica. **IN: VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação e Ciências. Florianópolis**, 2009.
Livraria da Física, 1ª edição, 2016

LOPES, José Leite. A imagem física do mundo: de Parmênides a Einstein. **Estudos avançados**, v. 5, n. 12, p. 91-121, 1991.
Lorde Kelvin, Phil. Mag. S.6. 2, Julho (1901). In: POLITO, Antony MM. Radiação de corpo negro e os primórdios da física quântica. **Physicae Organum: Revista dos Estudantes de Física da Universidade de Brasília**, v. 3, n. 2, 2018.

LORENZETTI, Leonir; DELIZOICOV, Demétrio. **Alfabetização científica no contexto das séries iniciais**. *Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 3, n. 1, 2001.

MACHADO, Kleber Daum. Eletromagnetismo. **Ponta Grossa: Toda Palavra Editora**, 2012.

MACHADO, Kleber Daum. Teoria do eletromagnetismo vol. 2. **Ponta Grossa. Editora**, 2002.

MACHADO, Sandro da S. Livramento; DE SOUZA CRUZ, Frederico de Firmo. A Teoria Quântica e a Apropriação do Conhecimento Científico: O uso da História e

Filosofia da Ciência pelos Misticismos. **Anais eletrônicos do 15º Seminario Nacional de Historia da Ciencia e da Tecnologia**, Florianopolis, Santa Catarina –
MAIA, Nelson BO. Caminho para a Física Quântica. **Tradução: Antônio Manuel Alves Morais. São Paulo: Editora e Livraria da Física**, 2009.

MARCONDES, Danilo. **Iniciação à história da filosofia: dos pré-socráticos a Wittgenstein**. Zahar, 1997.

MARQUES, Alfredo, *O Píon*, In: ***Partículas Elementares: 100 anos de descoberta,*** CARUSO, F; OGURI,V. & SANTORO, A. (ORGs.), Manaus: Editora da Universidade Federal do Amazonas (EDUA), 2005, p. 169-191.

MARTINS, R. **A Física no final do século XIX: modelos em crise.** Disponível em: <http://www.comciencia.br/dossies-172/reportagens/fisica/fis ica05.htm>. Acesso em: fevereiro de 2018.

MARTINS, Roberto Vieira. Como Becquerel não descobriu a radioatividade. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 7, p. 27-45, 1990.

MAYR, E. **O desenvolvimento do pensamento biológico: diversidade, evolução e herença**. Brasília: Editora da UnB, 1998

MEGID, J. N., PACHECO, D. in: **Pesquisas sobre o ensino de Física do 2º grau no Brasil – concepção e tratamento de problemas em teses e dissertações**. Roberto Nardi (org.), Pesquisas em Ensino de Física, Escrituras, São Paulo, 1998.

MEHRA, Jagdish & ROCHENBERG, Helmut. **The historical development of quantum theory**. New York: Springer, 1982-1987.5 vols.

MILLER, William H.; COTTON, Stephen J. Communication: Wigner functions in action-angle variables, Bohr-Sommerfeld quantization, the Heisenberg correspondence principle, and a symmetrical quasi-classical approach to the full electronic density matrix. 2016.

MONTEIRO, M. A. ***Discursos de Professores e de Livros Didáticos de Física do Nível Médio em Abordagens sobre o Ensino da Física Moderna e Contemporânea: Algumas Implicações Educacionais***. 2010. Tese de doutorado (Doutorado em Educação para a Ciência) - UNESP, Bauru, S.P., 2010

MONTEIRO, Maria Amélia; NARDI, Roberto; BASTOS FILHO, Jenner Barretto. A sistemática incompreensão da teoria quântica e as dificuldades dos professores na introdução da Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru , v. 15, n. 3, p. 557-580, 2009 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid =S1516731320090003000007&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 08 Fev. 2019.

MOREIRA, M. A. **Ensino de física no Brasil: retrospectiva e perspectiva.** Rev. Bras. Ens. Fis., São Paulo, v. 22, n. 1, p. 94-99, 2000.

MOREIRA, M. A. O que é afinal Aprendizagem Significativa? **Qurriculum**, La Laguna, Espanha, 2012. 2013.

MOREIRA, M. A., **Física de Partículas: Uma abordagem conceitual e epistemológica**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011

MOREIRA, M.A. **Texto de apoio ao professor - Diagramas V para o ensino da Física.** Grupo de Ensino – UFRGS, Porto Alegre, 33p. 1996. Disponível em: < http://www.if.ufrgs.br/public/tapf/n7mo reira.pdf> Acesso em: jun. 2018

MOREIRA, M.A; SALZANO, M. Aprendizagem significativa: a Teoria de David Ausubel. Ed. Centauro. SP, 2011.

MOREIRA, Marco Antonio. O mestrado (profissional) em ensino. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, v. 1, n. 1, p. 131-142, 2004.

MOREIRA, Marco Antonio. **O que é afinal aprendizagem significativa?** 2010. 2016.

MORTIMER, E. F. **Construtivismo, mudança conceitual e ensino de ciências:**

MORTIMER, Eduardo Fleury (Org.). **Anais do VI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**. Florianópolis: ABRAPEC, 2007. NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, XVII, 2007.

NARDI R.; ALMEIDA, M.J.P.M. Investigação em ensino de ciências no Brasil segundo pesquisadores da área: alguns fatores que lhe deram origem. Proposições, Campinas, v. 18, n. 1 (52) - jan./abr., 2007. In: ABRIL, Olga L. Castiblanco; NARDI, Roberto Nardi. "**OS "OBJETOS DE ESTUDO" DA PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA SEGUNDO PESQUISADORES BRASILEIROS".** Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências vol. 17, n.2, p. 414-433, Belo Horizonte, 2015.

NARDI, R. (org.), **Pesquisas em Ensino de Física**, Escrituras, São Paulo, 1998.

NARDI, R. **A emergência da didática das ciências como campo especifico de conhecimento**. Grupo de Pesquisa em Ensino de Ciências. Departamento de Educação e Programa de Pós Graduação para Ciências. Faculdade de Ciências – Universidade Paulista – UNEP. Campos de Bauru - São Paulo –Brasil. 2004. Dísponivel em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol10/n1/v10_n1_a4.htm#Nota%202>. Acesso em:08/07/2016.

NARDI, R. **Memórias da educação em ciências no Brasil: a pesquisa em ensino de física**. *Investigação em ensino de ciências*. v. 10, n. 1, março, 2005. In: ABRIL, Olga L. Castiblanco; NARDI, Roberto. "**OS "OBJETOS DE ESTUDO" DA PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA SEGUNDO PESQUISADORES BRASILEIROS".** Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências vol. 17, n.2, p. 414-433, Belo Horizonte, 2015.

NARDI, R. **Memórias da educação em ciências no Brasil: a pesquisa em ensino de física**. *Investigação em ensino de ciências*. v. 10, n. 1, março, 2005. Disponível

em: <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol10/ n1/v10_n1_a4.htm>. Acesso em: maio 2016.

NIEDDERER, H.; DEYLITZ, S. Evaluation of a new approach in quantum atomic physics in high school. In: **Annual Meeting National Association For Research In Science Teaching, Boston. Collection of papers presented**, 1999. Disponível em: <www. phys. ksu. edu/perg/papers/narst>.Acesso em: dez. 2019.

NOVAES, Marcel; STUDART, Nelson. Mecânica quântica básica. **São Paulo: Editora Livraria da Física**, 2016.

NOVODOVOSKI, Adelmo; STASCOVIAN, Juliana. Além do teorema: uma visão da vida e obra de Pitágoras de Samos. **In: VI JOEP, Práticas E Metodologias De Ensino (Anais do Evento)**, Tangará da Serra/MT, 2016. Disponível em: < https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4406341/mod_resource/content/1/vida_pitagoras.pdf > Acesso em: dez. 2019

OLIVEIRA, Fabio Ferreira de; VIANNA, Deise Miranda; GERBASSI, Reuber Scofano. Física moderna no ensino médio: o que dizem os professores. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo , v. 29, n. 3, p. 447-454, 2007 . Disponivel em:<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_ar ttext&pid=S1806111720070 00300016&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 15 de novembro de 2016.

OLIVEIRA, Marta Kohl. **Algumas contribuições da psicologia cognitiva**. 1992. Disponível em:< http://www.ia.ufrrj.br/ppgea/conteudo/T2SF/Akiko/41-Marta_Kohl.pdf> Acesso em: 02 fev. 2019

OLIVEIRA. SER PROFESSOR DE FÍSICA: REPRESENTAÇÕES SOCIAIS NA LICENCIATURA. **Ens. Pesqui. Educ. Ciênc. (Belo Horizonte)**, Belo Horizonte , v. 21, e10462, 2019 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_ arttext&pid=S1983-21172019000100310 &lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 06 Dec. 2019. Epub Apr 25, 2019.

ORIHUELA, Fernando Eduardo Torres. **Monografia: Os quatérnios, octônios como álgebras não comutativas de dimensão finita sobre os reais: existem outras do mesmo tipo?**. Monografia. Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Unicamp – IMECC, Campinas – SP, 2017. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSIN O/MONOG

ORTIZ, ADRIANO JOSÉ; MAGALHAES JUNIOR, CARLOS ALBERTO DE, OSTERMANN, F.; MOREIRA, M. A. Atualização do Currículo de Física na Escola de Nível Médio: Um Estudo dessa Problemática na Perspectiva de uma Experiência em Sala de Aula e da Formação Inicial de Professores. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 18, n. 2, p. 135-151, ago., 2001.

OSTERMANN, Fernanda. **Tópicos de Física Contemporânea em escolas de nível médio e na formação de professores de Física**. 2000. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.

OSTERMANN, Fernanda; FERREIRA, Leticia Mendonça; CAVALCANTI, Claudio. J. Holanda. **Tópicos de física contemporânea no ensino médio: um texto para professores sobre supercondutividade.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 20, n. 3, p. 270-288, 1998. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v20_270.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2018.

OSTERMANN, Fernanda; MOREIRA, Marco Antonio. Atualização do currículo de física na escola de nível médio: um estudo dessa problemática na perspectiva de uma experiência em sala de aula e da formação inicial de professores. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 18, n. 2, p. 135-151, 2001.

OSTERMANN, Fernanda; MOREIRA, Marco Antonio. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa "Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio". **Investigações em ensino de ciências**, v. 5, n. 1, p. 23-48, 2016.
para onde vamos? Revista Investigações em Ensino de Ciências, v. 1, n. 1, 1996.

PARENTE, F. A. G.; SANTOS, Antônio CF; TORT, Alexandre C. Os 100 anos do átomo de Bohr. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 35, n. 4, p. 4301, 2013.

PARGA, G. Ares; GUTIÉRREZ-MEJÍA, F. A Further Analysis of the Blackbody Radiation. **Apeiron: Studies in Infinite Nature**, v. 17, n. 2, 2010.

PAULA, H. F. **A ciência escolar como instrumento para a compreensão da atividade científica.** 2004. Tese (Doutoramento em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

PEDUZZI, Luiz OQ. Do átomo grego ao átomo de Bohr. **Florianópolis: Departamento de Física/UFSC**, 2005.

PELIZZARI, A.; KRIEGL, M. D. L.; BARON, M. P.; FINCK, N. T. L.; DOROCINSKI, S. I. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

PENA, F. L. A. Por que, apesar do grande avanço da pesquisa acadêmica sobre Ensino de Física no Brasil, ainda há pouca aplicação dos resultados em sala de aula? **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 4, p. 293-295, dez. 2004.

PENA, Fábio Luís Alves. Por que, apesar do grande avanço da pesquisa acadêmica sobre ensino de Física no Brasil, ainda há pouca aplicação dos resultados em sala de aula?. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 4, p. 293-295, 2004.

PEREIRA, Alexsandro Pereira de; OSTERMANN, Fernanda. Sobre o ensino de Física Moderna e Contemporânea: uma revisão da produção acadêmica recente. **Investigações em ensino de ciências. Porto Alegre. Vol. 14, n. 3 (dez. 2009), p. 393-420**, 2009.

PESSOA JR, Osvaldo. **Conceitos de Física Quântica 1**. Editora Livraria da Física, 2003.

PETERSEN, Aage 1963. The Philosophy of Niels Bohr. **Bulletin of the Atomic Scientists**, vol. 19, 8- 14, 1963

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro : Zahar, 1975.

PIASSI, Luís P.; PIETROCOLA, Maurício. **Quem conta um conto aumenta um ponto também em física: Contos de ficção científica na sala de aula**. SIMPÓSIO

PINTO, Alexandre Custódio; ZANETIC, João. É possível levar a física quântica para o ensino médio?. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 16, n. 1, p. 7-34, 1999.

PLANCK, M. Uber das Gesetz der Energieverteilung im Normal-spektrum**. Annalen der Physik**, v. 4, p. 553-563, 1901.

PLATÃO. **A República: [ou sobre a justiça, diálogo político]**. Tradução Anna Lia Amaral de Almeida Prado. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

POLITO, Antony MM. Radiação de corpo negro e os primórdios da física quântica. **Physicae Organum: Revista dos Estudantes de Física da Universidade de Brasília**, v. 3, n. 2, 2018.

PRADO, R. T. do. FERRACIOLI, L. Atividades experimentais e o diagrama V no ensino de magnetismo: Buscando indícios de aprendizagem significativa. **Aprendizagem significativa em revista**, v. 7, n. 1, p. 11-24, 2017

QUEIROZ, Anita D.; SILVA, Cibelle Celestino. **A pesquisa em ensino de física no Brasil: um balanço crítico a partir dos eventos da sociedade brasileira de física.** *Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, XI. Anais... Curitiba*, 2008.

REALE, Miguel. **Filosofia do Direito**. 2. Ed. São Paulo: Saraiva, 1999.

REZENDE, Flavia; OSTERMANN, Fernanda; FERRAZ, Gleice. Ensino-aprendizagem de fısica no nıvel médio: o estado da arte da produçao acadêmica no século XXI. **Revista Brasileira de Ensino de Fısica**, v. 31, n. 1, p. 1402, 2009.

REZENDE, Flavia; OSTERMANN, Fernanda; FERRAZ, Gleice. Ensino-aprendizagem de fısica no nıvel médio: o estado da arte da produçao acadêmica no século XXI. **Revista Brasileira de Ensino de Fısica**, v. 31, n. 1, p. 1402, 2009.

ROCHA FILHO, J.B.; SALAMI, M.A., **Divulgações do Museu de Ciências e Tecnologia** 10, 35, 2005

ROCHA FILHO, J.B.; SALAMI, M.A., in C. Galli, (org) Sobre Volta, Batatas e Fótons. EDIPUCRS, Porto Alegre, p. 67-94, 2003

ROSA, C. W.; ROSA, A. B. **O ensino de ciências (Física) no Brasil: da história às novas orientações educacionais**. Revista Iberoamericana de Educación, n. 58/2, 2012.

ROSA, K.; MARTINS, M.C.M. **O que é alfabetização científica, afinal?** XVII SIMPÓSIO NACIONAL DO ENSINO DE FÍSICA, 2007.

SALES, Jorge; SUZUKI, Alfredo. The old quantization of angular momentum from Planck's perspective. Pensee Journal. vol. 76. 310, 2010.

SANTOS, Flavia Rezende Valle dos; OSTERMANN, Fernanda. A prática do professor e a pesquisa em ensino de física: novos elementos para repensar essa relação. **Caderno brasileiro de ensino de física. Vol. 22, n. 3 (dez. 2005), p. 316-337**, 2005

SANTOS, Jucineide Silva; DE ARAUJO FERREIRA, Maurício. **Álgebra de Quatérnios**. 2011. Disponível em: < http://www2.uefs.br/semic/upload/2011 /2011XV-702JUC938-120.pdf> Acesso em: jan. 2017

SANTOS, Wigvan Junior Pereira dos. "A noção de paradigma pensada por Thomas Kuhn"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/filosofia/a-nocao-paradigma-pensada-por-thomas-kuhn.htm. Acesso em 13 de janeiro de 2020.

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. **Almejando a alfabetização científica no ensino fundamental: a proposição e a procura de indicadores do processo**. Investigações em ensino de ciências, v. 13, n. 3, p. 333-352, 2008.

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. **Construindo argumentação na sala de aula: a presença do ciclo argumentativo, os indicadores de alfabetização científica e o padrão de toulmin**. Ciência e Educação. v. 17, n.1, p.97-114, Bauru,2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S151673132011000100007&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 05 dez. 2016.

SASSERON, Lúcia Helena; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **Alfabetização científica: uma revisão bibliográfica.** Investigações em ensino de ciências, v. 16, n. 1, p. 59-77, 2011.

SCHRÖDINGER, Erwin**.** "The fundamental idea of wave mechanics". In: **Nobel Lecture**, Amsterdan: Elsevier Publishing Company, 1965.

SCHRÖDINGER, Erwin. An ondulatory theory of mechanic of atoms and molecules. **Physical Rewiew**, 28 (6, 1926): 1049-1070.

SCHRÖDINGER, Erwin**.. Collected Papers on wave mechanics**. Londres e Glasgow: Blackie & Son Limited, 1929. (traduzido da 2ª Edição alemã).

SCHULZ, Peter A. et alDuas nuvens ainda fazem sombra na reputação de Lorde Kelvin. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2007.

SHIVNI, Rashmi. The Planck Scale. **Symmetry Magazine: Dimensions of particle physics**, 2016. Disponível em: <https://www.symmetrymagazine.or g/art icle/the-planck-scale> Acesso em: set. 2019

SILVA, César Cavalcanti Da; OLIVEIRA, Ana Karla Sousa de; EGRY, Emiko Yoshikawa; NETO, Eufrásio De Andrade Lima; ANJOS, Ulisses Umbelino dos ; SILVA, Ana Tereza Medeiros Cavalcanti da. Construção de um Vê de Gowin para análises de produções acadêmicas de Enfermagem. **Revista da Escola de Enfermagem da USP**, v. 47, n. 3, p. 709-713, 2013.

SILVA, Gabriel Caixeta; SOUSA, Pedro Moisés de. O uso da realidade virtual para o ensino de física quântica Use of virtual reality in learning of quantum physics. In: **Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação**. 2013.

SIQUEIRA, Maxwell Roger da Purificação; PIETROCOLA, Mauricio. **Do visível ao indivisível: uma proposta de física de partículas elementares para o ensino médio.** 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

SIQUEIRA, Maxwell Roger da Purificação; PIETROCOLA, Mauricio. **Do visível ao indivisível: uma proposta de Física de Partículas Elementares para o Ensino Médio**. 2006.

SIVARAM, C. What is special about the planck mass?. **arXiv preprint arXiv:0707.0058**, 2007.

SOUSA, Wellington Batista; PIETROCOLA, Maurício; UETA, Nobuko. **Física das radiações: uma proposta para o ensino médio**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007

STACHEL, J., 2009, “Bohr and the Photon” in W. Myrvold and J. Christian (eds.), ***Quantum Reality, Relativistic Causality, and Closing the Epistemic Circle*** (Western Ontario Series in Philosophy of Science, Volume 73), Dordrecht: Springer, pp. 69–83.

STRATHERN, Paul. **Bohr e a teoria quântica em 90 minutos**. Zahar, 1999.

STRIEDER, Dulce Maria; TERRAZAN, E. A. Atualização curricular e ensino de física na escola média. **Santa Maria/RS: Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação**, 1998.

TERRAZZAN, E. A, Perspectivas para a inserção da física moderna na escola média.1994. Tese (Doutoramento em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

TERRAZZAN, E. A., A inserção da Física Moderna e Contemporânea no Ensino de Física na escola do 2º grau, Caderno Catarinense de Ensino de Física, Vol. 9., n. 3, p. 209-214, dez. 1992.

THIESSEN, Richard. The Vee diagram: A guide for problem solving. **AIMS Newsletter**, p. 3-11, 1993.

THOME, K. S. **Editor's foreword, quantum measurement**. Cambridge: Cambridge Univ., 1992.

THOMSON, J. J.; MILLIKAN, R. A. **O átomo**. 1962.

TIPLER, Paul A.; LLEWELLYN, Mark J.; LLEWELLYN, Ralph. **Modern Physics Student Solutions Manual**. Macmillan, 2007.

TORRE, A. C. Reflexiones sobre la enseñanza de la física moderna. **Educacion en Ciências**, New Jersey, v. 2, n. 4, p. 70-71, 1998.

TOULMIN, S. **Human understanding.** Vol. 1 *The collective use and evolution of concepts.* Princeton: Princeton University Press, 1972

VALEUR, Bernard; BERBERAN-SANTOS, Mario N. A brief history of fluorescence and phosphorescence before the emergence of quantum theory. **Journal of Chemical Education**, v. 88, n. 6, p. 731-738, 2011.

VAN VLECK, John H. The correspondence principle in the statistical interpretation of quantum mechanics. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 14, n. 2, p. 178, 1928.

VATHSAN, Radhika; QURESHI, Tabish. Aspects of complementarity and uncertainty. **International Journal of Quantum Information**, v. 14, n. 06, p. 1640031, 2016.

VERGNAUD, G. La therie des camp conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 10(23), p. 133-170, 1990

VIANNA, D. M. A relação entre a pesquisa, a sala de aula e a formação de professores. **A pesquisa em ensino de física e a sala de aula: articulações necessárias. São Paulo: Sociedade Brasileira de Física**, p. 85-93, 2010.

WANDERSEE, J. H. (1990). Concept mapping and the cartography of cognition. **Journal of Research in Science Teaching**, 27, 923–936.

WANDERSEE, James H.; MINTZES, Joel J.; NOVAK, Joseph D. Teaching science for understanding: A human constructivist. 2005.

WARD, David W.; VOLKMER, Sabine M. How to derive the Schrodinger equation. **arXiv preprint physics/0610121**, 2006.

WESSELS, Linda**.** Schrodinger's route to wave mechanics". **Studies in History and Philosophy of Science**, 10 (1979): 311-340.

ZEMANSKY, Mark Waldo; DITTMAN, Richard H. **Heat and thermodynamics: an intermediate textbook**. New York: McGraw-Hill, 1968.

11 ANEXOS

11.1 Orientações para o Professor

Caro Professor, neste trabalho apresentamos uma sequência didática para a inserção de tópicos de teoria quântica e de episódios da história e filosofia da ciência, a saber discussões relativas à natureza da ciência, seu desenvolvimento, as relações que estabelece com a sociedade e o papel do cientista no processo científico, no ensino dos fundamentos da teoria quântica. Para tal empreendimento sugerimos a leitura detalhada da revisão histórica e física de alguns conceitos fundamentais da teoria quântica propostos nesta intervenção e apresentada nos capítulos de 1 a 4 do livro-texto presente na *Seção 12.4*, a utilização da sequência didática presente na *Seção 12.2* dos **Anexos**. Além disso, propomos ainda a adoção dos procedimentos metodológicos gerais apresentados a seguir em toda intervenção em sala de aula, conforme descrito por Piassi e Pietrocola (2007):

I. O professor propõe a formação de grupos.
II. O professor propõe a leitura do texto.
III. O professor promove uma discussão sobre o texto, baseando-se no discurso dos alunos em sala de aula, e objetivando, a partir disso, promover a resolução de dúvidas sobre os vocábulos presentes no material.
IV. O professor propõe questões conceituais para guiar a discussão.
V. O professor propõe que os alunos discutam em grupos acerca das questões colocadas.
VI. O professor promove um debate entre os grupos.
VII. O professor discute as questões com os alunos.
VIII. O professor propõe novas questões para discussão.
IX. O professor indica um objeto/evento/questão-foco para investigação e solicita que os alunos preencham um diagrama epistemológico de Gowin, conforme modelo no anexo 12.3.

11.2 Sequência didática para o ensino médio

MNPEF
Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE ALAGOAS

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA APLICAÇÃO DO LIVRO-TEXTO UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUÂNTICA

Samuel Soares de Souza Santos

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:
Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Maceió-AL
Janeiro/2020

Tema Geral: Nascimento da teoria quântica

Objetivos Gerais:

i) discutir aspectos históricos do surgimento da teoria quântica.
ii) apresentar os diagramas epistemológicos como uma ferramenta para a aprendizagem em física e como um instrumento de avaliação.
iii) discutir aspectos históricos e físicos relativos à evolução e à constituição do conceito de dualidade onda-partícula.
iv) discutir aspectos históricos, epistemológicos e físicos evolução e à constituição do conceito de dualidade onda-partícula.

A aplicação desta sequência didática é dividida em nove encontros presenciais que se referem à discussão de três grupos fundamentais de conteúdo: o uso dos diagramas de Gowin, a teoria de Kuhn, e as origens históricas da teoria quântica; sendo este último correspondente a três entre os paradoxos fundamentais da teoria quântica, o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, o paradoxo da dualidade onda-partícula e o paradoxo da realidade. Assim sendo, podemos dividir a aplicação da seguinte forma:

I. Apresentação do projeto de ensino, apresentação dos diagramas de Gowin e suas aplicações na aprendizagem em física;
II. Apresentação a teoria de Kuhn para o desenvolvimento científico, conforme as reflexões propostas na obra “A estrutura das revoluções científicas”;
III. Discussão sobre os aspectos históricos relacionados ao surgimento da teoria quântica e apresentar conceitos fundamentais relevantes ao estudo da teoria quântica da radiação;
IV. Apresentação os aspectos históricos relativos à teoria clássica da radiação de cavidade e propor discussões relativas à aplicação das leis de Stefan-Boltzmann e de deslocamento espectral de Wien;
V. Discussão sobre o papel dos modelos na descrição da realidade física e sua relação com a transitoriedade do conhecimento científico;

VI. Discussão sobre a dedução teórica da lei de Planck por meio do seu artigo de 1906 e por meio do método de Einstein no seu artigo de 1917, no qual considera o modelo de Bohr;
VII. Discussão sobre a transitoriedade do conhecimento científico a partir da evolução dos modelos atômicos;
VIII. Discussão sobre o postulado de de Broglie;
IX. Discussão sobre o princípio da incerteza no contexto do experimento de dupla fenda proposto por Einstein em suas discussões com Bohr acerca da dualidade onda-partícula;
X. Discussão sobre o problema do conhecimento da realidade nas perspectivas de Einstein e Bohr.

11.2.1 Encontro 1: Apresentação

Tema da Aula: Projeto de Ensino, Diagramas de Gowin e suas aplicações

Duração: 1 horas/aulas

Objetivo Geral:

- Apresentar o projeto de ensino, suas motivações e seu embasamento teórico.

Objetivos específicos:

a) apresentar o projeto de ensino: contexto, justificativa, motivações e organização;
b) apresentar o diagrama epistemológico de Gowin, suas aplicações encontradas na literatura para a aprendizagem em física;

Conteúdos:

a) Diagrama de Gowin e aplicações no ensino de física.

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Apresentação de exemplos de aplicações dos diagramas de Gowin para o estudo de teorias físicas;
c) Aplicação dos diagramas de Gowin para a análise de teorias físicas.

A avaliação será realizada mediante a contribuição realizada pelos discentes às discussões propostas em sala de aula.

11.2.2 Encontro 2: Compreendendo aspectos epistemológicos da Ciência

Tema da Aula: Desenvolvimento científico de acordo com Thomas S. Kuhn

Duração: 2 horas/aulas

Objetivo Geral:

- Apresentar a teoria de Kuhn para o desenvolvimento científico, conforme as reflexões propostas na obra “A estrutura das revoluções científicas”.

Objetivos específicos:

a) Apresentar os conceitos fundamentais da teoria de Kuhn;
b) Discutir sobre o papel dos modelos na ciência;
c) Discutir acerca da transição do paradigma aristotélico para o paradigma newtoniano;
d) Discutir o papel dos modelos na ciência.

Conteúdos:

a) Conceito de ciência enquanto produto e enquanto processo;
b) Modelos Científicos;
c) Fundamentos da teoria de Kuhn: ciência normal, paradigma, crise científica, ciência extraordinária, revolução científica;
d) Aspectos fundamentais da física de Galileu e Newton;

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Utilização de texto paradidático elaborado pelo autor como elemento motivador nas discussões;
c) Uso de computadores com acesso a internet.

Ponto de discussão:

- Na sua concepção, como o conhecimento científico é construído?
- Para que servem os modelos na ciência?
- Você conhece alguma outra maneira de estudar a forma através da qual a ciência se desenvolve?

Formas de Avaliação:

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para descrição dos conteúdos discutidos;
b) Participação nas discussões realizadas em sala de aula.

11.2.3 Encontro 3: Introdução à teoria quântica da radiação

Tema da Aula: A descoberta de Planck e o surgimento da teoria quântica

Duração: 1 horas/aulas

Objetivo Geral:

- Discutir os aspectos históricos relacionados ao surgimento da teoria quântica e apresentar conceitos fundamentais relevantes ao estudo da teoria quântica da radiação.

Objetivos específicos:

a) Discutir o contexto de surgimento da teoria quântica: conquistas científicas anteriores, motivações sociais, científicas e econômicas que levaram a investigação do problema da radiação do corpo negro;
b) Apresentar conceitos fundamentais concernentes ao problema da radiação do corpo negro;

Conteúdos:

a) As conquistas da física clássica;
b) As duas nuvenzinhas de Lord Kelvin;
c) Radiação do corpo negro: conceitos fundamentais, absorção espectral, refletância espectral, transmitância espectral;
d) Discutir exemplos de aplicação;

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Utilizar texto didático elaborado como motivador de conteúdo;
c) Apresentar exemplos de aplicação dos conceitos estudados;
d) Uso de computadores com acesso à internet;

Ponto de discussão:

- Na sua concepção, as duas nuvenzinhas de Lord Kelvin levaram a uma crise científica? Justifique sua resposta.

Formas de Avaliação:

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para descrição dos conteúdos discutidos;
b) Participação nas discussões realizadas em sala de aula.

11.2.4 Encontro 4: Teoria Clássica da Radiação de Cavidade

Tema da Aula: A Teoria clássica da radiação de Cavidade

Duração: 2 horas/aula

Objetivo Geral:

- Apresentar os aspectos históricos relativos a teoria clássica da radiação de cavidade e propor discussões relativas à aplicação das leis de Stefan-Boltzmann e de deslocamento espectral de Wien.

Objetivos específicos:

a) Discutir aspectos epistemológicos associados à teoria clássica da radiação de cavidade, o que inclui o papel dos modelos na descrição física da realidade.

Conteúdos:

a) Pré-história da Física Quântica;
b) Lei de Stefan-Boltzmann;
c) Lei de deslocamento espectral de Wien;

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Utilizar texto didático elaborado como motivador de conteúdo;
c) Uso de computadores com acesso à internet.

Ponto de discussão:

- Na sua concepção, qual é o papel da matemática, isto é, dos modelos matemáticos na construção do conhecimento científico?

Formas de Avaliação:

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para estudo das leis discutidas em sala de aula;
b) Contribuições realizadas nas discussões propostas em sala de aula.

11.2.5 Encontro 5: A catástrofe do ultravioleta

Tema da Aula: A Teoria clássica da radiação de Cavidade

Duração: 1 horas/aula

Objetivo Geral:

- Discutir sobre o papel dos modelos na descrição da realidade física e sua relação com a transitoriedade do conhecimento científico.

Objetivos específicos:

a) Discutir aspectos epistemológicos associados à teoria clássica da radiação de cavidade, o que inclui o papel dos modelos na descrição física da realidade;
b) Discutir o paradoxo da catástrofe do ultravioleta;

c) Discutir a descoberta teórica da Lei de Planck pelo método da interpolação de Planck;

Conteúdos:

a) Lei de Rayleigh e a física clássica;
b) Os osciladores de Planck;
c) Catástrofe do ultravioleta e o papel dos modelos na física.

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Utilizar texto didático elaborado como motivador de conteúdo;
c) Propor discussões relativas às limitações das teorias físicas tomando como exemplo o caso das acepções de Planck sobre a indistinguibilidade dos osciladores nas paredes da cavidade;
d) Uso de computadores com acesso à internet.

Ponto de discussão:

- Na sua concepção, a ciência de Planck constitui um exemplo de ciência extraordinária?

Formas de Avaliação:

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para estudo do paradoxo da catástrofe do ultravioleta;
b) Contribuições realizadas nas discussões propostas em sala de aula.

11.2.6 Encontro 6: A Lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz

Tema da Aula: A descoberta de Planck e o nascimento da teoria quântica

Duração: 2 horas/aula

Objetivo Geral:

- Discutir a dedução teórica da lei de Planck por meio do seu artigo de 1906 e por meio do método de Einstein no seu artigo de 1917, no qual considera o modelo de Bohr.

Objetivos específicos:

a) Discutir a interpretação de Planck da energia dos osciladores nas paredes da cavidade;
b) Apresentar a lei de Wien e Rayleigh-Jeans como casos particulares da Lei de Planck;

Conteúdos:

a) A interpretação de Planck para a energia média dos osciladores;
b) A interpretação de Einstein para a energia média de Planck;
c) O modelo físico do fóton.

Ponto de discussão:

- Afinal o que é quantum de luz? E o fóton? Qual é a interpretação de Planck sobre a quantização? E qual a de Einstein? Justifique sua resposta.

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Proposição de formas alternativas de dedução;

c) Uso de computadores com acesso à internet.

Formas de Avaliação:

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para estudo dos modelos do fóton e dos quanta de luz;
b) Contribuições realizadas nas discussões propostas em sala de aula;
c) Demonstração das leis físicas estudadas;

11.2.7 Encontro 7: Contribuições de Bohr para a compreensão do átomo

Tema da Aula: Átomo de Bohr
Duração: 2 horas/aulas

Objetivo Geral:

- Discutir a transitoriedade do conhecimento científico a partir da evolução dos modelos atômicos.

Objetivos específicos:

a) Discutir acerca das limitações dos modelos atômicos de Thomson e Rutherford;
b) Discutir a dualidade onda-partícula de acordo com as ideias de Einstein e Bohr.

Conteúdos:

a) Modelo de Thomson;
b) Modelo de Rutherford;
c) Modelo de Bohr;
d) A quantização do momento angular;

e) Princípio da Correspondência;

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Discutir acerca da inconsistência teórica do princípio de correspondência de Bohr;
c) Analisar a evolução dos modelos atômicos por meio da representação visual dos modelos em estudo;
d) Utilizar texto didático elaborado como motivador de conteúdo;
e) Uso de computadores com acesso à internet.

Ponto de discussão:

- Pode-se progredir com base em fundamentos inconsistentes? A teoria de Bohr representa um exemplo de ciência extraordinária? Justifique sua resposta.

Formas de Avaliação:

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para estudo dos modelos atômicos tomando como evento a emissão de um fóton;
b) Contribuições realizadas nas discussões propostas em sala de aula;
c) Demonstração das leis físicas estudadas;

11.2.8 Encontro 8: A interpretação de de Broglie

Tema da Aula: Postulado de de Broglie
Duração: 2 horas/aula

Objetivo Geral:

- Discutir o postulado de de Broglie

Objetivos específicos:

a) Deduzir as relações de Planck-Einstein;
b) Apresentar o postulado de de Broglie;
c) Discutir o comportamento dual da matéria no experimento de dupla fenda;
d) Discutir a dualidade onda-partícula de acordo com as ideias de Einstein e Bohr.

Conteúdos:

a) Limitações da teoria atômica de Bohr;
b) Postulado de de Broglie;
c) Átomo de de Bohr;
d) Dualidade onda-partícula;
e) Partículas clássicas x Partículas Quânticas;

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Utilizar texto paradidático como motivador de conteúdo;
c) Proposição de discussões relativas à diferenciação entre partículas clássicas e partículas quânticas;
d) Uso de computadores com acesso à internet;

Ponto de discussão:

- O que você entende por dualidade onda-partícula? Justifique sua resposta.

Formas de Avaliação

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para estudo dos modelos atômicos de Bohr e de Broglie;

b) Contribuições realizadas nas discussões propostas em sala de aula;
c) Demonstração das leis físicas estudadas.

11.2.9 Encontro 9: Princípio da Incerteza e o Debate Einstein-Bohr

Tema da Aula: Debate Einstein-Bohr e o Princípio da Incerteza de Heisenberg
Duração: 3 horas/aula

Objetivo Geral:

- Discutir o princípio da incerteza no contexto do experimento de dupla fenda proposto por Einstein em suas discussões com Bohr acerca da dualidade onda-partícula.

Objetivos específicos:

a) Apresentar os argumentos de Einstein contra o indeterminismo da mecânica quântica de Bohr e Heisenberg;
b) Apresentar o raciocínio de Bohr no contexto da experiência de pensamento de recuo da fenda dupla proposta por Einstein para a refutação do indeterminismo da teoria quântica;
c) Apresentar a tese da complementaridade Bohr no contexto da experiência de recuo da fenda dupla;
d) Discutir acerca do papel da incerteza de Heisenberg no contexto da teoria quântica;

Conteúdos:

a) Incerteza de Heisenberg;
b) Experiência de recuo da fenda dupla de Einstein;
c) Princípio da Complementaridade de Bohr;
d) Determinismo Clássico x Complementaridade Quântica;

e) Problema da Realidade.

Procedimentos metodológicos/Recursos instrucionais:

a) Apresentação em slides;
b) Utilizar texto didático como motivador de conteúdo;
c) Uso de computadores com acesso à internet.

Ponto de discussão:

- Na sua concepção, é possível conhecer a realidade? O que diz a teoria quântica a respeito disso? Justifique sua resposta.

Formas de Avaliação

a) Aplicação dos diagramas de Gowin para estudo da interpretação de Einstein e de Bohr para o experimento da dupla fenda de Young com fótons;
b) Contribuições realizadas nas discussões propostas em sala de aula.

11.3 Modelo de Diagrama V

QUESTÃO(ÕES) – FOCO

DOMÍNIO METODOLOGICO

FILOSOFIAS

ASSERÇÕES DE VALOR

TEORIAS

ASSERÇÕES DE CONHECIMENTO

PRINCÍPIOS

REGISTROS

CONCEITOS

TRANSFORMAÇÕES

OBJETO/EVENTO

11.4 LIVRO-TEXTO: Um Passeio Não-Aleatório Pelos Paradoxos Da Teoria Quântica

PRODUTO EDUCACIONAL: UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUANTICA

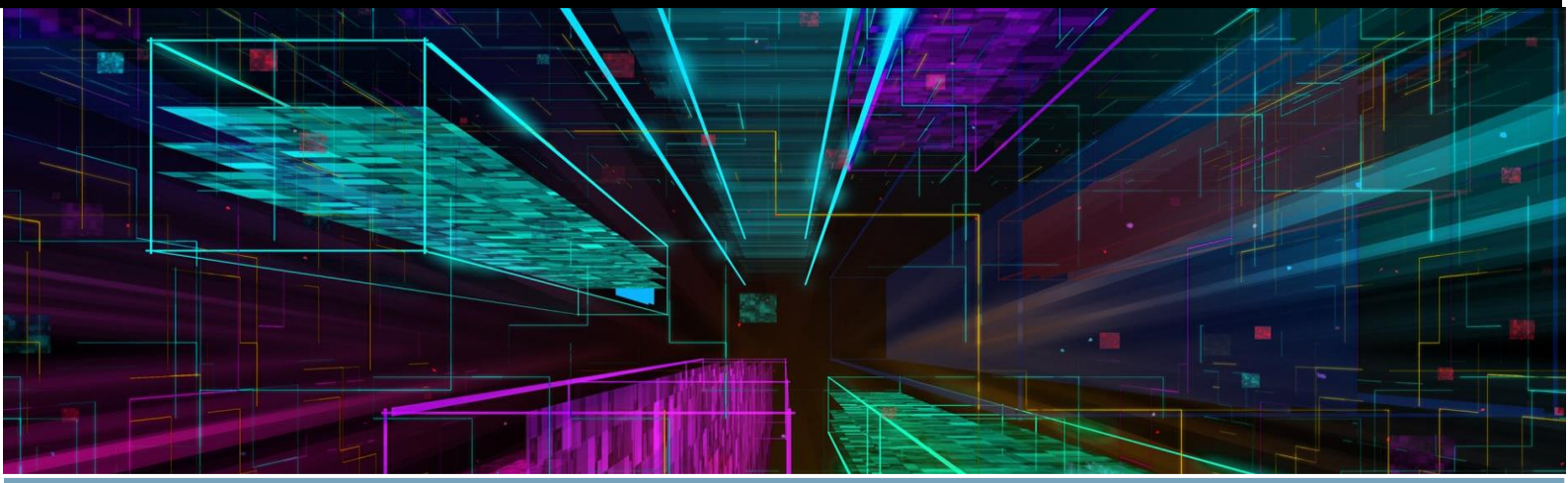
Samuel Soares de Souza Santos

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação do Instituto de Física da Universidade Federal de Alagoas no Curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:
Prof. Dr. Jenner Barretto Bastos Filho

Maceió-AL
Janeiro/2020

UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUANTICA PARA O ENSINO MÉDIO



Samuel Soares de Souza Santos

Jenner Barretto Bastos Filho

Samuel Soares de Souza Santos

Jenner Barretto Bastos Filho

UM PASSEIO NÃO-ALEATÓRIO PELOS PARADOXOS DA TEORIA QUANTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Maceió – AL

2020

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 6

1.1 Conceitos Preliminares 6

2 PRELIMINARES HISTÓRICOS 11

2.1 A radiação do corpo negro 13

2.1.1 Conceitos Fundamentais 14

2.2 A Lei de Stefan-Boltzmann 15

2.3 A Teoria Clássica da Radiação 19

3 TEORIA QUÂNTICA DA RADIAÇÃO 23

3.1 A Lei de Planck 23

3.2 Einstein e a natureza da luz 28

3.3 A Lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz 31

3.4 A entropia dos osciladores de Planck 35

3.5 As Unidades Naturais do Universo 36

3.5.1 Unidades de Planck 38

3.5.2 Escalas de Planck 39

4 DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA 42

4.1 Introdução 42

4.2 Átomo de Bohr 45

4.2.1 A lá Bohr 45

4.2.2 Hipótese de Bohr 47

4.2.3 Condição de frequência de Einstein-Bohr 50

4.2.4 A quantização do momento angular 52

4.2.5 O Princípio da Correspondência 53

4.3 Um retorno a teoria corpuscular 54

4.4 O postulado de de Broglie 55

4.5 Dualidade Onda-Partícula: versão fraca 59

4.5.1 Conceitos Fundamentais 60

4.5.2 Debate Einstein-Bohr e o Princípio de Incerteza de Heisenberg 62

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 70

APRESENTAÇÃO

Olá aluno, tudo bem?

Neste breve ensaio introdutório, porém significativo, propomos levar o leitor por um passeio não-aleatório por alguns dos paradoxos fundamentais da teoria quântica. Aqui o leitor será guiado através da história de três paradoxos belíssimos da teoria quântica, a saber: a catástrofe do ultravioleta, a dualidade onda-partícula e a existência ontológica ou não dos objetos (quanta) que constituem realidade quântica. Nosso objetivo com isto é o de promover para você estudante a constituição de uma visão mais adequada da ciência, de seus processos e das suas relações com a sociedade.

No entanto, antes de darmos continuidade com os nossos estudos em física, na aula de hoje vamos prosseguir fazendo algumas breves reflexões sobre o trabalho científico e sobre o papel da física na nossa compreensão do mundo.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Conceitos Preliminares

Compreender a ciência é compreender como ela é feita. Isto é, como a atividade científica é praticada pelos cientistas, como ela funciona e quais são os seus mecanismos. Enseja compreender também o comportamento dos atores da ciência, isto é, os cientistas; as suas atitudes e as razões que motivam as suas escolhas científicas.

Toda investigação científica tem como objetivo precípuo compreender ou controlar alguma parte do universo. Para este empreendimento o cientista precisa necessariamente fazer uso de abstrações, ou seja, ele precisa substituir a parte do universo em consideração por uma estrutura semelhante, porém mais simples. Essa estrutura mais simples é utilizada em vários contextos científicos e exerce um papel de importância central no desenvolvimento do conhecimento científico sendo popularmente chamada simplesmente de modelo.

Os modelos desempenham um papel muito importante na ciência e são concebidos pelos cientistas em contextos históricos e sociais diversos, como o modelo do pudim de passas para o átomo proposto por J. J. Thomson em 1903 que tão logo foi substituído pelo modelo de Rutherford e posteriormente, este último, pelo modelo de Bohr.

Não obstante, a característica essencial dos modelos consubstancia-se paradoxalmente no espírito da célebre reflexão de Renée Descartes: dubito, *ergo cogito, ergo sum*; tendo em vista que na medida em que a confiança do cientista nos modelos advém do fato de consistirem nada mais nada menos que em aproximações simplificadas da realidade e não na verdade sobre a realidade em si mesma. No entanto, a adoção de modelos nas teorias científicas, sejam eles intelectuais ou materiais, é uma necessidade central do progresso científico.

Os modelos intelectuais constituem-se de afirmações lógicas de uma situação relativamente simples idealizada que compartilha as propriedades estruturais do sistema factual original enquanto os modelos materiais constituem representações de um sistema complexo por um sistema que é assumidamente

mais simples e que também possui as propriedades semelhantes às propriedades selecionadas para estudo no sistema complexo real.

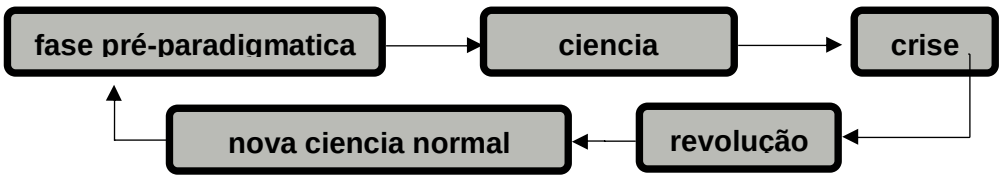
Os modelos materiais tanto podem ajudar o cientista a substituir um fenômeno em um campo desconhecido por um em um campo em que ele esteja mais à vontade como também podem permitir a realização de experimentos em condições mais favoráveis do que as disponíveis no sistema original. Neste sentido, o modelo intelectual e o modelo material são complementares, não sendo necessário que o modelo intelectual seja completamente compreendido.

Neste breve ensaio apresentaremos a concepção particular de desenvolvimento científico proposto por Thomas S. Kuhn nos capítulos “a natureza e a necessidade das revoluções científicas” e “as revoluções como mudanças de concepções de mundo” presentes em sua obra seminal intitulada a “A Estrutura das Revoluções Cientificas” publicada em 1962.

Para Thomas S. Kuhn, a ciência é uma construção humana historicamente situada, concepção divergente com o pensamento cotidiano e limitador de que a ciência é constituída por um conjunto de conhecimentos acumulados ao longo do tempo, cuja evolução se dá a partir de algumas etapas bem definidas.

A concepção kuhniana de desenvolvimento científico consiste na tese de que a evolução do conhecimento científico se dá maneira aberta por meio das seguintes etapas:

Esquema 1 – fases do desenvolvimento científico de acordo com a teoria de Kuhn



Fonte: Autor

Para Kuhn, a ciência evolui a partir da mudança de paradigmas. Como exemplo, vamos apresentar alguns paradigmas populares na história da física. Nos primórdios da história da ciência, a física se desenvolveu a partir do paradigma grego das formas perfeitas no qual Aristóteles concebeu o cosmos

como um espaço finito, plenamente preenchido, limitado por uma esfera, centrada na Terra e sustentada pelas estrelas.

Tratava-se do paradigma aristotélico, baseado no princípio do *lugar natural*, conceito que se refere ao destino dos corpos que se movem sem a ação de agentes externos. Na doutrina aristotélica, o movimento é considerado *natural* quando o corpo retorna ao seu lugar natural ou *violento* quando o contrário acontece, isto é, somente quando a ação de um ou mais agentes externos permanentemente influenciam o movimento dos corpos.

Dessa maneira, Aristóteles considerava que é impossível a existência movimento sem a ação de forças, concepção que sobreviveu por um longo período, mas foi substituído pelo paradigma newtoniano[30]. No paradigma newtoniano, por sua vez, admite-se a existência de movimento sem que haja a ação de uma força resultante não nula como uma consequência das Leis de Newton. De acordo Kuhn (1978), os paradigmas constituem "as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornecem problemas e soluções modulares para uma comunidade de praticantes de uma ciência".

Todavia, a primeira etapa constitui a pré-história da ciência e se caracteriza pela adoção de um *paradigma*, ou seja, constitui uma fase pré-paradigmática. Trata-se de um período em que há divergências entre os cientistas sobre quais devem ser os fenômenos estudados, como eles devem ser investigados, como podem ser explicados, quais os instrumentos e técnicas utilizados na coleta dos dados, quais valores devem direcionar a busca, dentre muitos outros.

Após isso, segue o período da *ciência normal* no qual o trabalho dos cientistas é baseado em um paradigma sendo definido então "implicitamente os

SAIBA MAIS

sobre a natureza da Física na coluna do Professor Adilson de Oliveira usando o QR code:

SCAN ME

[30] Nos referimos aqui ao paradigma newtoniano e não ao galileano, tendo em vista que, a teoria de Galileu dos movimentos locais da maneira como foi formulada, devido a sua rejeição das implicações filosóficas da parte de seus resultados teóricos e experimentais relativos ao que Newton denominou de Princípio de Ação e Reação, não apresenta consistência teórica com a realidade dos fenômenos por ele investigados.

problemas e métodos legítimos de um campo de pesquisa para as gerações posteriores de praticantes da ciência".

Após a aquisição de um paradigma, começa o período de ciência normal, no qual cientista analisa três classes de fatos científicos. De acordo com Kuhn, enquanto a adoção do paradigma se mostrar frutífera para a investigação dos fenômenos e não surgirem inconsistências de ordem superior entre a teoria e a realidade, o cientista deve seguir seu compromisso na adoção do paradigma para a compreensão da realidade.

A primeira constitui aquela na qual a adoção do paradigma tem como resultado a revelação de uma realidade escondida nos processos e fenômenos investigados. Sendo a investigação deste conjunto de fatos científicos que demonstra a amplitude do paradigma na resolução de problemas e análise de uma variedade maior de situações. A segunda classe, por sua vez, se refere aos fenômenos cuja explicação se apresenta em pleno acordo com as predições da teoria do paradigma. Não obstante, há ainda, a terceira classe, na qual são esgotadas as atividades de coletas de fatos para observações e experiências, consistindo das atividades nas quais é proposta a resolução de problemas que haviam somente sido apontados pela teoria do paradigma.

Essas três classes de fatos científicos esgotam a ciência normal e começam a surgir inconsistências entre a teoria e os fatos empíricos, constituindo assim problemas que não podem ser resolvidos com as metodologias decorrentes do paradigma em vigor. Kuhn chama isto de anomalias.

É nesse contexto que surge a crise da ciência normal. De imediato o que se busca então é propor ajustes nas teorias, reconstruindo ou remodelando alguns de seus fundamentos.

Esse período de ajustes foi chamado por Kuhn de *ciência extraordinária*, e ele tanto pode contribuir para a resolução da crise e, conseguinte, para a manutenção dos alicerces do paradigma vigente, como para a conclusão de que os problemas decorrentes da crise não possuem solução, assim como também pode apontar a necessidade de estabelecimento de um novo paradigma, promovendo assim uma *revolução científica*.

Questões para discussão

1. A ciência pode mudar ou transformar-se com o tempo? Se sim, por quê? Como isso acontece?
2. O que você entende por fato científico? Justifique sua resposta.
3. Quando dois cientistas observam o mesmo fenômeno eles podem chegar a conclusões diferentes?
4. Qual é o papel dos modelos na ciência?
5. Você conhece algum exemplo de ciência extraordinária que está acontecendo nesse instante? Se sim, qual? Por que você considera esse conhecimento dessa forma?

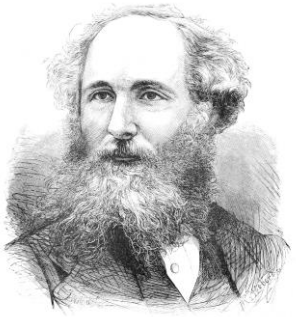
2 PRELIMINARES HISTÓRICOS

No final do século XIX, o progresso da ciência e o sucesso das aplicações tecnológicas das teorias físicas se comparados com os desenvolvimentos dos séculos anteriores haviam sido espantosos(HORVATH, ALLEN, 2007).

A Mecânica Hamiltoniana havia sido desenvolvida como uma reformulação de sua ancestral mais próxima a Mecânica de Lagrange. Não obstante, muito mais sofisticadas matematicamente, essas duas teorias, ambas equivalentes e grandes sucessoras da teoria de Newton revelaram um conjunto completamente novo de insights para a análise dos problemas clássicos, assim como também propiciaram a elaboração de explicações para os movimentos complexos, como o dos piões e dos giroscópios, e aplicações das ideias físicas em diversos aparatos tecnológicos, como navios, dirigíveis e submarinos (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006).

Os trabalhos de Maxwell, Boltzmann e Gibbs sobre a Teoria dos Gases haviam proporcionado uma outra revolução na física. A suposição de que os corpos macroscópicos são constituídos por uma grande quantidade de partículas interagindo entre si, de que essa interação se dava de acordo com as Leis de Newton e a análise estatística do movimento destas partículas interagentes conduziram à grande Unificação da Mecânica com a Termodinâmica, isto é, a gênese da Mecânica Estatística (MARTINS, 2016).

Figura 1 - James Clerk Maxwell



Fonte: Autor desconhecido, imagem de domínio público.

Sobre os ombros de gigantes como Faraday, Coulomb, Biot, Savart, Ampere, Ohm, Oersted, Henry e Lenz, dentre muitos outros, tomando como base

o princípio do éter[31], Maxwell unificou a teoria da eletricidade à do magnetismo. Mostrou que todos os fenômenos elétricos, magnéticos e ópticos podem ser descritos por meio de quatro leis físicas fundamentais, a saber: a lei de Gauss para o campo elétrico, a lei de Gauss para o campo magnético também conhecida como lei de Ausência dos Monopólos Magnéticos, a lei de Faraday modificada por Lenz, e a lei de Ampere modificada por Maxwell (CARUSO, OGURI, 2006).

Os trabalhos de físicos como Fresnel e Young sobre os fenômenos de interferência e difração foram pioneiros no tratamento matemático das propriedades ondulatórias da luz (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006). Além disso, a teoria ondulatória da luz levou à criação de importantes aplicações tecnológicas, como a fotografia por Niepce e Daguerre, por exemplo (MARTINS, 2016).

Foi também nesse período que J. J. Thomson mediu pela primeira vez a razão carga/massa do elétron e Milikan demonstrou experimentalmente a quantização das cargas elétricas, marcando assim, o final do século XIX com um enorme avanço para a evolução do conceito de matéria (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006; THOMSON, MILIKAN, 1962).

Esses eventos históricos, marcados pelo sucesso das ideias científicas dominantes na época, levaram ao estabelecimento de um clima de grande otimismo na comunidade científica (HORVATH, ALLEN, 2007; MARTINS, 2016; CARUSO, OGURI, 2006)

Além disso, havia também um grande interesse na área de engenharia em obter novas técnicas de metalurgia, de forma que uma das maiores pesquisas da Alemanha nesse período, consistia em conhecer a temperatura exata de um forno sem interferir no processo industrial. Emergia daí o problema de medir a temperatura com base no espectro da radiação emitida pelos corpos, que mais tarde se tornaria conhecido como problema da radiação do corpo negro (BUCKINGHAM, 1912).

Entretanto, como prelúdio de uma revolução iminente na física, em um discurso proferido em uma conferência da Royal Society no ano de 1900, e

[31] Até o início do século XX acreditava-se que o éter consistia de um meio material hipotético constituído por uma substância invisível, sem cheiro e sem massa através do qual as ondas eletromagnéticas eram transportadas.

publicado no ano seguinte em um artigo intitulado *Nuvens do século dezenove sobre a teoria dinâmica do calor e da luz*[32], Lord Kelvin indica a existência de duas nuvens escuras no céu azul da física:

> A beleza e a claridade da teoria dinâmica, que assevera serem calor e luz formas de movimento, estão atualmente obscurecidas por duas nuvens. I. A primeira envolve a questão: como é possível que a Terra se mova através de um sólido elástico, o éter luminífero? II. A segunda é a doutrina de Maxwell-Boltzmann com respeito à equipartição da energia (KELVIN, 1900, *apud* SCHULZ, 2007).

As palavras de Lord Kelvin foram proféticas. A primeira nuvem escura começou a se dissipar no *annus mirabilis* de Einstein, 1905, com a publicação de um artigo intitulado *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (*Sobre a Eletrodinâmica dos corpos em movimento*), no qual estão presentes os fundamentos da teoria da relatividade especial.

Ainda em 1900, entretanto, com a publicação de um trabalho intitulado *Sobre a Lei de Distribuição do Espectro Normal,* Max Planck introduziu a hipótese do quantum de energia para o estudo da radiação de um corpo negro, trazendo importantes insights para a resolução de um paradoxo que viria mais tarde a ser chamado de Catástrofe do Ultravioleta[33] e marcando assim o nascimento da teoria quântica (FELDENS, 2010). É sobre este problema que nos debruçaremos na próxima seção.

2.1 A radiação do corpo negro

A interação da radiação eletromagnética com a matéria é um fenômeno de grande interesse em física. A radiação eletromagnética que incide sobre um corpo se comporta segundo os princípios da ótica geométrica. Uma parte dela é absorvida, uma parte refletida e o restante é transmitido através do corpo de volta ao meio em que ele se encontra. Esse fenômeno envolve uma troca entre a energia de radiação dos campos eletromagnéticos ao redor do corpo e a energia térmica devido as partículas que o constituem, sendo por isto denominado de radiação térmica.

[32] Para mais detalhes, consultar: SCHULZ, Peter A. et alDuas nuvens ainda fazem sombra na reputação de Lorde Kelvin. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2007.
[33] O termo catástrofe do ultravioleta foi utilizado pela primeira em 1911 por Ehrenfrest para referir ao desacordo teórico entre os modelos de Paschen-Wien e Rayleigh-Jeans.

Neste capítulo, vamos discutir a teoria clássica da radiação de cavidade, o paradoxo da catástrofe do ultravioleta, a sua resolução através da hipótese do quantum de luz formulada por Planck e a interpretação dada por Einstein à teoria quântica da radiação de Planck. Entretanto, antes de prosseguirmos com isto, vamos apresentar algumas quantidades relevantes à descrição do fenômeno da radiação térmica.

2.1.1 Conceitos Fundamentais

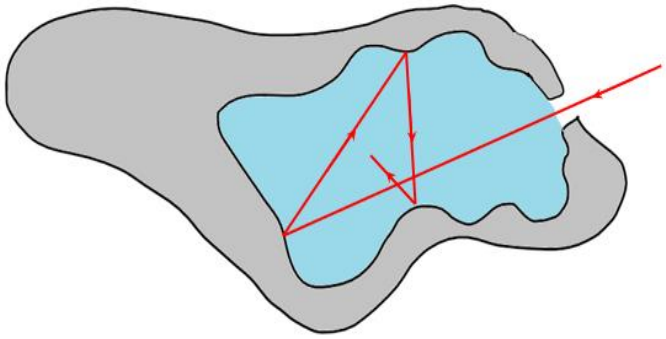
Primeiro, vamos definir poder de absorção espectral α_υ de um corpo como a fração de energia incidente que é absorvida pelo corpo, a refletância espectral r_υ como a fração de energia incidente que é refletida, e de maneira análoga, o coeficiente de transmissão espectral τ_υ como a fração de energia que é transmitida através do corpo. Essas frações são dadas por unidade de tempo, por unidade de área e por unidade de intervalo de frequências e dependem da temperatura T do corpo, de maneira que é fácil notar que,

SAIBA MAIS
sobre o uso do modelo do corpo negro usando o QR code:

$$\alpha_\upsilon(T) + r_\upsilon(T) + \tau_\upsilon(T) = 1 \qquad (2.1.1)$$

No equilíbrio termodinâmico, as taxas espectrais de emissão e absorção são numericamente equivalentes. Assim, um corpo negro é definido como o modelo teórico de um corpo que absorve toda a radiação que incide sobre ele, de modo tal que $\alpha_\upsilon\,(T) = 1$.

Figura 2 – Cavidade no interior de um metal



Fonte: Autor

A radiância ou poder emissivo de um corpo $\mathcal{R}$ é uma função da temperatura T, sendo medida em unidades de watts/metro quadrado, e definida como a energia total emitida pelo corpo por unidade de tempo e por unidade de área.

Exemplo – O resfriamento da Terra
Você entende por que a Terra esfria a noite. Em quem momento do dia a superfície da Terra é mais fria? Resposta: A Terra emite radiação térmica continuamente, mas somente durante o dia recebe radiação do Sol. Durante o dia, a superfície da Terra é então aquecida. Ou seja, o fluxo de energia recebida do Sol é maior que o emitido pela Terra. Assim, quando o Sol se põe, a quantidade de energia recebida pela Terra vai diminuindo ao longo do tempo (durante toda noite) até que o sol nasça novamente. Assim, a superfície da Terra é mais fria nas primeiras horas da manhã.

No final do século XIX, já se sabia que corpos submetidos a uma dada temperatura T emitem radiação eletromagnética. Tal fato encontrava-se firmemente estabelecido no corpus da então teoria física da radiação na forma de duas leis físicas comprovadas empiricamente quase que em toda a sua abrangência. Trata-se da Lei de Wien e da Lei de Rayleigh, que explicam o fenômeno de radiação do corpo negro em intervalos de frequências distintos.

2.2 A Lei de Stefan-Boltzmann

Foi o grande interesse econômico em determinar com exatidão a temperatura dos altos fornos das primeiras grandes fábricas alemãs sem interferir nos processos industriais, que levou muitos cientistas se interessarem pelo problema da radiação do corpo negro (BUCKINGHAM, 1912). Uma contribuição notável foi a de Jozef Stefan que, com bases experimentais em 1879, propôs que a intensidade de energia total irradiada por um corpo negro dependia da quarta potência da sua temperatura absoluta:

$$\mathcal{R}(T) = \sigma T^4 \qquad (2.2.1)$$

em que $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2}.K^4$ é a constante de Stefan-Boltzmann, estabelecendo experimentalmente a lei que levaria seu nome (PARGA, GUTIÉRREZ-MEJÍA, 2010; BREHM, MULLINS, 1989; EISBERG, RESNICK, 1979; BORN, 1962).

A seguir vamos discutir dois exemplos de aplicação dos conceitos tratados anteriormente, o primeiro sobre a aproximação de uma lâmpada de filamento ao modelo do corpo negro, o segundo acerca da determinação da temperatura da Terra e um terceiro sobre a luminosidade das estrelas.

Exemplo– Lâmpada de Filamento

Uma lâmpada de filamento cilíndrico (de raio $\mathbf{R = 0{,}01\ mm}$ e comprimento $\mathbf{L = 25\ mm}$ é mantido a uma temperatura $\mathbf{T = 5000\ K}$ por uma corrente elétrica. Uma criança, observa essa lâmpada à noite de uma distância $\mathbf{d = 1\ km}$ com a pupila do olho totalmente dilatada (para um raio $\mathbf{r = 0{,}5\ mm}$)

Considerando que o filamento se comporta aproximadamente como um corpo negro e emite radiação isotropicamente, determine:

a) a potência emitida pelo filamento
b) quanta energia entra no olho da criança

Resolução:

a) Pela Lei de Stefan-Boltzmann, temos que a radiância é dada por:

$$\boldsymbol{\mathcal{R}(T) = \frac{dP}{dA} = \sigma T^4}$$

Onde é o elemento diferencial $\boldsymbol{dP}$ correspondente a potência radiada e $\boldsymbol{dA}$ o elemento de área, por onde a energia é emitida. Assim sendo, vemos ainda que, a potência total emitida é então dada por:

$$\boldsymbol{P = \sigma T^4 A_t}$$

Como o filamento é cilíndrico, vemos que:

$$\boldsymbol{P = 2\pi\sigma T^4 RL = 2\pi \times \left(5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2}.K^4\right) \times}$$

$$\boldsymbol{\times (5000\ K)^4 \times (0,01\ \times 10^{-3} m) \times (25\ \times 10^{-3} m) = 55,67\ W}$$

b) Como a lâmpada emite radiação igualmente em todas as direções (isotrópica), a potência que entra no olho é a potência total irradiada vezes a fração do disco da pupila para a área total de uma esfera centrada na fonte e de raio d = 1,0 km. Assim, temos:

$$\mathbf{P_{olho}} = \mathbf{P}_{total} \frac{\pi R^2}{4\pi r^2} = (56,67\ \mathbf{W}) \times \frac{(0,01 \times 10^{-3})^2}{4 \times 1000^2} = 2,5 \times 10^{-7}\mathbf{W}$$

Exemplo – A temperatura da Terra

Considere o planeta Terra como um corpo negro em equilíbrio térmico e, estime a sua temperatura em termos do raio, da temperatura de Alfa Centauri e da distância entre a Terra e Alfa Centauri.

Resolução:

Como se trata de uma situação de equilíbrio térmico, temos que, a potência emitida pela Terra é equivalente a potência emitida por Alfa Centauri que é absorvida pela Terra, isto é,

$$P_e = P_a$$

em que $\boldsymbol{P_e}$ é a potência radiada pela Terra e $\boldsymbol{P_a}$ é a potência recebida de Próxima Centauri que é absorvida pela Terra.

No entanto, como sabemos a potência absorvida é denotada pela equação,

$$P_a = \frac{dP_C}{dA} 4\pi R_C^2 \frac{\pi R_{Terra}^2}{4\pi D^2}$$

E, como $\frac{\boldsymbol{dP_C}}{\boldsymbol{dA}} = \boldsymbol{\sigma T_C^4}$ temos que,

$$P_a = \sigma T_C^4 4\pi R_C^2 \frac{\pi R_{Terra}^2}{4\pi D^2}$$

Agora, considerando a Terra como um corpo negro, podemos utilizar um procedimento similar para encontrar a potência $\boldsymbol{P_e}$ radiada pela Terra:

$$P_e = \frac{dP_{Terra}}{dA} 4\pi R_{Terra}^2 = \sigma T_{Terra}^4 4\pi R_{Terra}^2$$

Mas, usando as leis estudadas anteriormente, vemos que:

$$\boldsymbol{\sigma T_{Terra}^4 4\pi R_{Terra}^2 = \sigma T_C^4 4\pi R_C^2 \frac{\pi R_{Terra}^2}{4\pi D^2}}$$

Assim, simplificando e isolando a temperatura da Terra, temos que:

$$T_{Terra} = T_C \sqrt{\frac{R_C}{2D}}$$

Exemplo – A Luminosidade das Estrelas

Uma grandeza de interesse em Astronomia é a sua Luminosidade (L) das estrelas, definida como quantidade de energia que emitem por unidade de tempo.

a) Considerando uma estrela arbitrária como um corpo negro esférico de raio médio $\boldsymbol{R_B}$ cuja emissão de radiação eletromagnética é isotrópica, determine a sua luminosidade.

b) Considerando a Luminosidade do Sol equivalente a $\boldsymbol{3,846 \times 10^{26}\, W}$ e o seu raio equivalente a $\boldsymbol{R_{Sol} = 695\,500\ \mathrm{Km}}$, estime a sua temperatura superficial.

Resolução:

a) Vimos anteriormente que a energia emitida por um corpo negro por unidade de tempo e por unidade de área, isto é, o seu fluxo, é dado pela Lei de Stefan:

$$u = \sigma T^4 \qquad (1.1.1.1)$$

Dessa maneira, sendo a Luminosidade $\boldsymbol{L}$ dada em unidades da energia $\boldsymbol{W}$ e do tempo $\boldsymbol{T}$, vemos que:

$$L = \Delta W / \Delta T \qquad (1.1.1.2)$$

Mas, como o fluxo é obtido em unidades de energia por unidade de tempo e de área, para um corpo esférico, temos que,

$$u = \frac{\Delta W}{4\pi R_B^2 \Delta T} \qquad (1.11.3)$$

Isto é,

$$\frac{\Delta W}{\Delta T} = 4\pi R_B^2 u \qquad (1.1.1.4)$$

Utilizando as equações (1.2.2.1) e (1.2.2.2) em (1.2.2.3), verificamos então que a luminosidade de uma estrela $\boldsymbol{L}$, é dada por:

$$L = 4\pi R_B^2 \sigma T^4 \qquad (1.1.1.5)$$

b) Considerando os dados fornecidos acima e equação (1.2.2.5) obtida anteriormente, depreende-se que,

$$\boldsymbol{T = \sqrt[4]{\frac{L}{4\pi R_B^2 \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{3{,}846 \times 10^{26}\, W}{4\pi(6{,}955 \times 10^{8}\, m)^2 . 5{,}67 \times \frac{10^{-8} W}{m^2 K^4}}} \cong 5779{,}70 K}$$

Assim a temperatura na superfície do Sol equivale a 5779,7 K.

2.3 A Teoria Clássica da Radiação

Em 1893, Wilhelm Wien propôs um modelo explicativo para a radiação de cavidade no regime de altas frequências. A análise de Wien da radiação do corpo negro consistiu, em distinção à de Boltzmann, em considerar a cavidade como uma máquina térmica em uma transformação adiabática.

Por meio de bases experimentais, Wien mostrou que o raio de uma cavidade é inversamente proporcional a sua temperatura, isto é:

$$\lambda \propto \frac{1}{T}$$

E, considerando uma constante k, que,

$$\lambda T = k$$

Figura 3 - Luis Carl Paschen (1865-1940) foi físico experimental proeminente no final do século XIX conhecido por seus trabalhos sobre descargas elétricas

Fonte: Autor Desconhecido, licenciado em CC BY-SA

em que k é equivalente a $k = 2{,}8977685 \times 10^{-3}\ m.K$. Ele observou ainda que, durante uma expansão adiabática, podemos associar a cada instante de tempo t_i uma temperatura T_i. E, pela equação acima, a cada temperatura T_i um comprimento de onda λ_{max} máximo, cujo produto é sempre equivalente mesma constante, implicando assim que, devemos ter:

$$\lambda_{max} T = k \qquad (2.3.1)$$

resultado conhecido como Lei do Deslocamento Espectral de Wien.

Figura 4 - Lord Rayleigh.

Fonte: Autor Desconhecido, licenciado em CC BY-SA

Com este resultado verificamos como uma parte da curva de densidade espectral muda em comprimento de onda à medida que a temperatura de um corpo negro muda.

Exemplo – Comprimento de onda máximo de um corpo negro

Formada por uma nuvem de gás e poeira, a nebulosa de Bumerangue registra temperatura de 272 ºC negativos (1 kelvin), só 1 grau acima do zero absoluto. Ao que parece, ela é o lugar mais frio do Universo, mas o mistério ainda não foi totalmente desvendado. A nebulosa fica em Centauro, uma das constelações da Via Láctea, no hemisfério sudeste celestial, a 5 000 anos-luz da Terra.

Disponível em: < https://super.abril.com.br/mundo-estranho/qual-e-a-temperatura-do-espaco/> Acesso: jan. 2019

Calcule o comprimento de onda máximo da nebulosa do bumerangue. Em qual região do espectro eletromagnético esse comprimento de onda é encontrado?

Resolução:

Isolando o comprimento de onda máximo na Lei de Wien, temos que:

$$\boldsymbol{\lambda_{max} = \frac{2{,}8977685 \times 10^{-3}\ m.K}{T} = \frac{2{,}8977685 \times 10^{-3}\ m.K}{1\mathrm{K}} \cong 3\ mm}$$

Esse comprimento de onda se encontra entre o microondas e o infravermelho.

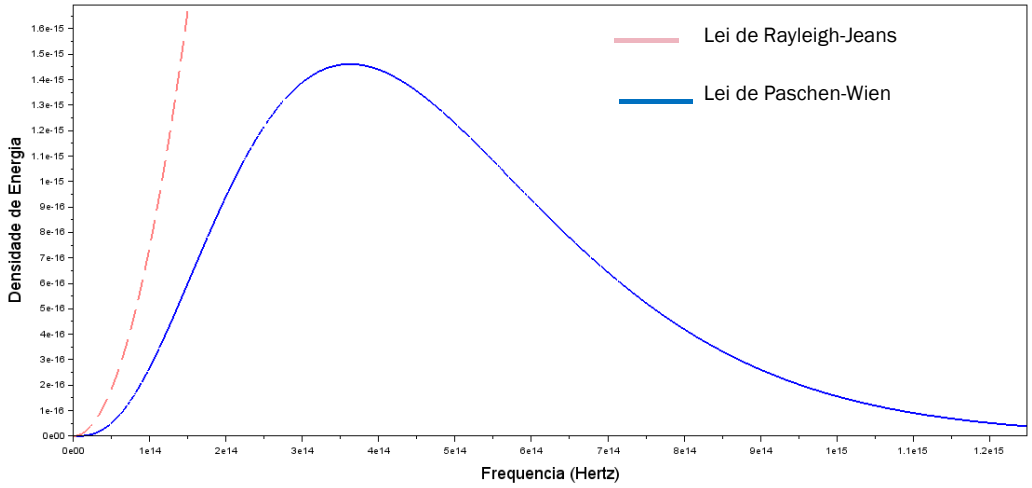
Mais tarde e m 1896, o físico alemão Louis Carl Paschen (1865-1940) obteve experimentalmente a Lei de Wien. Entretanto, a expressão obtida por Paschen-Wien não se constituía como uma explicação suficiente e completa para o espectro normal da radiação do corpo negro, aplicando-se somente a pequenos comprimentos de onda (altas frequências pela equação $c = \lambda\nu$), o que levou, dessa forma, o físico inglês John Strutt Rayleigh[34] a estudar o problema do espectro de radiação do corpo negro. Para Rayleigh, a energia média de cada oscilador era consequência apenas da Eletromagnetismo de Maxwell, de maneira que, considerando a radiação térmica como proporcional aos modos normais de vibração dos osciladores moleculares deduziu, em 1900, a famosa fórmula:

$$u_T(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \qquad (2.3.2)$$

A lei de Rayleigh pode ser demonstrada considerando-se um corpo negro a uma temperatura T, no qual a emissão de radiação de suas paredes se apresenta em equilíbrio térmico com a radiação que é absorvida pelas paredes. E ainda que a radiação eletromagnética se apresenta na forma de ondas confinadas em um volume vazio V, que também se apresenta em equilíbrio térmico com o seu recipiente, podendo ainda serem tratadas como uma superposição de ondas estacionárias.

[34] *Lord Rayleigh sucedeu James Clerk Maxwell na Universidade de Cambridge, onde juntamente com o químico inglês Sir William Ramsay recebeu o Nobel de Física em 1904 por suas pesquisas sobre a teoria cinética dos gases e pela descoberta do Argônio.*

Figura 5 – Catástrofe do Ultravioleta



Fonte: Autor

No entanto, apesar dos resultados obtidos experimentalmente se mostrarem excelentes para altos comprimentos de onda (pequenas frequências), eles falham miseravelmente para pequenos comprimentos de onda. E muito pior do que isso, considerando o gráfico ao lado percebemos que como área abaixo da curva de Rayleigh corresponde à soma para todas as frequências da energia emitida em cada frequência, ou seja, corresponde à energia total emitida pelo corpo negro, e que ela deveria ser infinita. O que definitivamente é um absurdo, independente do resultado experimental. Ao lado da Lei de Wien, que demonstramos com certo rigor na seção precedente, estes resultados constituem o paradoxo chamado *Catástrofe do Ultravioleta.*

Questões para discussão

1. Uma estrela tem uma temperatura de superfície de 8000K. Em que comprimento de onda essa estrela emitirá a maior parte de sua luz?
2. Qual é a cor de um corpo negro? Justifique sua resposta.
3. Na sua concepção, qual é o grau de certeza que os cientistas têm acerca da temperatura das estrelas? Justifique sua resposta.
4. Na sua concepção, o desenvolvimento científico requer experimentos? Caso a sua resposta seja afirmativa, por quê?

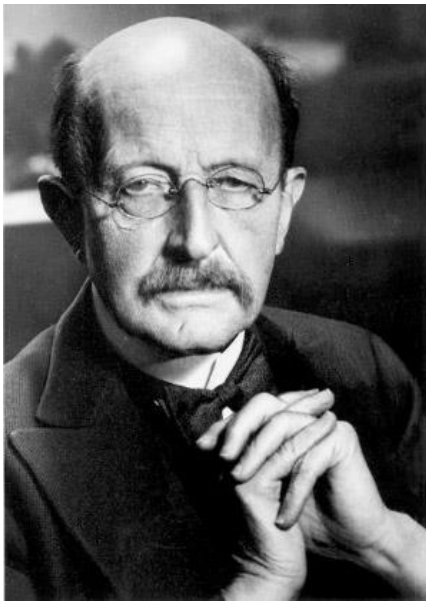
5. Na sua concepção, as duas nuvenzinhas de Lord Kelvin levaram a uma crise científica? Justifique sua resposta.
6. Na sua concepção, qual é o papel da matemática, isto é, dos modelos matemáticos na construção do conhecimento científico?

3 TEORIA QUÂNTICA DA RADIAÇÃO

3.1 A Lei de Planck

Planck estudou física com Helmholtz e Kirchhoff em Berlim. E era particularmente fascinado pela universalidade da segunda Lei da Termodinâmica dedicando-se inicialmente a partir dos artigos de Clausius a compreender como a segunda Lei poderia ser aplicada aos mais diversos problemas físicos.

Figura 6 - Max Planck (1858-1947)



Fonte: Autor Desconhecido está licenciado em CC BY-NC-ND

Em 19 de outubro de 1900, Planck apresentou a Sociedade de Física de Berlim um trabalho, no qual demonstrou heuristicamente por meio de uma interpolação matemática que a energia dos osciladores considerados por Wien e Rayleigh era quantizada.

Neste artigo, Planck argumenta ainda que a necessidade da obtenção de uma interpolação das leis de Rayleigh e Wien surge em razão do fato dessas leis não se constituírem como *universais.*

> Mostrei, em minha última exposição sobre o assunto, que as bases físicas da teoria da radiação eletromagnética, e inclusive a hipótese da "radiação natural" [radiação do corpo negro, N.T.], resistem às críticas mais severas. Como, de acordo com meu conhecimento, os cálculos não apresentam erros, fica estabelecido que a lei da distribuição de energia do espectro normal se torna inteiramente determinada quando se pode calcular a entropia S de um ressonador radiante, oscilando de maneira monocromática, em função de sua energia de oscilação U (PLANCK,1900).

Planck encontrou a equação:

$$u(\omega) = k_1\omega^2 \frac{k_2}{e^{\frac{k_2}{kT}} - 1} \qquad (3.1.1)$$

em termos do comprimento de onda, mostrando que os dados obtidos em laboratório poderiam ser satisfatoriamente reproduzidos e completou assim a descrição experimental do fenômeno da radiação do corpo negro (DIONIOSIO, 2005).

Nesta seção, vamos obter a Lei de Planck, no entanto, inicialmente por meio dos argumentos por ele utilizados em seu artigo de 1906, no qual reobteve a Lei de Radiação e, posteriormente, pelo método usado por Einstein no artigo intitulado “Sobre a Teoria Quântica da Radiação” publicado em 1917.

SAIBA MAIS

sobre a história de Max Planck usando o QR code:

SCAN ME

Planck, define a distribuição de energia normal como aquela em que diferentes densidades de radiação, funções da frequência de oscilação dos modos vibracionais da cavidade, possuem a mesma temperatura. Em seu artigo, argumenta que, apesar do problema de determinar a distribuição de energia normal se resumir ao problema de encontrar a entropia S em função da energia U do sistema, o erro cometido tanto por ele quanto por Wien nos estudos apresentados anteriormente à comunidade científica foi considerar a entropia como uma função simples da energia, assumindo assim que aquela forma constituía-se como a única expressão matemática possível.

Também podemos reescrever a Lei de Rayleigh-Jeans na forma:

$$u(\omega) = \frac{\omega^2 \langle kT \rangle}{c^3 \pi^2} \tag{3.1.2}$$

Assim sendo, vamos assumir inicialmente que os modos da radiação são constituídos por quantidades discretas de energia chamados por Planck de *quantum* e que a energia de cada quantum de luz é expressa pela equação:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \tag{3.1.3a}$$

$$\hbar = h/2\pi \tag{3.1.3b}$$

Consideremos assim que cada modo contém n quanta. Vamos então encontrar a energia média de um modo com frequência ω. Assim, assumindo a quantização da energia em (3.1.3a), a energia total de cada modo pode ser expressa por:

$$n\varepsilon = n\hbar\omega \tag{3.1.4}$$

O problema de encontrar a energia média de cada modo com frequência ω é equivalente do ponto de vista matemático ao de encontrar o número médio de

quanta em cada modo de vibração. Sendo assim, devemos calcular a probabilidade P de encontrar um modo de radiação com energia média E. E a chave para isso consiste em perceber que a probabilidade é expressa por:

$$P(E) = ke^{-\frac{E}{kT}} \tag{3.1.5}$$

De maneira tal que devemos escolher uma constante k que satisfaça:

$$\sum_i P(E_i) = 1 \tag{3.1.6}$$

Assim, podemos calcular a energia média pela equação:

$$\langle E \rangle = \sum_i E_i . P(E_i) = 1 \tag{3.1.7}$$

onde $E = n\hbar\omega$. Calculando a constante k na equação (3.1.5), para normalizar a probabilidade $P(E)$, como argumentamos anteriormente, temos que:

$$k . \sum_i e^{-\frac{E}{kT}} = 1$$

$$k = \left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\hbar\omega}{kT}}\right]^{-1} \tag{3.1.8}$$

Observemos na equação acima que a inclusão do termo com $i = 0$ na soma em (3.1.8) significa, fisicamente, que é necessário permitir uma probabilidade diferente de zero para que o modo tenha energia nula.

Utilizando algumas ferramentas de cálculo diferencial e integral e de séries de potencias, pode-se obter a energia média na forma.

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega}{e^{-\varsigma} - 1} = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \tag{3.1.9}$$

Usando a equação (1.5.9) na 1.5.0, obtemos finalmente a Lei de Planck:

$$u(\omega) = \frac{\omega^2}{c^3\pi^2} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \tag{3.1.10}$$

Exemplo – Energia dos Ressonadores de Planck
De acordo com pesquisa publicada na revista Science, pesquisadores do Instituto Max Planck de Física Gravitacional descobriram um pulsar em

sistema binário extremamente raro – que bateu recordes de velocidade e densidade. As duas estrelas apresentam, em seu movimento conjunto, a órbita mais rápida já registrada: eles levam 93 minutos para completar o movimento. E como se isso já não fosse surpreendente, a distância mínima entre os dois astros é menor que o diâmetro do nosso astro soberano, o Sol.

Disponível em: < https://veja.abril.com.br/ciencia/astronomos-descobrem-pulsar-com-orbita-mais-rapida-ja-registrada/> Acesso: jan. 2019.

Os pulsares são pequenas estrelas de nêutrons formadas após a explosão de estrelas supermassivas que giram em altas velocidades e emitem sinais de rádio ou raios gama que podem ser captados da Terra na forma de pulsos. Supondo que a temperatura superficial típica de um pulsar varia em torno de um valor teórico $\boldsymbol{T_0}$ e considerando o modelo do corpo negro para explicar o seu comportamento de emissão e absorção da radiação, determine a probabilidade serem de emitidas ondas de rádio com comprimentos de onda $\boldsymbol{\lambda_0}$.

Resolução:

Utilizando a hipótese de Planck, um quantum de energia emitido pelo pulsar é expresso por:

$$\boldsymbol{E = h\nu}$$

Recordando que c é a velocidade da luz, temos que, $\boldsymbol{\nu = c/\lambda}$, assim, temos que:

$$\boldsymbol{E = \frac{hc}{\lambda}}$$

Utilizando a hipótese de Planck, temos que a probabilidade é dada pela equação:

$$\boldsymbol{P(E_n) = \frac{e^{-\frac{nhc}{\lambda kT}}}{\left[\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nhc}{\lambda kT_0}}\right]}}$$

Dessa maneira, encontramos a probabilidade de serem emitidas ondas de rádio de comprimentos de onda teórico $\boldsymbol{\lambda_0}$, por um pulsar a uma temperatura superficial típica $\boldsymbol{T_0}$.

Em seu artigo intitulado “Sobre a Lei de Distribuição do Espectro Normal”, Planck argumentou ainda que a entropia eletromagnética poderia ser identificada com a entropia termodinâmica, ou seja, considerando-a como o logaritmo do número de microestados acessíveis. Na acepção de Planck, a questão fundamental do problema do corpo negro estava em determinar a entropia S em função da energia U.

No seu segundo trabalho de 1900, Planck deduziu que a entropia total, isto é, a entropia dos ressonadores mais a entropia do campo, era um máximo para um estado de equilíbrio (CARUSO, OGURI, 2006). A grande novidade trazida pelo trabalho de Planck foi a consideração formal por conveniência de simplificação dos cálculos de que os ressonadores poderiam emitir ou absorver energias em quantidades discretas com um mínimo $\hbar\omega$.

No entanto, ele não compreendeu a natureza revolucionária desta asserção e tampouco foi claro quanto a sua própria interpretação disso, o que causou confusão e levou a formulação de diversas interpretações filosóficas e físicas diferentes por parte da comunidade científica: Ehrenfrest considerou, por exemplo, que Planck havia afirmado que a energia da radiação é discreta e múltipla de $\hbar\omega$, enquanto Lorentz entendeu que os osciladores emitiam ou absorviam energias múltiplas de $\hbar\omega$(ARRUDA, VILLANI, 1996).

Figura 7 - Paul Ehrenfrest

Fonte: Autor Desconhecido, licenciado em CC BY-SA

Não obstante, da maneira como essa suposição foi apresentada por Planck, constituía-se somente como um mero artifício de cálculo, tendo em vista que Planck havia baseado seu trabalho nos escritos de Boltzmann, que também já havia se utilizado do mesmo artifício, esperando ao final da dedução usar o limite quando a constante tendesse a zero (DARRIGOL,2009, ARRUDA, VILLANI, 1996).

Planck concluiu sua apresentação do problema da radiação do corpo negro defendendo a ideia, que mais tarde foi dada como incorreta, de que a lei de Wien

e, por extensão, a sua própria expressão para a entropia de um ressonador constituíam uma consequência da segunda Lei da Termodinâmica.

3.2 Einstein e a natureza da luz

Em 1905 Albert Einstein publicou quatro trabalhos seminais que transformaram profundamente a física e influenciam o pensamento científico até os dias atuais. Em um desses trabalhos, ele fez considerações importantíssimas sobre os trabalhos de Wien, Jeans, Rayleigh e Planck e apresentou uma interpretação física para a hipótese do quantum de luz, dando um passo revolucionário no desenvolvimento da teoria quântica.

Einstein, não somente defendia a tese de que a lei de Rayleigh-Jeans constituía-se como uma previsão inequívoca da física clássica, ainda mais que isso, apresentou também uma dedução matemática teoricamente consistente, tornando-se a primeira pessoa a derivar esta lei corretamente – tendo feito isto, inclusive, antes de Jeans obter a constante numérica adequada.

Já haviam se passado quase cinco anos desde a publicação do trabalho de Planck sobre a radiação do corpo negro, no qual é apresentada a solução para o paradoxo da catástrofe do ultravioleta.

Não obstante, fica claro nos escritos de Einstein, daquele ano, que tão importante quanto perceber este problema, ou ainda resolvê-lo de maneira coerente, é compreender as suas causas no contexto da teoria clássica.

Einstein estava profundamente preocupado com o dualismo estranho entre a mecânica e o eletromagnetismo clássico. Tanto os esforços da época em formalizar uma concepção completa do mundo físico considerando a mecânica como a ciência básica, como o processo inverso, isto é, a fundamentação de uma visão de mundo eletromagnética, haviam se mostrado inadequados.

Este dualismo entre partículas e campos foi então o seu ponto de partida no artigo de 1905 intitulado *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz*:

> A teoria dos processos eletromagnéticos de Maxwell no chamado espaço vazio difere de maneira profunda e essencial dos atuais modelos teóricos de gases e outras matérias. Por um lado, consideramos o estado de um corpo material a ser determinado

> completamente pelas posições e velocidades de um número finito de átomos e elétrons, embora um número muito grande. Por contraste, o estado eletromagnético de uma região do espaço é descrito por funções contínuas e, portanto, não pode ser determinado exatamente por nenhum número finito de variáveis (EINSTEIN, 1905).

Einstein atenta para o fato ainda de que apesar da teoria ondulatória da luz constituir-se como um excelente modelo para a explicação de fenômenos puramente ópticos, se faz necessário observar que nela se consideram apenas os valores da média temporal, enquanto os valores instantâneos são deixados de lado (EINSTEIN, 1905). Nem todos os fenômenos eletromagnéticos poderiam ser explicados em termos mecânicos assim como também os fenômenos mecânicos não poderiam ser reduzidos a uma forma eletromagnética aceitável (KLEIN, 1977, 1979).

Para investigar as causas disso, Einstein situou sua pesquisa dentro de um programa de unificação. O seu ponto de vista heurístico possibilitou a explicação apresentando assim, sua interpretação revolucionária para hipótese do quantum de luz de Planck no artigo sobre o efeito fotoelétrico que lhe rendeu o Nobel de Física posteriormente (KLEIN, 1979).

Seria então possível tratar a radiação como uma entidade discreta e particulada? Para Einstein, que compreendia o comportamento da radiação a luz da teoria de Maxwell, a princípio, não:

> [...] de acordo com a teoria de Maxwell, a energia dos fenômenos puramente eletromagnéticos (como a luz) deveria ser representada por uma função contínua do espaço. Em contraste, a energia de um corpo material deve ser representada por uma soma discreta sobre os átomos e elétrons; portanto, a energia de um corpo material não pode ser dividida em muitos componentes arbitrariamente pequenos. No entanto, de acordo com a teoria de Maxwell (ou, na verdade, qualquer teoria das ondas), a energia de uma onda de luz emitida a partir de uma fonte pontual é distribuída continuamente por um volume cada vez maior. (EINSTEIN, 1905)

Em 1909, Einstein apresentou os resultados de sua pesquisa física no Encontro Alemão Anual de Física realizado em Salzburgo naquele ano, episódio no qual ele conheceu muitos cientistas cujas obras estudava. Nesse episódio, ele discutiu enfaticamente a maneira como a hipótese dos quanta de luz, apesar de ter sido confirmada experimentalmente e de apresentar consistência matemática, rompia com as concepções clássicas sobre a radiação. Seria

possível que a Lei de Planck estivesse correta, mas que pudesse ser obtida por algum outro método que não aquele baseado na desconcertante hipótese de Planck? Haveria alguma outra hipótese que fizesse justiça aos fenômenos da radiação? Além disso, se, de fato, constitui-se como uma necessidade elementar modificar os princípios da teoria, poder-se-ia pelo menos conservar a forma e a beleza das equações para a propagação da radiação e interpretar os fenômenos de uma maneira diferente?(DE BROGLIE, 1992, 1929; EINSTEIN, 1909, EINSTEIN)

Einstein então reformula a hipótese de Planck, apresentando uma nova interpretação física:

> [...] na propagação de um raio de luz emitido por uma fonte puntiforme, a energia não é continuamente distribuída sobre volumes cada vez maiores de espaço, mas consiste em um número finito de quanta de energia, localizados em pontos do espaço, que se movem sem se dividir e que podem ser absorvidos ou gerados somente como unidades integrais.(EINSTEIN, 1905)

No entanto, também julgava necessário considerar a natureza ondulatória da radiação, conforme assinala Louis de Broglie: “Einstein viu bem que sua teoria não era só uma teoria estritamente corpuscular, pois ele fez intervir a noção de frequência, que é estritamente ondulatória”(KLEIN, 1977).

Dessa maneira, se a energia E presente em um raio de luz consiste de um número finito de quanta de energia localizados que se movem sem serem divididos e que podem ser absorvidos ou emitidos por inteiro, podemos então escrever:

$$E = n\varepsilon = nh\nu \tag{3.2.4}$$

em que $h = \frac{R}{N}Z$ é a constante de Planck, R é a constante dos gases, N é o número de Avogadro e Z é uma constante arbitrária. Einstein considera um modelo para a realidade completamente revolucionário para a sua época.

A hipótese de Einstein de um corpúsculo de luz de energia E forçou uma revisão da até então muito bem estabelecida teoria eletromagnética desenvolvida por Maxwell e muitos outros no século anterior.

Mais tarde em 1917, Einstein publicou um novo artigo intitulado “Sobre a Teoria Quântica da Radiação”, no qual apresentou, dessa vez, uma proposta

diferente para a solução do problema da radiação do corpo negro, fazendo uso, para isto, do modelo atômico de Bohr.

Na próxima seção, vamos discutir sobre raciocínio desenvolvido por Einstein neste último artigo para encontrar a expressão da Lei de Planck.

3.3 A Lei de Planck e a hipótese dos quanta de luz

Considerando novamente uma cavidade a uma temperatura T, cujas paredes são constituídas por moléculas representadas por ressonadores em uma variedade de estados estacionários, isto é, com energias bem definidas, Einstein salienta que a similaridade entre a distribuição de velocidades de Maxwell e a distribuição espectral da radiação do corpo negro constituía-se como impressionante demais para que permanecesse escondida por muito tempo e que, motivado por isto, Wien deduziu sua lei do deslocamento (2.3.1) para a densidade espectral, reconhecendo também que a teoria clássica conduz paradoxalmente ao estabelecimento da fórmula de Rayleigh (2.3.2).

Seguindo o raciocínio de Einstein, vamos considerar que cada molécula pode assumir um conjunto discreto de estados $\{Z_i = Z_1, Z_2, \dots, Z_N, \dots\}$ cujas energias são $\{E_i = E_1, E_2, \dots, E_N, \dots\}$, assim a probabilidade de que uma das moléculas esteja em um estado estacionário de energia E_N é dada pela distribuição canônica de probabilidades de Boltzmann, sendo então expressa por:

$$W_N = p_N \, e^{-\frac{E_N}{kT}} \tag{3.3.1}$$

em que k é a constante Boltzmann e p_N é o peso estatístico do estado quântico considerado.

Vamos considerar agora que os ressonadores da cavidade podem ser encontrados em dois estados quânticos m e n distintos, com energias bem definidas E_m e $E_n > E_m$, respectivamente. Vamos assumir ainda, assim como foi considerado por Einstein em seu trabalho revolucionário, as seguintes hipóteses sobre as trocas de energia que podem ocorrer nesses estados:

i) que as moléculas estejam em condições de passar do estado de energia E_n para o estado E_m e vice-versa.

ii) que essas transições de um nível de energia para o outro ocorra mediante a absorção ou emissão de uma quantidade de energia discreta.

$$E_n - E_m = h\nu \tag{3.3.2}$$

ou seja, de acordo com um dos mais importantes postulados da teoria atômica de Bohr.

iii) a probabilidade de ocorrência de uma transição no intervalo de tempo dt é expressa pela equação:

$$\Delta W = A_n^m \Delta t \tag{3.3.3}$$

onde A_n^m representa, apenas como exemplo ilustrativo, o caso particular da transição de um estado m para um estado n, quaisquer.

iv) A razão do número de átomos no estado n e no estado m é expressa pela relação:

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}} \tag{3.3.4}$$

A partir da consideração dessas hipóteses, vamos então examinar três processos elementares de transferência de energia que podem resultar em mudanças de nível. Os dois primeiros ocorrem devido a interação entre a radiação e as moléculas da cavidade e vamos chamá-los de absorção induzida e emissão estimulada, respectivamente. O último, por sua vez, um processo de emissão de radiação eletromagnética, de ocorrência independente da existência de um campo externo de radiação, ocorre de maneira espontânea, constituindo-se como uma propriedade da matéria em equilíbrio com a radiação, conforme previsão de Hertz no século anterior.

Vamos começar pela absorção induzida, processo caracterizado pela passagem das moléculas de um estado de menor energia E_m para um estado de maior energia E_n. Nesse tipo de transição, denotando por A_m^n o número de transições do nível inferior m para o nível superior n, e considerando que ele deve ser proporcional ao número de moléculas N_m que se encontram no estado de menor energia, podemos escrever,

$$A_n^m = N_m u(\nu, T) B_n^m \tag{3.3.5}$$

onde a constante B_n^m é chamada de coeficiente de absorção induzida.

Consideremos, agora, um processo de emissão espontânea, que ocorre independentemente da existência de um campo de radiação externa, isto é, cujo número de transições por segundo ocorre com uma taxa independente da radiação presente. E em adição, atentemos para o fato de que a presença da radiação externa propicia um processo de emissão estimulada, assim, podemos escrever,

$$A_m^n = N_n(A_n^m + u(\nu, T)B_m^n) \tag{3.3.6}$$

com os dois termos descrevendo emissão espontânea e estimulada, respectivamente. Com isto, se estabelecido o equilíbrio, o número de transições de nível de m para n (para cima) e de n para m (para baixo), devem ser equivalentes então, vemos que,

$$A_m^n = A_n^m \tag{3.3.7}$$

Daí, usando (3.3.3), (3.3.4) e (3.3.5) notamos que,

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{\dfrac{A_n^m}{u(\nu,T)B_n^m}}{\dfrac{A_n^m}{(A_n^m + u(\nu,T)B_m^n)}} = \frac{A_n^m}{u(\nu,T)B_n^m}\frac{A_n^m + u(\nu,T)B_m^n}{A_n^m}$$

$$= (A_n^m + u(\nu,T)B_m^n)/(u(\nu,T)\ B_n\hat{}m\ ) = e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}} \tag{3.3.8}$$

E podemos reescrever a equação anterior na forma:

$$A_n^m = u(\nu,T)\left(B_n^m e^{\frac{E_m - E_n}{kT}} - B_m^n\right) \tag{3.3.9}$$

Assim, considerando a função $f(T) = e^{-\frac{C}{kT}}$, sendo C e k constantes reais, podemos fazer a expansão em série:

$$f(T) = e^{-\frac{C}{kT}} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{C}{kT}\right)^j}{j!} = 1 + \frac{C}{kT} + \frac{C^2}{2k^2T^2} + \frac{C^3}{6k^3T^3} + \frac{C^4}{24k^4T^4} + \cdots$$

Tomando como fixa a energia, no limite de altas temperaturas, isto é, fazendo $T \to \infty$, vemos que a expansão em série fica na forma,

$$e^{-\frac{E_m - E_n}{kT}} \to 1 + \frac{E_m - E_n}{kT} + 0\left(\frac{1}{(kT)^2}\right) \tag{3.3.10}$$

Entretanto, sabemos que no limite de altas temperaturas a densidade de energia espectral $u(\nu, T)$ é dada pela fórmula de Rayleigh-Jeans, isto é,

$$u(\nu,T) \to \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT \tag{3.3.11}$$

Assim, usando essas aproximações na equação [1.6.9], temos que:

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT\left\{B_n^m\left[1+\frac{E_m-E_n}{kT}\right]-B_m^n\right\} \tag{3.3.12}$$

Donde notamos que,

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kTB_n^m + \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kTB_n^m\left(\frac{E_m-E_n}{kT}\right) - \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kTB_m^n \tag{3.3.13}$$

Isto é,

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kTB_n^m + \frac{8\pi\nu^2}{c^3}(E_m-E_n)B_n^m - \frac{8\pi\nu^2}{c^3}kTB_m^n \tag{3.3.14}$$

Não obstante, observemos que, o primeiro membro da equação (3.3.14) não apresenta dependência com a temperatura T, assim sendo, os termos que apresentam esse tipo de dependência no segundo membro devem ser desconsiderados, implicando então, como expresso pela equação (3.3.7) que:

$$B_n^m = B_m^n \tag{3.3.15}$$

$$A_n^m = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}(E_m-E_n)B_n^m \tag{3.3.16}$$

Usando a equação (3.3.15) na equação (3.3.9), temos que:

$$A_n^m = u(\nu,T)B_n^m\left(e^{\frac{E_m-E_n}{kT}}-1\right) \tag{3.3.17}$$

Isolando densidade espectral de energia, vemos que:

$$u(\nu,T) = \frac{A_n^m/B_n^m}{e^{\frac{E_m-E_n}{kT}}-1} \tag{3.3.18}$$

Mas da equação (3.3.16), também observamos que,

$$\frac{A_n^m}{B_n^m} = \frac{(8\pi\nu^2)}{c^3}\ (E_m-E_n) \tag{3.3.19}$$

Assim, usando (3.3.19) em (3.3.18), vemos que,

$$u(\nu,T) = \frac{(8\pi\nu^2)}{c^3}\ \frac{((E_m-E_n))}{e^{\frac{E_m-E_n}{kT}}-1} \tag{3.3.20}$$

E, ainda, assumindo a hipótese dos quanta de energia de Planck, expressa pelas equações (3.1.3a-b) vemos que,

$$u(\nu,T)=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} \tag{3.3.21}$$

que é a lei da radiação de Planck, como queríamos demonstrar.

3.4 A entropia dos osciladores de Planck

Retornemos agora para a análise do texto do artigo de Einstein intitulado *Sobre um ponto de vista heurístico a respeito da produção e transformação da luz* e vamos deduzir, assim como feito por Wien e Einstein, por uma questão de completude, a expressão matemática para a entropia da radiação.

Partindo do Princípio de Boltzmann, vamos considerar que a entropia da radiação para dois estados S_0 e S e a probabilidade relativa $\widetilde{W}$, é dada por:

$$S-S_0=k\ln\widetilde{W} \tag{3.4.1}$$

Consideremos então que inicialmente a radiação está contida em um volume V_0, em um espaço isotrópico de pontos moveis, não interagentes. E que decorrido certo tempo, a radiação se encontra no mesmo espaço isotrópico, mas agora confinada em um volume V. Dessa forma, associando os estados dados por S_0 e S aos volumes V_0 e V, temos que a probabilidade de transição $\widetilde{W}$, descrita anteriormente, é expressa por:

$$\widetilde{W}=\left(\frac{V}{V_0}\right)^n \tag{3.4.2}$$

Daí, usando a expressão (3.4.2) em (3.4.1), temos que:

$$S-S_0=kn\ln\left(\frac{V}{V_0}\right)+constante \tag{3.4.3}$$

Daí então podemos escrever a variação da entropia considerando um estado de entropia S no qual toda a radiação está contida em um volume V:

$$S-S_0=\frac{kW}{h\nu}\ln\frac{V}{V_0} \tag{3.4.4}$$

Einstein comparou as equações (3.4.3) e (3.4.4) e concluiu que a radiação eletromagnética emitida pelo corpo negro se comportava como um gás ideal de N partículas. Algum tempo depois, Einstein expressou seus sentimentos acerca do estado da física nesse período dizendo: "*Era como se o chão tivesse sido*

removido do chão, sem uma base sólida sobre a qual construir para ser vista em qualquer lugar" (EINSTEIN, 1917).

3.5 As Unidades Naturais do Universo

Para resolver os problemas do cotidiano, isto é, do macrocosmos em que estamos inseridos, é natural que façamos uso das grandezas do sistema MKS, isto é, aquele em que as unidades fundamentais para comprimento, massa e tempo são, respectivamente, o metro (m), o quilograma (kg) e o segundo (s).

Entretanto, quando se trata do microcosmos, em que os fenômenos quânticos se tornam relevantes e lidamos com sistemas físicos de dimensões muito reduzidas, precisamos introduzir unidades de medida mais adequadas a descrição dos processos físicos. Dessa maneira, precisamos encontrar unidades que sejam naturais à caracterização desses sistemas.

Ao longo deste capítulo aprendemos que Planck, descobriu uma nova constante fundamental na natureza h e que esta findou por ser batizada com o seu nome. Na teoria da relatividade, Einstein postula que a velocidade da luz c é constante em todos os referenciais inerciais e, como nos sistemas atômicos, medimos energia em unidades de elétron-Volt (eV), podemos considerar uma quantidade física arbitraria Q com dimensões de comprimento, massa e tempo, em termos das constantes, c, h e eV. Para isso, vamos considerar inicialmente que Q pode ser escrito na forma:

$$[Q] = [m]^a[kg]^b[s]^c \tag{3.5.1}$$

Assim sendo, em termos das constantes fundamentais c, h e eV, temos:

$$[Q] = [c]^m[h]^n[eV]^p \tag{3.5.2}$$

Mas sabemos que a constante de Planck, a velocidade da luz c, e um elétron-volt são parâmetros dados em termos de unidades de massa (M), comprimento (L) e tempo (T), de forma tal que:

$$[h] = \left[\frac{L^2M}{T}\right] \tag{3.5.3}$$

$$[c] = \left[\frac{L}{T}\right] \tag{3.5.4}$$

$$[eV] = \left[\frac{L^2 M}{T^2}\right] \tag{3.5.5}$$

Se dividirmos [h] por [eV] encontramos então [T]. E dividindo [eV] pelo quadrado de [c] encontramos [M]. Ainda, dividindo [c] e [h] por [eV] encontramos [L]. Assim, usando isso na expressão de [Q], temos que,

$$m = b - 2a$$

$$n = b + c$$

$$p = a - b - c$$

Ou, escrevendo em termos de m, n e p, vemos que,

$$a = n + p$$

$$b = m + 2n + 2p$$

$$c = -m - n - 2p$$

Por exemplo, podemos escrever, no sistema cgs:

$$[cm] = \frac{[c][h]}{[eV]} \tag{3.5.6}$$

$$[g] = \frac{[eV]}{[c^2]} \tag{3.5.7}$$

$$[s] = \frac{[h]}{[eV]} \tag{3.5.8}$$

Dessa forma, podemos escrever qualquer quantidade física [Q] do macrocosmo em termos das unidades do microcosmos ou vice-versa, o que mostra que o universo como um todo é quantizável.

Exemplo **–** Segunda Lei de Newton e Unidades naturais

Escreva uma unidade de força em termos das unidades naturais do universo c, h e eV.

Resolução: As unidades de força são obtidas da segunda lei de Newton, então:

$$[\boldsymbol{F}] = [\boldsymbol{M}].\left[\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{T^2}}\right]$$

Comparando com a equação para uma quantidade física [Q] arbitrária dada em termos do comprimento, da massa e do tempo, notamos que, $\boldsymbol{a} = \mathbf{1}, \boldsymbol{b} = \mathbf{1}\ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{c} = -\mathbf{2}$. Assim, vemos que,

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{b} - \mathbf{2}\boldsymbol{a} = \mathbf{1} - \mathbf{2} = -\mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \mathbf{1} - \mathbf{2} = -\mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} - \boldsymbol{c} = \mathbf{1} - \mathbf{1} + \mathbf{2} = \mathbf{2}$$

Isto é,

$$[\boldsymbol{F}] = \frac{[\boldsymbol{eV}]^{\mathbf{2}}}{[\boldsymbol{h}][\boldsymbol{c}]}$$

3.5.1 Unidades de Planck

As constantes c e h constituem duas entidades universais da natureza. No entanto, eV não. Considerando a interação gravitacional entre os corpos, pode-se levar em conta outra constante física universal, a constante G de Newton, que é obtida por meio da Lei da Gravitação:

$$F = -G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{3.5.1.1}$$

sendo a constante de Newton, expressa por:

$$G = 6{,}67408 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$$

De onde, vemos que:

$$[G] = \frac{[L]^3}{[M][T]^2} \tag{3.5.1.2}$$

Essas três unidades, c, $\hbar$ e G são chamadas de unidades de Planck. Por meio de combinações delas podemos escrever quantidades com dimensão de massa, comprimento e tempo.

3.5.2 Escalas de Planck

O limite imposto pelas escalas de Planck constitui um mistério ainda sem solução para a comunidade científica. De acordo com (SHIVNI, 2016):

> Os físicos não sabem o que realmente acontece na escala de Planck, mas podem especular. Alguns físicos teóricos das partículas preveem todas as quatro forças fundamentais - gravidade, força fraca, eletromagnetismo e força forte - finalmente se fundem em uma única força nessa escala de energia. Gravidade quântica e supercordas também são possíveis fenômenos que podem dominar na escala de energia de Planck. A escala de Planck é o limite universal, além do qual as leis da física atualmente conhecidas quebram. Para compreender algo além disso, precisamos de uma física nova e inquebrável (SHIVNI, 2016)

Usando, as unidades naturais e o sistema CGS, obtemos que:

$$[G] = \frac{[eV]^2}{[c].[h]} . \frac{[cm]^2}{[g]^2} = \frac{[eV]^2}{[c].[h]} . \frac{\frac{[c]^2[h]^2}{[eV]^2}}{\frac{[eV]^2}{[c]^4}} = \frac{[c]^5[h]}{[eV]^2} \qquad (3.5.2.1)$$

Assim, vemos que $[eV] = \frac{[c]^{\frac{5}{2}}[h]^{\frac{1}{2}}}{[G]^{\frac{1}{2}}}$. Há cem anos Max Planck apresentou suas famosas unidades de massa, comprimento e tempo (SIVARAM, 2007). As unidades de Planck aparecem em muitos ramos da física, como a astrofísica, a cosmologia, e a teoria quântica, constituindo assim um conteúdo de relevante importância na aprendizagem da física moderna.

$$m_{Planck} = \frac{eV}{c^2} = \frac{c^{5/2}h^{\frac{1}{2}}}{G^{1/2}c^2} = \sqrt{\frac{hc}{G}} = 2{,}2 \times 10^{-5} gm \qquad (3.5.2.2)$$

$$l_{Planck} = \frac{hc}{eV} = \frac{hcG^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{5}{2}}h^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} = 1{,}6 \times 10^{-33} cm \qquad (3.5.2.3)$$

$$t_{Planck} = \frac{h}{eV} = \frac{hG^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{5}{2}}h^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} = 5 \times 10^{-44} s \qquad (3.5.2.4)$$

Para se ter uma ideia da grandeza do comprimento de Planck, por exemplo, podemos compará-lo com o tamanho de um átomo, cuja ordem de grandeza já é 10^5 vezes menor do que qualquer coisa que possamos ver a olho nu (um tamanho de átomo é de 0,0000000001 metros). Considere, por exemplo, que tenhamos medido o raio de um átomo de hidrogênio (cerca de 53 pm). Podemos

colocar essa medida em termos do comprimento de Planck, de tal maneira a obtermos $r_H = 3{,}3125 \times 10^{25} l_{planck}$. Dessa maneira, considerando que essa medida tenha sido realizada à taxa de um comprimento de Planck por segundo, medir o diâmetro atômico levaria um tempo equivalente a cerca de $7{,}67 \times 10^6$ vezes a idade atual do universo[35] (SHIVNI, 2016).

Note ainda que as equações acima envolvem apenas, h, c e G e não apresentam qualquer dependência com as propriedades de qualquer sistema físico particular como o elétron ou o próton.

Questões para discussão

1. Você conhece alguma grandeza física que é quantizada? Se sim, qual(is)? Por que você considera essa(s) dessa maneira?
2. Você sabe qual aspecto do corpo negro forçou Planck a propor a quantização? Justifique sua resposta.
3. Você sabe por que não percebemos a quantização no nosso dia-a-dia? Por quê?
4. Uma molécula oscila com uma frequência de $1{,}56 \times 10^{18}\ Hz$. (a) Qual deve ser a diferença de energia entre os estados permitidos desse oscilador? (b) Qual deve ser a diferença deve ser a nova frequência se a diferença de energia for reduzida em 8%? Justifique sua resposta.
5. Na sua concepção, qual é o papel da matemática, isto é, dos modelos matemáticos na construção do conhecimento científico?
6. Na sua concepção, os avanços científicos promovidos por Planck constituem um exemplo de ciência extraordinária?

[35] Para fazer esta estimativa levamos em conta que a idade do universo é de cerca de 13,7 bilhões e anos, isto é, equivale a $13{,}7 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 4{,}320432 \times 10^{17} s$.

4 DUALIDADE ONDA-PARTÍCULA

4.1 Introdução

A descoberta dos raios X no final do século XVII e a descoberta dos primeiros elementos radioativos no final do século XIX, constituíram um episódio bastante significativo na história da ciência e inspiraram uma série de pesquisas científicas que buscavam uma compreensão mais profunda sobre a estrutura e a composição do átomo.

Nesse período havia um grande interesse entre os físicos em compreender as origens das propriedades de fluorescência e fosforescência de muitas substâncias que continham o urânio. Algumas razões justificavam isso, uma se devia ao fato de que estas substâncias apresentavam fluorescência excepcionalmente forte, outra, por sua vez, baseava-se na possibilidade de que no processo de absorção e emissão de luz na fosforescência e fluorescência ocorresse uma violação à Lei de Stokes[36] (CARUSO & OGURI, 2015).

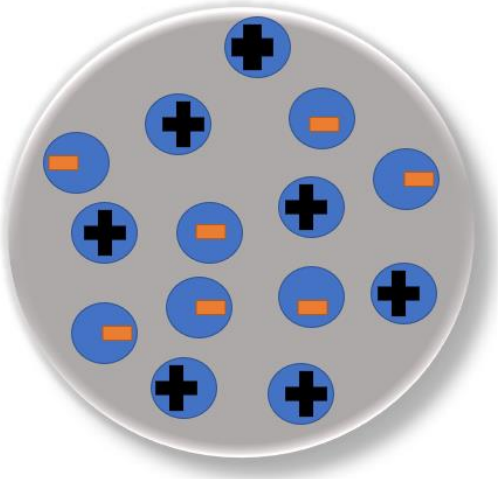
Além disso, Henry Becquerel (1852-1908), Friedrich Giesel (1852-1927), assim como o casal Curie, Wilhelm Wien e muitos outros cientistas importantes dessa época demonstraram experimentalmente analisando os desvios sofridos por raios beta devido a variação de campos magnéticos que esse tipo de radiação é composto por elétrons de altas energias (PEDUZZI, 2005).

Em 1900, o físico francês Paul Villard (1860-1934) verificou ainda que o urânio emite uma radiação que não é defletida por um campo magnético. Tratava-se da radiação gama (MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005).

Nessa época, a comunidade científica adotava como modelo explicativo para a estrutura do átomo, o modelo de Thomson conhecido como modelo do *pudim de ameixas*.

[36] Em 1854, na universidade de Cambridge, o físico e matemático George G. Stokes (1819-1903) observando em seu laboratório a diferença de cor e intensidade de luz incidente e refletida em amostras de fluorita verde, identificou um fenômeno comum que chamou de reflexão dispersiva, no qual os comprimentos de onda da luz dispersa são sempre maiores que o comprimento de onda luz original, resultado este que ficou conhecido como Lei de Stokes. Além disso, propôs pela primeira vez na história a utilização da fluorescência com fins analíticos, por meio do estabelecimento da relação entre a concentração do soluto e a intensidade da fluorescência (VALEUR, BERBERAN-SANTOS, 2011).

Figura 8 - Modelo do Pudim de Passas de Thomson



Fonte: Autor

Nesse modelo, o átomo era considerado como uma distribuição esférica hipotética de cargas positivas, embebida por uma grande quantidade cargas pontuais negativas (CARUSO & OGURI, 2015).

De acordo com a tese de Thomson, as cargas positivas deveriam prover a força atrativa e manter os elétrons confinados, formando configurações de equilíbrio dinâmico na esfera de cargas. No entanto, esse modelo padecia do problema da instabilidade mecânica, tendo em vista que, na medida em que se consideravam átomos mais complexos, isto é, com mais elétrons, tornava-se cada vez mais difícil obter as configurações de equilíbrio(CARUSO, OGURI, 2015).

Nesse mesmo período, William Bragg demonstrou a partir da ionização de gases que os raios gama constituíam-se de ondas eletromagnéticas. Os experimentos de espalhamento de emissões radioativas do urânio em alvos delgados realizados pelo físico neozelandês Ernest Rutherford (1871-1937) e seus colaboradores em Cambridge promoveram a descoberta das radiações alfa e beta e a identificação da natureza da radioatividade, assim como a teoria da transmutação dos elementos (CARUSO, OGURI, 2015; MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005; STRATHERN, 1999).

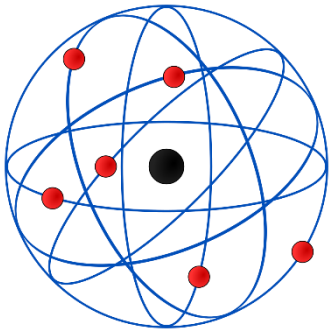
As descobertas de Rutherford e seus colaboradores a partir da análise de uma série de espalhamentos de partículas alfa por átomos de ouro levaram à

construção de um modelo teórico para o átomo (PEDUZZI, 2005). Esse modelo ficou conhecido como modelo atômico de Rutherford.

A tese defendida por Rutherford se enquadrava no que os físicos viriam denominar mais tarde de modelo planetário para o átomo, tendo em vista que, de acordo com os resultados obtidos por ele e por seus colaboradores, o núcleo constituía-se de uma estrutura rígida de carga positiva imersa em um imenso espaço vazio no qual os elétrons, com uma massa muito menor do que a dos prótons, apresentavam órbitas circulares devido a interação eletromagnética entre essas duas partículas elementares (PEDUZZI, 2005).

Na Figura 9, a seguir, é mostrado o modelo planetário de Rutherford.

Figura 9 - Modelo de Rutherford



Fonte: Imagem de domínio público CC BY-NC

No entanto, já se sabia àquela época por meio do teorema de Larmor[37] que cargas aceleradas em movimento curvilíneo emitiam radiação eletromagnética, de maneira que tanto o modelo de Thomson como o de Rutherford apresentavam essa falha teórica. A estabilidade dos sistemas atômicos passou a partir daí a constituir um assunto de grande interesse entre os cientistas.

Afinal, de acordo com o modelo de Rutherford, como poderiam ser estáveis as orbitas dos elétrons ao redor do átomo se a cada período de orbita completa

[37] O teorema de Larmor constitui um dos resultados mais importantes da teoria eletromagnética(PARENTE et al, 2013). O conteúdo físico desse teorema constituiu a principal causa dos problemas da teoria do espalhamento de Rutherford. A fórmula de Larmor tem origem na equação do fluxo eletromagnético, sendo expressa por:

$$P(t_r) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{q^2 a(t_r)^2}{c^3}$$

onde P é a potência irradiada, ou seja, a energia por unidade de tempo, q é a carga, c é a velocidade da luz, a é a aceleração no instante retardado, conforme mostrado por (GRIFFITHS, 1999).

parte da energia dos elétrons é emitida na forma de ondas eletromagnéticas? (PEDUZZI, 2005)

No capítulo anterior discutimos como Planck sugeriu a hipótese da quantização da energia através do estudo da radiação do corpo negro e como Einstein generalizou esta hipótese propondo um retorno à teoria corpuscular da luz. Neste capítulo, vamos apresentar a teoria atômica de Bohr, que responde o questionamento anterior, e discutir a hipótese de de Broglie da dualidade onda-partícula, que constituiu no início do século passado um dos mais belos paradoxos teóricos de toda a ciência.

4.2 Átomo de Bohr

Em julho e setembro de 1913, o jovem físico dinamarquês Niels Bohr, apresenta em dois artigos publicados na revista Philosophical Magazine and Journal of Science, a sua intrigante teoria atômica. Bohr fundamenta as suas ideias em dois postulados, que podem ser enunciados da seguinte maneira:

Primeiro: nos sistemas atômicos, elétrons não podem viajar em caminhos arbitrários ao redor do núcleo, somente em uma série de orbitas periódicas, estáveis e concêntricas, chamadas de estados estacionários, sendo os seus movimentos adequadamente descritos por meio da mecânica clássica, mas as transições entre dois estados não podem ser explicadas usando os fundamentos clássicos.

Segundo: as transições entre os diferentes estados estacionários produzem a emissão de radiação eletromagnética de uma única frequência, v, que é dada pela diferença de energia entre dois estados estacionários, dividido pela constante de Planck.

4.2.1 A lá Bohr

A teoria de Bohr constituiu um divisor de águas para a compreensão humana das propriedades da matéria e da radiação. Nos seus trabalhos

intitulados "*Sobre a constituição de átomos e moléculas*", Partes I e II, Bohr explica o espectro de emissão do átomo de hidrogênio por meio da aplicação das ideias de Planck e Einstein na teoria atômica de Rutherford (CARUSO & OGURI, 2015; MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005; STRATHERN, 1999, PARENTE et al, 2013).

Consideremos então que um elétron de carga $-e$ apresenta uma orbita circular ao redor do núcleo atômico fixo de carga Ze e com uma massa muito maior do que a massa do elétron. A interação entre as cargas é de natureza coulombiana, então, considerando apenas estados estacionários,

$$\sum F_i = \frac{mv^2}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = 0 \tag{4.2.1}$$

De forma que podemos escrever,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \tag{4.2.2}$$

Recordando que, a energia total E desse sistema é dada por:

$$E = E_K + E_P = \frac{mv^2}{2} + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right) \tag{4.2.3}$$

Usando (4.2.2), podemos escrever ainda que,

$$E = E_K + E_P = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} + \left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right) = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} \tag{4.2.4}$$

Note que, na equação (4.2.1), m é a massa, v é a velocidade, Z é o número de prótons presente no núcleo e r o raio da orbita do elétron. Ressalte-se ainda que o sinal negativo no termo da energia potencial acima advém da interação eletrodinâmica atrativa entre as cargas opostas (PARENTE et al, 2013; HEANDLER, 1982),.

Perceba ainda que a energia total do átomo é equivalente em módulo à metade da sua energia potencial (PARENTE et al, 2013; HEANDLER, 1982),. Dessa maneira, conforme apontado por (PARENTE et al, 2013; HEANDLER, 1982), de acordo com a equação (4.2.4), a energia mínima E_0 que deve ser fornecida para um elétron para removê-lo do átomo de hidrogênio é dada por:

$$E_0 = +\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r} \tag{4.2.5}$$

Não obstante, de acordo com (PARENTE et al, 2013), um resultado importante da mecânica clássica para o movimento circular, se refere a conexão entre a velocidade linear e a frequência de revolução do elétron:

(4.2.6)

$$v = 2\pi f r$$

Seguindo adiante, note ainda que, sendo U a energia potencial do elétron,

$$r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{U} \tag{4.2.7}$$

Como E_0 também é numericamente igual a energia cinética E do elétron e $U = 2E$, vemos que,

$$r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{2E} \tag{4.2.8}$$

Assim, usando (4.2.8) na equação clássica da energia cinética, e isolando a frequência, podemos escrever,

$$f = \frac{2^{\frac{5}{2}}\varepsilon_0\sqrt{E^3}}{\sqrt{m}Ze^2} \tag{4.2.9}$$

Bohr prossegue tomando como ponto de partida então a fórmula empírica de J. J. Balmer, notadamente conhecida por reproduzir as linhas de emissão espectrais conhecidas do átomo de hidrogênio [50], que pode ser expressa na forma:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{4.2.10}$$

Em que, λ é o comprimento de onda de emissão, n é um inteiro maior que 2 e $R_H = 1{,}0973731568508(65) \times 10^{-7} m^{-1}$ é a constante de Rydberg.

No entanto, como Bohr conhecia as limitações da eletrodinâmica clássica no que concerne à obtenção de um modelo explicativo para o átomo advindas da inadequação ao teorema de Larmor, decidiu trazer à baila o quantum de ação de Planck (BASTOS FILHO, 2003; CARUSO & OGURI, 2015; HEANDLER, 1982; MARTINS, 1990; PEDUZZI, 2005; PARENTE, 2013; STRATHERN, 1999). Interpretando a fórmula de Balmer à luz da hipótese de Planck, Bohr assume que o átomo emite energia da mesma maneira que os osciladores das paredes de uma cavidade, ou seja, em quantidades discretas(BOHR, 1999) e reescreve:

$$\nu_{n,2} = cR_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \tag{4.2.11}$$

4.2.2 Hipótese de Bohr

Bohr estabelece então que a relação entre a frequência de revolução do elétron em torno do núcleo e a frequência da radiação emitida é expressa por:

$$\nu = \frac{f}{2} \tag{4.2.12}$$

o que, de acordo com Bohr, constituía um argumento completamente artificial, e de fato, era. No entanto, Bohr reconhecia a importância da espectroscopia atômica e sabia que sem o uso da fórmula de Balmer para as linhas espectrais seria incapaz de construir uma teoria bem sucedida (HEANDLER, 1982; STACHEL, 2009; JAMMER, 1966).

Usando a equação (3.2.13) na equação (1.7.1), podemos escrever,

$$E = \frac{nhf}{2} \tag{4.2.13}$$

Dessa maneira, utilizando a equação (3.2.9) na equação acima, e tomando como E a energia de um estado estacionário, verificamos que,

$$E = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} \tag{4.2.14}$$

Isto é, a energia E é uma função de n e podemos escrever $E = E(n)$.

Exemplo – Energias nos estados estacionários

Estime a energia para os cinco primeiros estados estacionários do átomo de hidrogênio.

Dados: permissividade elétrica do vácuo $\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}}$ (farad/metro);
constante de Planck $\boldsymbol{h = 6,63 \times 10^{-34} J/s}$;
$\boldsymbol{\pi \cong 3,14}$;
carga elementar $\boldsymbol{e = 1,6 \times 10^{-19} C}$
massa do eletron m = $\boldsymbol{9,109 \times 10^{-31}}$kg
Z = 1

Resolução:

Basta usar a equação (3.2.14):

$\boldsymbol{n = 1}$	$\boldsymbol{E(1) = \frac{(9,11 \times 10^{-31} kg)(1,6 \times 10^{-19} C)^4 1^2}{8 \times (8,85 \times 10^{-12})^2 (6,63 \times 10^{-34})^2}\frac{1}{1^2} = 2,18 \times 10^{-18} J}$
$\boldsymbol{n = 2}$	$E(2) = (2,18 \times 10^{-18} J)\frac{1}{2^2} = 5,45 \times 10^{-19} J$

$\boldsymbol{n=3}$	$E(3)=(2{,}18\times10^{-18}J)\frac{1}{3^2}\ =2{,}42\times10^{-19}J$
$\boldsymbol{n=4}$	$E(4)=(2{,}18\times10^{-18}J)\frac{1}{4^2}\ =1{,}36\times10^{-19}J$
$\boldsymbol{n=5}$	$E(4)=(2{,}18\times10^{-18}J)\frac{1}{5^2}\ =8{,}72\times10^{-20}J$

Note que consideramos, $\boldsymbol{E=E(n)}$**,** de tal modo que,

$$\boldsymbol{E(n)=\frac{E(1)}{n^2}}$$

onde, $\boldsymbol{E(1)=2{,}18\times10^{-18}J}$é a energia do primeiro estado estacionário.

Ainda, usando a equação acima na expressão da energia potencial apresentada em (4.2.3), temos que, o raio das orbitas dos elétrons é dado por:

$$r=r(n)=\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2 Z}n^2 \qquad (4.2.15)$$

O que constitui um resultado bastante significativo além de completamente inesperado e inconsistente com resultados de sistemas que teríamos a presunção inicial de considerar análogos no mundo clássico, como um satélite orbitando um planeta qualquer, por exemplo (HEANDLER,1982).

Tomemos como exemplo um sistema quase perfeitamente análogo. Desconsiderando a excentricidade da orbita da Terra, nosso pequeno ponto azul na imensidão do cosmos, executa um movimento periódico ao redor do Sol, de maneira tal que o raio de sua órbita (se considerarmos um movimento puramente circular) depende da energia que lhe é fornecida, podendo assumir qualquer valor numa faixa continua (BASTOS FILHO, 2003; EHRENFEST, 1911, *apud* EHRRENFEST, 1913; JAMMER, 1966).

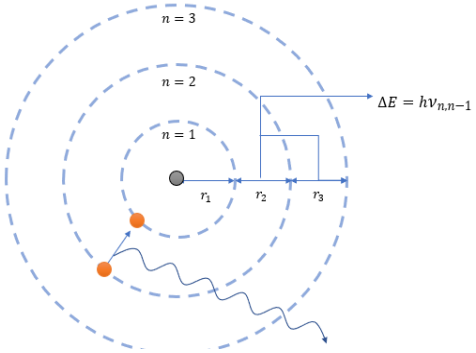
No entanto, de acordo com a hipótese de Bohr, os elétrons só podem ocupar certas orbitas de raios discretos em torno do núcleo atômico. Tomando $n=1$ e $Z=1$, temos que,

$$r_1=\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \qquad (4.2.16)$$

recordando ainda que $m = m_e$ é a massa do elétron, como todas as quantidades acima são constantes, o valor teórico do raio da primeira orbita permitida é constante, recebendo então a denominação de raio de Bohr. Assim, podemos escrever, os raios das orbitas permitidas na forma,

$$r_n = r_1 \frac{n^2}{Z} \qquad (4.2.17)$$

Figura 10 - Representação simples da emissão de um fóton na transição de um estado estacionário n =2 para um estado estacionário n=1.



Fonte: Autor.

Exemplo – Raio das Orbitas dos Elétrons

Estime o raio das orbitas dos elétrons para os cinco primeiros níveis de energia para o átomo de hidrogênio.

Dados: permissividade elétrica do vácuo $\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}}$ (farad/metro);
constante de Planck $\boldsymbol{h = 6,63 \times 10^{-34} J/s}$;
$\boldsymbol{\pi \cong 3,14}$;
carga elementar $\boldsymbol{e = 1,6 \times 10^{-19} C}$
massa do eletron m = $\boldsymbol{9,109 \times 10^{-31} kg}$
Z = 1

Resolução:

Usando as equações (3.2.15), (3.2.16) e (3.2.17) temos que:

$\boldsymbol{n = 1}$	$\boldsymbol{r(1) = \frac{\left(8,85 \times \frac{10^{-12} F}{m}\right)\left(6,63 \times \frac{10^{-34} J}{s}\right)^2}{3,14(9,11 \times 10^{-31} kg)(1,6 \times 10^{-19} C)^2} 1^2 = 5,29 \times 10^{-11}\, m}$
$\boldsymbol{n = 2}$	$r(2) = 5,29 \times 10^{-12} \frac{2^2}{1} = 2,116 \times 10^{-10} m$
$\boldsymbol{n = 3}$	$r(3) = 5,29 \times 10^{-12} \frac{3^2}{1} = 4,761 \times 10^{-10} m$
	$r(4) = 5,29 \times 10^{-12} \frac{4^2}{1} = 8,464 \times 10^{-10} m$

$\boldsymbol{n = 4}$	
$\boldsymbol{n = 5}$	$r(5) = 5{,}29 \times 10^{-12}\frac{5^2}{1} = 1{,}3225 \times 10^{-9}m$

4.2.3 Condição de frequência de Einstein-Bohr

Dessa maneira, a cada orbita está associada uma energia permitida. Bohr postula que na transição entre dois estados estacionários de energia demanda a absorção ou emissão de energia, utilizando a relação de Planck-Einstein para explicar esses processos. De acordo com Bohr, a energia decorrente da transição entre dois estados estacionários s e p é expressa por:

$$E_s - E_p = h\upsilon_{s,p} \qquad (4.2.18)$$

Essa condição ficou conhecida como condição de frequência de Einstein-Bohr, residindo nela a quebra da física atômica com a eletrodinâmica clássica.

SAIBA MAIS

sobre o conceito de fóton na coluna do Professor Carlos Alberto dos Santos usando o QR CODE:

SCAN ME

. Apesar de ser amplamente aceita atualmente a ideia de que a energia emitida nos processos de transição sejam fótons e ainda que reconhecesse a utilidade do conceito de fóton na compreensão do efeito fotoelétrico, de acordo com Stachel (2009), o próprio Bohr era cético em relação a isto. Assim sendo, ele preferiu pensar na radiação emitida como uma onda. A razão histórica disso está diretamente ligada ao fato de que Bohr acreditava que a possível natureza da corpuscular da luz seria irreconciliável com os fenômenos de interferência e difração (STACHEL, 2009). Dessa maneira, ele pretendia analisar a natureza da radiação a partir de suas propriedades ondulatórias, o que era essencial para a aplicação do seu princípio de correspondência, como veremos nas seções seguintes(STACHEL, 2009; BOKULICH, 2014).Devido a isso, devemos ter cuidado ao utilizar o

conceito de fóton[38] para discutir as primeiras ideias de Bohr. Todavia, ainda, o conceito de fóton pode ser muito útil para a compreensão do princípio de correspondência.

Assim, usando a equação (3.2.14) na equação acima, temos que,

$$E_s - E_p = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{s^2} - \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{p^2} = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^2}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{p^2}\right] = h\upsilon_{s,p} \tag{4.2.19}$$

Comparando a equação acima com a equação (3.2.11), percebemos que, para qualquer que seja o átomo,

$$R = \frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2h^3} \tag{4.2.20}$$

isto é, o valor teórico da constante de Rydberg, escrito em termos da massa e da carga do elétron e da constante de Planck é muito próximo do valor empírico, apresentando para o átomo de hidrogênio um desvio inferior a 5%, o que constituiu um resultado que impressionou muito a comunidade científica da época e se tornou o grande sucesso da teoria de Bohr (BASTOS FILHO, 2003; PARENTE et al.,2013).

Não obstante, como vimos anteriormente, partindo de fundamentos clássicos, a frequência de revolução do elétron em torno do núcleo é dada pela equação:

$$\upsilon = \frac{v}{2\pi r} \tag{4.2.21}$$

onde r é o raio da orbita e v é a velocidade média do elétron.

4.2.4 A quantização do momento angular

No entanto, utilizando a relação de Planck-Einstein a hipótese Bohr, temos que, entre dois estacionários n e $n-1$:

$$\Delta E = E_n - E_{n-1} = \frac{h\upsilon}{4\pi r} \tag{4.2.22}$$

em que n é inteiro. Todavia, sabemos também que, partindo de fundamentos clássicos, o momento angular do elétron L é dado por:

$$\vec{\mathrm{L}} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{4.2.23}$$

[38] De acordo com [65], Bohr somente ganhou confiança para adotar o conceito de fóton na sua teoria atômica, a partir da análise dos resultados dos experimentos de Bothe-Geiger e Compton-Simon.

em que $\vec{r}$ é a posição e $\vec{p} = m\vec{v}$ o momento linear do elétron. Assim sendo, obtém-se,

$$\vec{\mathrm{L}} = \vec{r} \times m\vec{v} \tag{4.2.24}$$

Dessa maneira, tomando o módulo do momento angular temos que,

$$L = rmvsin\theta \tag{4.2.25}$$

onde θ é o ângulo formado entre o vetor $\vec{r}$ e o vetor $\vec{v}$. No entanto, considerando que $\vec{r}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares, reorganizando os termos, podemos considerar simplesmente $L = rmv$. Ainda, recordando das equações (4.2.3) e (4.2.4) que a energia cinética do elétron é equivalente a energia total do sistema podemos escrever,

$$\Delta E = E_{K_n} - E_{K_{n-1}} = \frac{L_n}{2r}v - \frac{L_{n-1}}{2r}v = \frac{\Delta \mathrm{L}}{2r}v \tag{4.2.26}$$

onde ΔL é a variação do momento angular decorrente da transição de dois estados estacionários.

Assim sendo, usando (4.2.22) e (4.2.26), podemos escrever,

$$\Delta L = \frac{h}{2\pi} \tag{4.2.27}$$

Dessa maneira, de acordo com as hipóteses de Bohr, podemos ainda concluir que, em termos de s, $L_s = L(s) = n\hbar$, para todo n inteiro. Ou seja, o momento angular na escala atômica é quantizado (PARENTE, 2013; BASTOS FILHO,2003; SALES & SUZUKI, 2014; EHRENFEST, 1913; HEANDLER, 1982, JAMMER, 1966).

4.2.5 O Princípio da Correspondência

O princípio de correspondência constitui um assunto que até hoje é alvo de debate entre os físicos do mundo todo. Para compreender o seu arcabouço teórico vamos imaginar que o átomo pode ser descrito por um modelo simplificado em que um elétron executa um movimento periódico unidimensional cuja posição varia no tempo com uma frequência fundamental ω, sendo uma função dada por $r = r(t)$, que é solução da equação de Newton para o movimento. Assim, usando a série de Fourier, podemos escrever a posição r na forma:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{n} k_i \cos i\omega t \tag{4.2.27}$$

em que cada um dos termos na soma acima constitui um harmônico. O segundo postulado de Bohr estabelece que quando o elétron salta de um estado estacionário n para outro estado $n-1$ ocorre um processo de emissão de energia dado pela condição de frequência de Einstein-Bohr, expresso pela equação $E = h\upsilon_{n,n-1}$, ou seja, apenas a frequência de um harmônico é emitida em vez de todas as frequências juntas.

De acordo com a teoria de Bohr, as linhas espectrais são obtidas pela transição de elétrons em diferentes estados estacionários em um ensemble de átomos (VAN VLECK, 1928; BOKULICH, 2014). Apesar dessas linhas apresentarem um padrão de regularidade, de acordo com Van Vleck (1928), somente são uniformemente espaçadas no limite de grandes números quânticos.

O princípio de correspondência pode ser definido como uma concordância estatística[39] assintótica entre a frequência da radiação emitida e a frequência no enésimo harmônico do movimento clássico dado pela equação (8.2.27) acima, que se mantém apenas no limite de grandes números quânticos (VAN VLECK, 1928; BOKULICH, 2014).

4.3 Um retorno a teoria corpuscular

Quase vinte anos após o ano miraculoso de Einstein, Louis de Broglie começou a fazer as suas primeiras comunicações acerca do paradoxo da dualidade onda-partícula na forma de uma série de artigos publicados entre 1923 e 1924. Segundo Louis De Broglie:

> [...] é demonstrável que, se o movimento das partículas materiais nas fontes de luz obedecesse às leis da mecânica clássica, seria impossível derivar a lei exata da radiação dos corpos negros, a lei de Planck. Portanto, deve-se presumir que a dinâmica tradicional, mesmo

[39] É importante notar que essa concordância é apenas estatística tendo em vista que de acordo com a ótica clássica todas as frequências são emitidas juntas, enquanto que, do ponto de vista quântico um único fóton é emitido com uma única frequência em qualquer que seja a transição entre dois estados estacionários, sendo assim necessário considerar um conjunto de átomos para que seja possível fazer comparações com o espectro clássico.

> modificada pela teoria da relatividade de Einstein, é incapaz de explicar o movimento em uma escala muito pequena (DE BROGLIE, 1992)

As investigações de Planck lançaram dúvidas sobre a validade leis da mecânica em pequena escala. Ademais, do ponto de vista da mecânica clássica, uma partícula pode descrever uma trajetória fechada ou que volta para si mesma de muitas maneiras dependendo apenas das suas condições iniciais, de forma tal que os seus valores iniciais de energia formam uma sequência continua. No entanto, como vimos no capítulo anterior, o estudo do problema do corpo negro levou Planck a considerar que apenas certos movimentos são possíveis ou estáveis, os movimentos quantizados, tendo em vista que a energia somente pode assumir valores discretos (DE BROGLIE, 1992).

Dessa forma, a adoção da hipótese de Planck levou ao rompimento com as ideias que constituíam o alicerce das teorias clássicas da física, pois, uma vez que a luz é emitida como múltiplos do quantum de energia, apresenta então uma estrutura granular[40].

Nesse sentido, a interpretação de Einstein para o quantum de luz de Planck, em que é apresentada pela primeira vez na história da física o tratamento da radiação como uma estrutura granular, constituiu um retorno em seu âmago à antiga teoria corpuscular de Newton.

Entretanto, apesar dos avanços da teoria de Einstein e de sua confirmação experimental a partir do efeito fotoelétrico e do efeito Compton, se fazia ainda necessário adotar a teoria das ondas para explicar os fenômenos de difração e de interferência para luz, pois nem a teoria corpuscular sozinha dava conta da descrição dos fenômenos de interação da matéria com a radiação nem a teoria ondulatória explicava todos os fenômenos de propagação da radiação (DE BROGLIE, 1992).

[40] A primeira pessoa a se referir a estrutura granular da radiação foi Albert Einstein em seus celebres artigos de 1905, o que leva muitos cientistas a creditar a Einstein a proposição do paradoxo da dualidade onda-partícula e não a de Broglie.

4.4 O postulado de de Broglie

Nesse cenário enigmático em que os físicos confrontavam a necessidade paradoxal de assumir duas teorias contraditórias, Louis de Broglie apresentou a sua hipótese igualmente unificadora e paradoxal da natureza da radiação – a hipótese da dualidade onda-partícula.

Um aspecto revolucionário de sua teoria para os quanta de luz foi a consideração de que as equações da dinâmica relativística einsteiniana poderiam ser aplicadas para a realidade dos quanta com o objetivo de conciliar esta realidade com a evidência experimental na qual se baseou a teoria ondulatória.

Na sua tese de doutoramento denominada *On theory of quanta* de Broglie considera a luz como um feixe de partículas reais, tratando-as como uma classe de partículas especiais e chamando-as ainda de átomos de luz[41]. Assim, de Broglie considera que esses átomos de luz apresentam uma velocidade muito próxima a velocidade da luz, de maneira que a sua energia total E poderia ser obtida por meio da equação relativística:

$$E = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \tag{4.4.1}$$

onde m_0 é a massa de repouso da partícula, $\beta = \frac{v}{c}$ é o fator de velocidade e c é a velocidade da luz. Considera ainda que o vetor momento dessa classe de partículas pode ser obtido por meio da expressão:

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \frac{m_0 \vec{\boldsymbol{v}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{4.4.2}$$

Segundo de Broglie, para estabelecer um paralelismo entre os aspectos de onda e de partícula é necessário vincular os parâmetros frequência e velocidade de fase da teoria ondulatória aos parâmetros mecânicos, energia e momento linear. Não obstante, tomando apenas os valores próximos de c para a velocidade das partículas de luz, de Broglie utiliza as relações $E^2 = p^2 c^2 +$

[41] De Broglie foi a primeira pessoa a propor que os átomos de luz possuem uma massa de repouso finita.

m^2c^4. Dessa forma, considerando que os fótons[42] tem massa de repouso nula, podemos escrever a relação:

$$E = pc \tag{4.4.3}$$

Utilizando a equação (3.1.3a) na equação (4.4.3) para o caso de uma única partícula ($n = 1$), vemos que:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = pc \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} \tag{4.4.4}$$

Escrevendo ainda a equação acima em termos de um vetor de onda arbitrário $\vec{\boldsymbol{k}}$, temos que,

$$\vec{\boldsymbol{p}} = \hbar\vec{\boldsymbol{k}} \tag{4.4.5}$$

No discurso que proferiu pela premiação do Nobel de 1929, de Broglie salienta que,

> [...] para descrever as propriedades da matéria, bem como as da luz, as ondas e os corpúsculos devem ser referidos ao mesmo tempo. O elétron não pode mais ser concebido como um único grânulo de eletricidade; deve estar associado a uma onda e essa onda não é mito; seu comprimento de onda pode ser medido e suas interferências preditas. [...] foi possível prever todo um grupo de fenômenos sem que eles tenham sido descobertos (DE BROGLIE, 1929, p. 2-4).

Dessa maneira, o paradoxo da dualidade onda-partícula na Natureza constituiu o construto teórico que, expresso de uma maneira mais ou menos abstrata, sedimentou todo o desenvolvimento da teoria quântica (DE BROGLIE, 1929).

A aplicação das ideias de Planck, Einstein, Bohr, de Broglie e muitos outros fundamentaram o que hoje chamamos de teoria quântica moderna, sendo um de seus resultados mais importantes a descoberta de que durante os processos elementares tanto a energia total quanto o momento das partículas devem ser conservados. E isto, por sua vez, constitui um retorno a teoria corpuscular da luz(CARUSO & OGURI, 2006). No entanto, isto não significa que a teoria ondulatória deve ser abandonada, uma vez que os fenômenos de interferência e difração, por exemplo, não podem ser explicados em toda a sua abrangência pela teoria corpuscular.

.

[42] O termo fóton foi concebido pelo cientista britânico Gilbert Lewis em 1926 para descrever a partícula cuja energia é o quantum de luz proposto por Planck e Einstein nas décadas anteriores.

Exemplo – Onda Associada a uma bola de futebol

No ano de 2006, o jogador revelado pelo Corinthians Ronny, jogando como lateral, pelo tradicional Sporting no campeonato português bateu uma falta contra o Naval que a bola chegou a 222 km/h, o chute mais forte da história do futebol.

Em depoimento jogador revela:

> – Eu não coloquei tanta força como tem que por, mas peguei muito bem na bola. Eu não ia bater aquela falta. Um companheiro ia bater, mas o treinador Paulo Bento mandou eu chutar. Depois, o Liedson e o Anderson Polga brincaram comigo: "Até que enfim o juvenil fez alguma coisa" – lembra o meia, conhecido em Portugal como Homem-Bomba e na Alemanha como Hummer, o potente carro, por causa do forte chute.
>
> Texto adaptado. Disponível em: <https://www.terra.com.br/esportes/lance/ chute-mais-forte-do-fifa-16-e-de-jogador-brasileiro-ainda-nao-caiu-a-ficha,d84efcde9474b1abab494fba8 e7c420ctz1wigi9.html> Acesso em: julho de 2019.

Considerando o momento em que a bola atingiu a sua velocidade máxima, e que a massa da bola chutada por Ronny é equivalente a 0,50 kg, determine o comprimento de onda associado a bola nesse evento.

Resolução:

Como sabemos, o comprimento de onda associado a uma partícula é obtido por meio da relação de de Broglie, de tal maneira que:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,626 \times 10^{-34}\text{Js}}{(0,5\ kg)\left(\frac{222}{3,6}\ m/s\right)} = 0,215\ m}$$

O que constitui um comprimento de onda grande demais para que o aspecto ondulatório seja observado.

Exemplo – Onda Associada a um elétron no LHC

Leia o texto a seguir:

Três meses após funcionar com quase o dobro da potência anterior, o superacelerador de partículas LHC começa a enxergar sinais de uma física que está além das previsões teóricas. É a primeira vez que isso acontece desde a década de 1970, quando o Modelo Padrão, a teoria que descreve o universo microscópico, se consolidou.

> Retirado integralmente de: <http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia /2015/09/acelerador-de-particulas-ve-sinais-de-fenomenos-que-violam-leis-da-fisica.html> Acesso em: junho de 2019

Suponha que em um experimento no LHC um elétron viaje em uma velocidade constante equivalente a 99,9% da velocidade da luz. Determine o comprimento de onda associado a esse elétron. É possível perceber o fenômeno ondulatório? Justifique sua resposta.

Dados: massa do elétron $\boldsymbol{m_e = 9,11 \times 10^{-31}\text{kg}}$

velocidade da luz $\mathbf{c} = \mathbf{3,0 \times 10^{8} m/s}$

Resolução:

Considerando que a velocidade $\boldsymbol{v}$ do eletron no interior do colisor é equivalente a 99,9% da velocidade da luz c, temos que:

$$\boldsymbol{v = 0,99 \times 3,0 \times 10^{8} m/s = 2,97 \times 10^{8} m/s}$$

De maneira análoga ao que fizemos no exemplo anterior, podemos calcular o comprimento de onda associado a uma partícula por meio da relação de de Broglie:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,626 \times 10^{-34} Js}{(9,11 \times 10^{-31} kg\, kg)(\, 2,97 \times 10^{8}\ m/s\,)} = 2,45 \times 10^{-12}\ m}$$

O que constitui um comprimento de onda pequeno o suficiente para que o aspecto ondulatório seja observado.

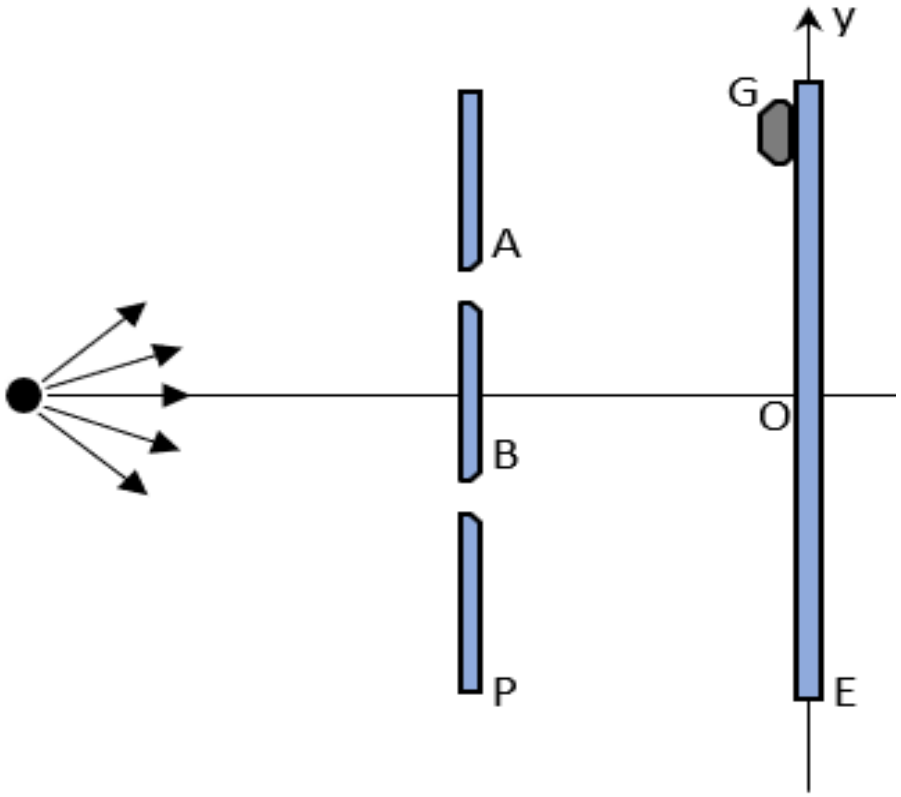
Historicamente, a existência de níveis discretos de energia, confirmando a hipótese de Bohr, foi demonstrada 1914 por meio do experimento de Franck e Hertz e a existência do aspecto ondulatório da luz, por meio do experimento de difração dos elétrons de Davisson e Germer em 1927, independentemente.

Mais do que isto, como veremos na próxima seção, a análise dos fenômenos acima citados, por meio do experimento de dupla fenda de Young, conduzirá a conclusão fundamental de que ambos os aspectos ondulatório e corpuscular a priori considerados irreconciliáveis, são, na verdade, inseparáveis.

4.5 Dualidade Onda-Partícula: versão fraca

Nesta seção vamos descrever o experimento de dupla de fenda de Young conforme o trabalho de (BASTOS FILHO, SIQUEIRA, 1993). Consideremos então um feixe de elétrons que atravessa o aparato experimental de Young, constituído por dois anteparos P e E, sendo o primeiro dotado de duas fendas A e B, e ainda por um detector de elétrons G (contador Geiger), conforme é mostrado na Figura 11 abaixo.

Figura 11 - Experiência da dupla fenda de Young com Elétrons



Fonte: Autor

Suponha que deixamos a fenda A aberta e obstruímos a fenda B. Acompanhando a formação do padrão no anteparo E, o contador Geiger então detecta cada elétron de maneira localizada. Experimentalmente, os pontos nos quais os elétrons são localizados em y se agrupam em bandas, formando um padrão de interferência. Considerando então o número de elétrons contados em cada posição y do segundo anteparo, obtemos a curva de probabilidade $P_A(y)$. De maneira análoga, fazendo o procedimento inverso, isto é, deixando-se a fenda B aberta e obstruindo-se a fenda A, obtemos a curva de probabilidade $P_B(y)$.

Não obstante, deixando ambas as fendas abertas obtemos a curva de probabilidade $P_{AB}(y)$. Entretanto, esta curva de probabilidade não é equivalente à soma das anteriores, tendo em vista que estamos admitindo a não individualidade dos elétrons.

Isto é, não estamos considerando os elétrons como uma entidade localizada, mas como um ente que pode, por exemplo, passar parcialmente pela fenda A e parcialmente pela fenda B. Assim, faz-se mister salientar que, do ponto de vista experimental, mesmo que a formação do padrão fosse ponto a ponto, isto é, ainda que cada elétron incidisse por vez no segundo anteparo, a cada segundo, o padrão de interferência seria formado.

O que esse resultado então significa? Paul Dirac na sua obra *Principle of Quantum Mechanics*, nos responde que cada elétron interfere consigo mesmo. De maneira geral, o que se observa é a dualidade onda-partícula do elétron, tendo em vista que ele exibe uma característica puramente ondulatória, contemplada por meio do padrão de interferência e uma característica puramente corpuscular, a detecção pontual dos quanta (DIRAC, 1981).

Nesse sentido, em relação ao paradoxo da dualidade onda-partícula, o paradoxo consiste em admitir que aspectos contraditórios, um extenso no espaço-tempo e outro localizado, possam coexistir, ou ainda se excluírem mutuamente.

SAIBA MAIS

as aplicações tecnológicas da teoria quântica usando o QR code:

SCAN ME

4.5.1 Conceitos Fundamentais

Como vimos nas seções anteriores, a aplicação da hipótese de de Broglie pode ser estendida para todas as partículas materiais. Todavia, para tal feito, dando continuidade as ideias de de Broglie, Schrödinger mostrou que podemos associar a cada partícula uma função de onda complexa $\psi(\boldsymbol{r}, t)$ que define o seu estado quântico em uma posição $\vec{\boldsymbol{r}}$ em um instante de tempo t e contém toda a informação que é possível determinar sobre a partícula.

4.5.1.1 A densidade de Probabilidade

Em 1926, o físico alemão Max Born formulou a interpretação probabilística da função de onda, segundo a qual ela pode ser matematicamente interpretada como a amplitude de probabilidade de encontrar a partícula em uma posição dada por um vetor $\vec{\boldsymbol{r}}$ em um instante de tempo t, de maneira tal que considerando que a partícula pode ser encontrada em uma região de volume V, a densidade probabilidade $P(\vec{\boldsymbol{r}}, t)$ é expressa por:

$$\Delta P(\vec{\boldsymbol{r}}, t) = K|\,\psi(\vec{\boldsymbol{r}}, t)|^2 \Delta V \qquad (4.5.1.1.1)$$

onde K é a constante de normalização. Em 1954, Max Born foi agraciado com o Prêmio Nobel de Física por este feito revolucionário.

Assim sendo, os efeitos ondulatórios observados nos fenômenos que envolviam partículas materiais, como a interferência e a difração de elétrons, tem como causa precípua a superposição das ondas associadas aos elétrons emitidos.

4.5.1.2 Propriedades da função de onda

A adoção do conceito de função de onda no estudo da evolução temporal de um sistema físico, tendo em vista que essa entidade matemática descreve o estado do sistema, exige do estudioso de teoria quântica uma compreensão mínima das propriedades algébricas e em certo nível um domínio matemático adequado desse ente para o entendimento de conceitos físicos fundamentais. Diante disso, nesta seção apresentaremos algumas propriedades fundamentais da função de onda[43]

SAIBA MAIS

as aplicações da mecânica quântica de Schrödinger usando o QR code:

SCAN ME

[43] Ressalte-se que, como se trata de um texto introdutório de um assunto cuja riqueza de conteúdo, tanto matemático como filosófico, jamais poderia ser tratadas nesta breve exposição, vamos omitir algumas propriedades matemáticas importantes e também de belíssimas

convenientes para as discussões que pretendemos propor neste breve texto introdutório, quais sejam:

I. Natureza da função de onda - a função de onda é um ente matemático complexo, ou seja, pode ser escrita na forma:

$$\psi(\vec{r},t) = A(\vec{\boldsymbol{r}},t) + iB(\vec{\boldsymbol{r}},t) \qquad (4.5.1.2.1)$$

Assim, por consequência, o complexo conjugado de ψ é dado por,

$$\psi^*(\vec{r},t) = A(\vec{\boldsymbol{r}},t) - iB(\vec{\boldsymbol{r}},t) \qquad (4.5.1.2.2)$$

E o quadrado do seu módulo por:

$$|\psi|^2 = \psi^*\psi = A^2 + B^2 \qquad (4.5.1.2.3)$$

II. A função de onda ψ e sua derivada espacial de primeira ordem devem ser contínuas e com valor único em qualquer lugar.

III. Como é interpretada como uma probabilidade, segue que,

$$\sum_i^N |\psi_i|^2 \Delta V_i = 1 \qquad (4.5.1.2.4)$$

As principais motivações do trabalho de Schrödinger foram os trabalhos de Einstein, Planck, de Broglie e Bohr, nos quais a ideia da quantização de energia exerce papel fundamental (TIPLER, LLEWELLYN, 2007; SCHRÖDINGER, WESSELS, 1979). De maneira tal que, as primeiras aplicações da equação de Schrödinger tiveram como intuito resolver esses mesmos problemas. Dentro do contexto da teoria de Schrödinger, os estados estacionários presentes nas construções teóricas citadas anteriormente, são dados em termos da função de onda ψ e são chamados autoestados (TIPLER, LLEWELLYN, 2007,COHEN-TANOUDJI, LALOE, 1977; SCHRÖDINGER, 1929, 1965; WESSELS, 1979).

4.5.2 Debate Einstein-Bohr e o Princípio de Incerteza de Heisenberg

O século vinte foi um período marcado por grandes evoluções no domínio da física e da filosofia. Nesse cenário, o trabalho desses dois cientistas, que

motivações experimentais por razões de transposição didática, levando em consideração o público a que se destina estas notas.

embora fossem defensores de filosofias divergentes, marcou profundamente a história de toda humanidade. Referimo-nos aqui a Einstein e a Bohr, o primeiro que ficou conhecido por quantizar a radiação e o segundo, por introduzir a quantização no átomo.

No entanto, assim como a maioria dos físicos da época, até meados dos anos 1920 Bohr rejeitava a hipótese do quantum de luz (BROWN, 1981). Ninguém podia negar à época a aplicabilidade da hipótese do quantum de luz na explicação de fenômenos ópticos corriqueiros como a interferência e a difração, por exemplo, mas Bohr fazia oposição as ideias de Einstein em pelo menos três frentes, que podem ser demonstradas por meio dos questionamentos(MAIA, 2009,BROWN, 1981):

> - Como a natureza discreta da radiação poderia ser reconciliada com os experimentos de interferência e difração?
> - Como é possível que o quantum seja onda e partícula ao mesmo tempo?
> - Como conciliar os resultados físicos obtidos com o princípio de correspondência?
>
> (MAIA, 2009,BROWN, 1981)

Nesta seção vamos apresentar princípio de incerteza de Heisenberg, introduzir o leitor ao debate entre Einstein e Bohr acerca da dualidade onda-partícula.

No dia 23 de março de 1927, o físico alemão e então professor da Universidade de Leipzig, Werner Heisenberg publicou o artigo de título *Sobre o conteúdo teórico da Cinemática e Mecânica Quântica*, onde enunciou pela primeira vez o princípio da incerteza, que se tornou um fundamento basilar da teoria quântica. O princípio da incerteza estabelece que no mundo quântico não é possível medir com precisão absoluta algumas quantidades físicas (MAIA, 2009).

De acordo com o princípio da incerteza, quanto maior for a precisão na medição de uma quantidade, maior será o erro associado a medição outra. Em termos matemáticos podemos expressar o princípio de incerteza para a medição da posição r e do momento linear p da seguinte maneira:

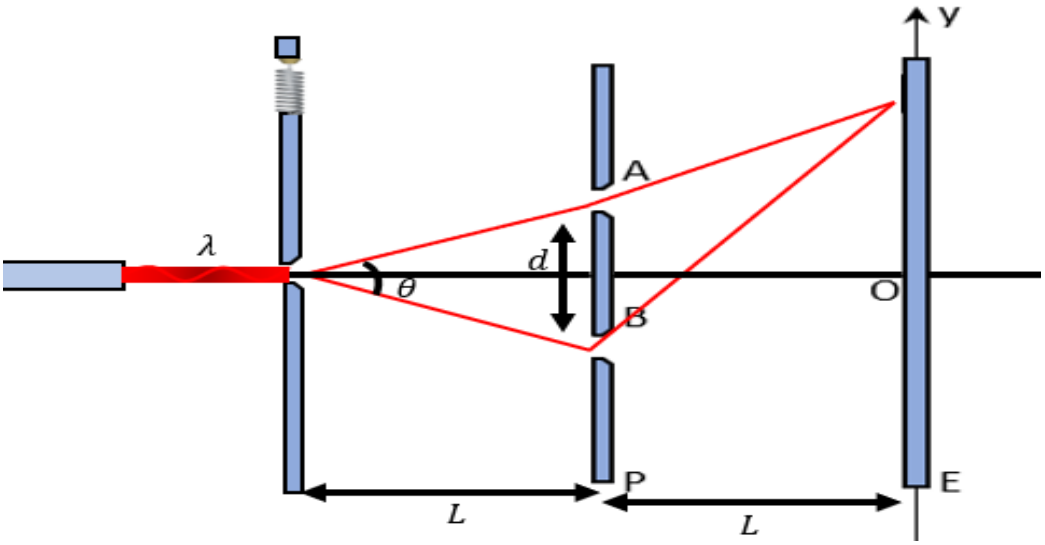
$$\Delta r . \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (4.5.2.1)$$

Uma outra versão do princípio da incerteza diz respeito ao caso da medição da energia E e do tempo t (MAIA, 2009):

$$\Delta E.\Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad (4.5.2.2)$$

No congresso de Solvay de 1928, Einstein propôs uma experiência imaginária de difração através de uma fenda dupla na qual a fenda da fonte se movesse, sugerindo que fossem montadas molas ou rolos (ver Figura 12, abaixo), isto é, equipando o sistema com um grau de liberdade ao longo do eixo y, com o fim de determinar por qual caminho rumaram os fótons.

Figura 12 - Geometria da Fenda Dupla de Young



Exemplo – Incerteza em um jogo de futebol

Imaginando que a incerteza no momento da bola de futebol chutada por Ronny no exemplo anterior é da ordem de $\mathbf{10^{-7}}$ do seu momento, qual é a sua incerteza na posição?

Dados: massa da bola = 0,50 kg

Resolução:

Como sabemos, convertendo a velocidade v = 222 km/h para m/s, o momento linear é então dado por:

$$\boldsymbol{p = mv = (0,5\ kg)\left(\frac{222}{3,6}\ m/s\right) = 30,8\frac{kgm}{s}}$$

Assim sendo, a incerteza do momento é dada por:

$$\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}(\mathbf{10^{-7}}) = \mathbf{3,08 \times 10^{-6}} \frac{\boldsymbol{kgm}}{\boldsymbol{s}}$$

Usando o princípio da incerteza de Heisenberg, vemos que:

$$\Delta \boldsymbol{r} \geq \frac{\hbar}{\mathbf{2}\Delta \boldsymbol{p}} = \frac{\mathbf{1,05 \times 10^{-34}Js}}{\mathbf{2} \times \left(\mathbf{3,08 \times 10^{-6}} \frac{\boldsymbol{kgm}}{\boldsymbol{s}}\right)} = \mathbf{1,70 \times 10^{-29}} \boldsymbol{m}$$

Dessa maneira, a incerteza na posição é aproximadamente maior ou igual a $\mathbf{1,70 \times 10^{-29}} \boldsymbol{m}$.

4.5.2.1 O argumento de Einstein

Nesta seção vamos apresentar essa experiência seguindo o caminho apontado por Vatshan & Qwresh (2016). Do ponto de vista clássico, se uma partícula difrata da fenda de origem se movendo em direção as fendas superior ou inferior na próxima tela, então ela sofre um desvio em relação a sua direção original ao longo do eixo y (VATSHAN & QURESH, 2016; BROWN, 1981).

Considerando então uma partícula que emerge da fenda superior, ela deve ter um componente de momento ao longo do eixo y, ao sair da tela de origem o que, consequentemente, de acordo com o princípio newtoniano de ação e reação, faria com que a tela da fonte recuasse com um momento igual e oposto devido a conservação do momento (BROWN, 1981). Dessa maneira, de acordo com Einstein medindo esse momento de recuo seria possível detectar qual o caminho seguido pelos fótons sem afetar a formação do padrão de interferência (BROWN, 1981).

4.5.2.2 A resposta de Bohr

Não obstante, um resultado desconcertante advinha do fato de que, mantendo-se somente uma das fendas abertas as franjas de interferência não são obtidas no anteparo(BROWN, 1981). Bohr considerou essa conclusão paradoxal e utilizou a tese da complementaridade para evitá-la, pois demanda a consideração de que o comportamento da partícula depende do estado da outra fenda (ou seja, de ela estar aberta ou fechada).

Bohr, no entanto, refuta essa hipótese tratando o aparelho de medição, isto é, a fenda, como um objeto quântico (VATSHAN & QURESH, 2016). E como tal, desejando-se obter informações confiáveis acerca do caminho seguido pelos fótons, o momento de recuo deve ser medido com um grau de precisão de mesma ordem de grandeza que o momento inicial da primeira fenda. Para compreender isto, vamos considerar o aparato experimental descrito na Figura 13 apresentada anteriormente.

De acordo com Vatshan & Quresh (2016) e Brown (1981), para Bohr é preciso que exista um limite superior para a medição a indeterminação do momento inicial da fenda B e um certo mínimo de indeterminação na posição que seja suficiente para obliterar as franjas de interferência no anteparo, para que a informação relativa ao deslocamento da fenda B seja relevante para a medição da posição da partícula.

De acordo com Cohen-Tanoudji & Laloe (1977) e Vatshan & Qwresh(2016), considerando apenas partículas com momento médio p e comprimento de onda de de Broglie λ, temos que a incerteza do momento na direção y para partículas que atravessam as fendas inferior e superior na segunda tela é dada por:

$$\Delta p_y = 2\, p \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx p\theta = \frac{h}{\lambda}\theta = \frac{h}{\lambda}\frac{d}{L} \qquad (4.5.2.2.1)$$

O que constitui o limite de precisão na medida do momento de recuo (VATHSAN, 2016). Mas a separação entre franjas de interferência é expressa por:

$$\delta y = \frac{\lambda L}{d} \qquad (4.5.2.2.2)$$

Assim, multiplicando (4.5.2.2.1) por (4.5.2.2.3) obtemos que:

$$\Delta p_y \delta y = h \qquad (4.5.2.2.3)$$

que tem a mesma ordem de grandeza presente na relação de incerteza o que, de acordo com Bohr, explica por que o padrão de difração desaparece.

As conclusões de Bohr são corroboradas experimentalmente em outros arranjos, no entanto, uma indagação importante que surge desse episódio diz respeito a possibilidade de demonstrar conclusivamente por meio dos argumentos de Bohr a impossibilidade de coexistência de trajetórias com franjas (BROWN, 1981). Seria então possível conceber um arranjo experimental no qual

se manifestem ambos os aspectos corpusculares e ondulatórios?(MAIA,2009, BROWN, 1981)

Uma resposta afirmativa completa, no entanto, não pode ser dada. O que podemos considerar consiste no fato de que o argumento de Einstein foi infeliz na escolha do tipo de arranjo experimental, tendo em vista que permitiu que Bohr evocasse em sua análise a exclusividade total dos aspectos corpusculares e ondulatórios, constituindo-se apenas como a análise de um caso limite dentro de uma classe limite de experiências (BRWON, 1981). Apesar disso, a interpretação de Bohr implica que a partícula deve necessariamente passar pelas duas fendas simultaneamente para que se obtenha um padrão de interferência.

De acordo com FREIRE JR et al (2011), a questão da natureza da realidade constituía o ponto mais central no debate Einstein-Bohr, de tal maneira que:

> A questão filosófica fundamental em jogo nesse debate, direcionado em torno das posições respectivas de Niels Bohr e de Albert Einstein, era a do estatuto da realidade física, ou seja, da pertinência ou não, para a nova ciência que era a Física Quântica, da categoria de pensamento "realidade física", geralmente considerada como dependendo da "ontologia" (e recusada junto à "metafísica") (FREIRE JR et al, 2011)

Dessa maneira, no debate Einstein-Bohr não encontramos somente uma luta entre crenças divergente sobre o que é a física, todavia, muito mais do que isto, uma guerra filosófica entre duas concepções muito diferentes sobre a natureza da realidade última (GLEISER, 2010).

4.5.2.3 O problema da realidade quântica

Nesse contexto, de acordo com Bastos Filho (2003) o quadro de questionamentos fundamentais que colocamos nas seções anteriores acerca da natureza dual da matéria e da radiação, pode ser delineado em um problema filosófico muito importante: o problema da realidade, o qual pode ser colocado da seguinte maneira:

> Que estatuto ontológico teriam esses objetos de que fala a mecânica quântica? Em outras palavras, em que constituiriam entidades como elétrons, prótons, fótons, mésons, píons, etc? Seriam entidades ontologicamente existentes, ou entidades mnemônicas, meros construtos teóricos para 'salvar os fenômenos' ou ainda, meras hipóteses de trabalho?(BASTOS FILHO, 2003)

A mecânica quântica de Bohr e Heisenberg impunha que o conhecimento da realidade restringia-se a duas condições fundamentais, primeiro somente era possível determinar a probabilidade de encontrar uma partícula em uma determinada região do espaço; segundo, o ato de medida de qualquer grandeza física implica em uma interação entre o observador e a grandeza observada, o que torna o determinismo da física clássica apenas uma aproximação da realidade (GLEISER, 2010).

De acordo com Gleiser (2010), em contraposição a essa concepção, Einstein em uma carta a Born, escreveu:

> A mecânica quântica exige muita atenção. Mas uma voz interior me diz que este não é o verdadeiro Jacob. A teoria realiza muito, mas não nos aproxima dos segredos do Antigo. De qualquer forma, estou convencido de que Ele não joga dados (GLEISER, 2010).

De acordo com (FREIRE JR et al, 2011), a concepção de Einstein da realidade parte da tradicional adoção do determinismo como pilar filosófico para o entendimento do mundo físico:

> O “real” não nos é dado de maneira alguma imediatamente, somente as experiências dos seres humanos nos são dadas. [...] A postulação do ”real” como algo que existe independentemente da minha experiência é uma totalidade de construções intelectuais [...]. Nossa confiança no sistema de crença sobre a realidade repousa apenas no fato que aqueles conceitos e relações [postos como reais] estão em uma relação de correspondência com nossa experiência; este é o único fundamento para a “verdade” de nossas afirmações (EINSTEIN, 1951).

Na concepção de Einstein, de acordo com (FREIRE JR et al, 2011,), a descrição probabilística da natureza não dava conta de uma representação fidedigna e completa da realidade, no entanto ele acreditava que a verdade científica não se constitui como um reflexo preciso da realidade, todavia, antes como a somatória das nossas experiências, de maneira que a realidade não constituía, necessariamente, o que está “lá fora”, mas sim, uma construção intelectual, posta pela ciência.

Por outro lado, Bohr enxergava a teoria quântica como uma expressão da realidade na escala microscópica (GLEISER, 2010). Ele acreditava que as

conquistas da teoria quântica diziam respeito necessariamente “as coisas como são”, de acordo com Bohr:

> Não existe mundo quântico. Existe apenas uma descrição física quântica abstrata. É errado pensar que a tarefa da física é descobrir como é a natureza. A física diz respeito ao que podemos dizer sobre a natureza (BOHR, 1937 *apud* PETERSEN, 1963, p. 12].

Segundo Gleiser (2010), em algum momento, Bohr teria dito a Einstein: "Pare de dizer a Deus o que fazer!", no entanto, até o presente momento apesar dos experimentos imaginários propostos por Einstein falharam em revelar uma estrutura mais profundas da realidade, a teoria quântica exibe propriedades bizarras e estranhas. Dessa forma, em relação ao paradoxo da Realidade - existência ontológica ou não dos quanta - a teoria quântica aparece como uma singularidade toda especial no contexto da filosofia natural. E tudo isso é estranho se pensarmos a física clássica como a teoria, por excelência, acerca da correta descrição e da correta explicação da realidade física.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAGNATO, Vanderlei Salvador. **Laser e suas aplicações em Ciência e Tecnologia**. Editora Livraria da Física, 2008.

BARDE, N. P., PATIL, S. D., Pravin, M. K., & Pranav, P. B. Deriving time dependent Schrödinger equation from Wave-Mechanics, Schrödinger time independent equation, Classical and Hamilton-Jacobi equations. ***Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies***, *14*(26), 31-48, 2015.

BASSALO, J.M.F., **Crônicas da Física 1**, Editora Universidade Federal do Pará, 1987.

BASSALO, Jose Maria Filardo. Sobre a Lei de Rayleigh-Jeans. **Revista Brasileira de Ensino da Física**, v. 18, n. 1, p. 30-32, 1996.

BASTOS FILHO, J. B.. Pode-se progredir com base em fundamentos inconsistentes? (O caso do átomo de Bohr), **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Vol. 20, n. 3 (2003), p. 313-335. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6528/6025 > Acesso em: jun. 2019.

BASTOS FILHO, J. B.; SIQUEIRA, A. F. . O EXPERIMENTO DE DUPLA FENDA COMO EXEMPLO DE INCOGNOSCIBILIDADE ?. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SÃO PAULO, v. 15, n.1-4, p. 153-162, 1993.

BASTOS FILHO, Jenner Barretto. Os problemas epistemológicos da realidade, da compreensibilidade e da causalidade na teoria quântica. **Rev. Bras. Ensino Fís.**, São Paulo , v. 25, n. 2, p. 125-147, June 2003 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1 806-11172003000200002&lng=en&nrm=iso>. access on 01 Jul. 2019.

BJERRUM, N. **Infrared absorption spectra of gases**. Nernst Festschrifte, p.90, Halle, Germany, 1912.

Bohr, N. **On the constitution of atom and molecules**. Philosophical Magazine, S. 6, 26, n.151, p. 1-25 (1913).

BOISSEAU, C.; AUDOUARD, E.; VIGUÉ, J. Comment on “Breakdown of Bohr's Correspondence Principle”. **Physical review letters**, v. 86, n. 12, p. 2694, 2001.

BOKULICH, Alisa. Bohr’s correspondence principle. 2010.

BOKULICH, Alisa. **Bohr's Correspondence Principle**. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/bohr-correspondence/>.Acesso em: janeiro de 2019.

BORN, MAX. Física Atômica. **Fundação Calouste Gulbenkian**, 1986.

BREHM, John J.; MULLINS, William J. Introduction to the structure of matter: a course in modern physics. **Introduction to the Structure of Matter: A Course**

in Modern Physics, by John J. Brehm, William J. Mullins, pp. 960. ISBN 0-471-60531-X. Wiley-VCH, January 1989., p. 960, 1989.

BROWN, Harvey R. O debate Einstein-Bohr sobre a mecânica quântica. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, v. 2, p. 51-89, 1981.

BUCKINGHAM, Edgar. On the deduction of Wien's displacement law. **Journal of the Washington Academy of Sciences**, v. 2, n. 7, p. 180-182, 1912.

CARUSO, F.; OGURI, V.. **O Átomo**. PROFCEM Manuscript 2015. Disponível em: < http://arxiv.org/pdf/1508.05841.pdf>. Acesso em: jun. 2017

CARUSO, Francisco; OGURI, Vitor. **Física Moderna: origens clássicas e fundamentos quânticos**. Elsevier, 2006.

COHEN-TANNOUDJI, C., DIU, B.; LALOE, F. **Quantum mechanics**. John Wiley & Sons Ltd., New York, p. 240, 1977.

DARRIGOL, Olivier. A simplified genesis of quantum mechanics. **Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics**, v. 40, n. 2, p. 151-166, 2009.

DE BROGLIE, L., **Nouvelles perspectives en microphysique**, Coll. Champs Flammarion, 1992

DE BROGLIE, Louis. The wave nature of the electron. **Nobel lecture**, v. 12, p. 244-256, 1929.

DIONISIO, Paulo Henrique. Albert Einstein e a física quântica. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 22, n. 2, p. 147-164, 2005.

DIRAC, Paul Adrien Maurice. **The principles of quantum mechanics**. Oxford university press, 1981.

EHRENFEST, P., **Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft**. Ges. 15, 1159, 1913.

EHRENFEST, P., Welche züge der lichtquantenhypothese spielen in der theorie der wärmestrahlung eine wesentliche rolle? **Annalen der Physik**, 36, p. 91-118, 1911.

EINSTEIN, A. Sobre o estado presente do problema da radiação. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 1, p. 69-76, 2005.

EINSTEIN, Albert. On a heuristic point of view about the creation and conversion of light. **Annalen der Physik**, v. 17, n. 6, p. 132-148, 1905.

EINSTEIN. **Letter from Dr. Albert Einstein**. In: HERBERT, L. Samuel. (Org.). Essay in Physics. Oxford: Blackwell, 1951.

EISBERG, Robert; RESNICK, Robert. **Física quântica**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1979.

FELDENS, Bruno; DIAS, Penha Maria Cardoso; SANTOS, Wilma Machado Soares. E assim se fez o quantum... **Revista Brasileira de Ensino de**

Física, São Paulo , v. 32, n. 2, p. 1-11, June 2010 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806111720 100 00200015&lng=en&n- rm=iso>. Acesso em: 08 de Janeiro de 2018.

FREIRE JR, O., PESSOA JR, O., and BROMBERG, JL., orgs. **Teoria Quântica: estudos históricos e implicações culturais [online]**. Campina Grande: EDUEPB; São Paulo: Livraria da Física, 2011. 456 p. ISBN 978-85-7879-060-8

FREIRE JR, Olival; PESSOA JR, Osvaldo; BROMBERG, Joan Lisa. **Teoria quântica: estudos históricos e implicações culturais**. eduepb, 2011.

GLEISER, M. **Einstein, Bohr, And Ultimate Reality**. Cosmos & Culture. Disponível em: <https://www.npr.org/sections/13.7/2010/08/23/129375 505/einstein-bohr-andultimate -reality> Acesso em: 26 de novembro de 2019

GREENBERGER, D. M. Fundamental Problems in Quantum Theory. **Annals of the New York Academy of Sciences**, v. 177, p. xiii-xiv, 1995.

GRIFFITHS, D.J. **Introduction to Electrodynamics**. 3a ed. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1999.

HAENDLER, Blanca L. Presenting the Bohr atom. **Journal of Chemical Education**, v. 59, n. 5, p. 372, 1982.

HEITLER, Walter. **The quantum theory of radiation**. Courier Corporation, 1954.

HOD, Shahar. Bohr's correspondence principle and the area spectrum of quantum black holes. **Physical Review Letters**, v. 81, n. 20, p. 4293, 1998.

HORVATH, J. E.; ALLEN, MARCELO PORTO. **Cosmologia Física: do micro ao macrocosmos e vice-versa**. Editora Livraria da Física, 2007.

JAMMER, Max et al**The conceptual development of quantum mechanics**. New York: McGraw-Hill, 1966.

KLEIN, Martin J. Einstein and the development of quantum physics. **Einstein: A centenary volume**, p. 133-151, 1979.

KLEIN, Martin J. The beginnings of quantum theory. pp 1-39, in: **Proceedings of the 57th International School of Physics "Enrico Fermi"**. New York/London: Academic Press, 1977.

KRAJEWSKI, Władysław. **Correspondence principle and growth of science**. Springer Science & Business Media, 2012.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. Tradução de Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Perspectiva, 2011.

KUHN, Thomas S. Black-body theory and the quantum discontinuity (1894-1912). **Oxford University Press**, 1978.

MAIA, Nelson B. **Caminho para a Física Quântica**. Tradução: Antônio Manuel Alves Morais. São Paulo: Editora e Livraria da Física, 2009.

MARTINS, R. **A Física no final do século XIX: modelos em crise.** Disponível em: <http://www.comciencia.br/dossies-1-72/reportagens/fisica/fisica05.htm>. Acesso em: fevereiro de 2018.

MARTINS, Roberto Vieira. Como Becquerel não descobriu a radioatividade. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 7, p. 27-45, 1990.

MEHRA, Jagdish & ROCHENBERG, Helmut. **The historical development of quantum theory**. New York: Springer, 1982-1987.5 vols.

MELLO ARRUDA, Sergio de; VILLANI, Alberto. Sobre as origens da relatividade especial: relações entre quanta e relatividade em 1905. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 13, n. 1, p. 32-46, 1996.

MILLER, William H.; COTTON, Stephen J. Communication: Wigner functions in action-angle variables, Bohr-Sommerfeld quantization, the Heisenberg correspondence principle, and a symmetrical quasi-classical approach to the full electronic density matrix. 2016.

NIEDDERER, H. , DEYLITZ, S. **Evaluation of new approach in quantum atomic physics high school**. Paper presented at the Annual Meeting Association For Research In Science Teaching, Boston, Ma.

ORIHUELA, Fernando Eduardo Torres. **Monografia: Os quatérnios, octônios como álgebras não comutativas de dimensão finita sobre os reais: existem outras do mesmo tipo?**. Monografia. Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Unicamp – IMECC, Campinas – SP, 2017. Disponível em: < http://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSINO/MONOGRAFIAS/martins_EA_2017.pdf> Acesso em: mar. 2018

PARENTE, F. A. G.; SANTOS, Antônio CF; TORT, Alexandre C. Os 100 anos do átomo de Bohr. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 35, n. 4, p. 4301, 2013.

PARGA, G. Ares de; GUTIÉRREZ-MEJÍA, F. A Further Analysis of the Blackbody Radiation. **Apeiron: Studies in Infinite Nature**, v. 17, n. 2, 2010.

PEDUZZI, Luiz OQ. **Do átomo grego ao átomo de Bohr**. Florianópolis: Departamento de Física/UFSC, 2005.

PETERSEN, Aage. The Philosophy of Niels Bohr. **Bulletin of the Atomic Scientists**, vol. 19, 8- 14,1963.

PLANCK, M. **Uber das Gesetz der Energieverteilung im Normal-spektrum**. Annalen der Physik, v. 4, p. 553-563, 1901.

POLITO, Antony MM. Radiação de corpo negro e os primórdios da física quântica. **Physicae Organum: Revista dos Estudantes de Física da Universidade de Brasília**, v. 3, n. 2, 2018.

ROSENBLUETH, Arturo; WIENER, Norbert. The role of models in science. **Philosophy of science**, v. 12, n. 4, p. 316-321, 1945.

SALES, Jorge & Suzuki, Alfredo. (2014). The old quantization of angular momentum from Planck's perspective. **Pensee Journal**. 76. 310.

SANTOS, Jucineide Silva; DE ARAUJO FERREIRA, Maurício. **Álgebra de Quatérnios**. 2011. Disponível em: < http://www2.uefs.br/semic/upload/2011 /2011XV-702JUC938-120.pdf> Acesso em: jan. 2017

SCHRÖDINGER, Erwin. An ondulatory theory of mechanic of atoms and molecules. **Physical Rewiew**, 28 (6, 1926): 1049-1070.

SCHRÖDINGER, Erwin. **Collected Papers on wave mechanics**. Londres e Glasgow: Blackie & Son Limited, 1929. (traduzido da 2ª Edição alemã).

SCHRÖDINGER, Erwin. The fundamental idea of wave mechanics". In: **Nobel Lecture**, Amsterdan: Elsevier Publishing Company, 1965.

SCHULZ, Peter A. et alDuas nuvens ainda fazem sombra na reputação de Lorde Kelvin. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, 2007.

SHIVNI, Rashmi. **The Planck Scale. Symmetry Magazine: Dimensions of particle physics**, 2016. Disponível em: <https://www.symmetrymagazine. org/article/the-planck-scale> Acesso em: set. 2019

SIVARAM, C. What is special about the planck mass?. **arXiv preprint arXiv:0707.0058**, 2007.

STACHEL, J. **Bohr and the Photon**, 2009. In: MYRVOLD, Wayne C.; CHRISTIAN, Joy; PEARLE, P. Quantum Reality, Relativistic Causality, and Closing the Epistemic Circle. **Western Ontario Series in Philosophy of Science**, v. 73, p. 69-83, 2009.

STRATHERN, Paul. **Bohr e a teoria quântica em 90 minutos**. Zahar, 1999.

THOME, K. S. **Editor's foreword, quantum measurement**. Cambridge: Cambridge Univ., 1992.

THOMSON, J. J.; MILLIKAN, R. A. **O átomo**. 1962.

TIPLER, Paul A.; LLEWELLYN, Mark J.; LLEWELLYN, Ralph. **Modern Physics Student Solutions Manual**. Macmillan, 2007.

VALEUR, Bernard; BERBERAN-SANTOS, Mario N. A brief history of fluorescence and phosphorescence before the emergence of quantum theory. **Journal of Chemical Education**, v. 88, n. 6, p. 731-738, 2011.

VAN VLECK, John H. The correspondence principle in the statistical interpretation of quantum mechanics. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 14, n. 2, p. 178, 1928.

VATHSAN, Radhika; QURESHI, Tabish. Aspects of complementarity and uncertainty. **International Journal of Quantum Information**, v. 14, n. 06, p. 1640031, 2016.

WARD, David W.; VOLKMER, Sabine M. How to derive the Schrodinger equation. **arXiv preprint physics/0610121**, 2006.

WESSELS, Linda. Schrodinger's route to wave mechanics". Studies in History and Philosophy of Science, 10 (1979): 311-340.

ZEMANSKY, Mark Waldo; DITTMAN, Richard H. **Heat and thermodynamics: an intermediate textbook**. New York: McGraw-Hill, 1968.

Referencias dos QR codes

OLIVEIRA, A. MAIS DO QUE FÓRMULAS MATEMÁTICAS. **Revista Ciência Hoje (versão online)**. Coluna Física Sem Mistério. Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Física, 2013. Disponível em: <http://cienciahoje.org.br/coluna/mais-do-que-formulas-matematicas/> Acesso em: 04 de janeiro de 2019.

Max Planck - Ele foi o relutante fundador da teoria quântica, uma revolução científica que ele mesmo queria ter visto abafada. **Revista Superinteressante (versão online).** Coluna História, 2016. Disponível em: <https://super.abril.com.br/historia/max-planck/> Acesso em: 01 de janeiro de 2019.

VILLELA, Thyrso; FERREIRA, Ivan; WUENSCHE, Carlos Alexandre. Cosmologia observacional: a radiação cósmica de fundo em microondas. **Revista USP**, n. 62, p. 104-115, 2004. Disponível em: < http://www.revistas.usp.br/revusp/article/view/13346/ 15164 > Acesso em: janeiro de 2019.

VIEIRA, C. L.; VIDEIRA, A. P. Um revolucionário relutante. **Revista Eletrônica da Folha de São Paulo (versão online).** Disponível em:<https://www1.folha.uol.com. br/fsp/mais/fs1712200006. htm> Acesso em: janeiro de 2019.

SANTOS, C. A. As digitais de Einstein no nosso cotidiano. **Revista Eletrônica Ciência Hoje (versão online)**. Disponível em:< http://cienciahoje.org.br/coluna /as-digitais-de-einstein-em-nosso-cotidiano/> Acesso em: janeiro de 2019.